

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DE L'AQUILA



FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Dipartimento di Ingegneria Meccanica,
Energetica e Gestionale



Tesi di laurea in INGEGNERIA MECCANICA

PROGETTAZIONE DI SISTEMI DI COLLEGAMENTO PER INTERFACCE STRUTTURALI IN MATERIALE COMPOSITO

Candidato:

Edoardo Gianluca Pilotti

Relatore:

Prof. Ing. Enrico D'Amato

Correlatore:

Ing. Claudio Santoni

Anno Accademico 2004-2005

INDICE

	<i>Pagina</i>
<u>Indice</u>	i
<u>Ringraziamenti</u>	iv
<u>Glossario</u>	v
<u>Indice dei simboli</u>	vii
<u>Introduzione</u>	1
<u>Cap.1 Generalità sui materiali compositi</u>	3
<u>1.1 I materiali compositi</u>	3
<u>1.2 Proprietà dei materiali costituenti</u>	8
<u>1.3 Produzione di un laminato</u>	12
<u>1.5 Analisi della lamina</u>	20
<u>1.6 Analisi del laminato</u>	26
<u>1.7 Pannelli sandwich</u>	33
<u>Cap.2 Studio degli inserti su pannelli sandwich</u>	35
<u>2.1 Tipologie</u>	35
<u>2.2 Caratterizzazione dell'honeycomb</u>	37
<u>2.3 Trattazioni analitiche</u>	42

<u>2.4 Trattazione con gli elementi finiti</u>	58
--	----

<u>2.5 Lavori sperimentali</u>	64
--	----

<u>2.6 Analisi di pannelli sandwich con core in riempitivo</u>	74
--	----

Cap.3 Dimensionamento inserti ----- 86

<u>3.1 Esempio di dimensionamento degli inserti</u>	86
---	----

<u>3.2 Tool di dimensionamento</u>	87
--	----

Cap.4 Modellazione con gli elementi finiti ----- 92

<u>4.1 Costruzione dei modelli</u>	92
--	----

<u>4.2 Modelli analizzati</u>	98
---	----

<u>4.3 inserto passante</u>	101
---	-----

<u>4.4 inserto fully potted</u>	110
---	-----

<u>4.5 Inserti ricoperti</u>	114
--	-----

<u>4.6 Raffinamento della mesh</u>	119
--	-----

<u>4.7 Verifica a rottura</u>	130
---	-----

Cap.5 Dimensionamento degli inserti ----- 143

<u>5.1 Modelli preliminari</u>	143
--	-----

<u>5.2 Analisi honeycomb</u>	150
--	-----

<u>5.3 Analisi di sensibilità</u>	154
---	-----

<u>5.4 Analisi dei modelli</u>	156
--	-----

<u>5.4.1 Tipologie di modellazione</u>	156
--	-----

<u>5.4.2 Confronto tra core di tipo diverso</u>	161
<u>5.4.3 Confronto tra altezze d'inserto differenti</u>	165
<u>5.4.4 Confronto tra diametri d'inserto differenti</u>	173
<u>5.5 Verifica a rottura</u>	177
<u>Cap.6 Conclusioni</u>	199
<u>Bibliografia</u>	202
<u>Riferimenti web</u>	204
 <u>Appendici</u>	
 <u>Appendice A: Proprietà dei pannelli sandwich</u>	
 <u>Appendice B: Software per il dimensionamento</u>	
 <u>Appendice C: Honeycomb: modello costitutivo ortotropo</u>	
 <u>Appendice D: Risultati dell'analisi di sensibilità</u>	

RINGRAZIAMENTI

Ai miei genitori, per la loro pazienza e il sostegno morale e materiale in qualsiasi circostanza, a Riccardo Tudino un amico i cui consigli sono sempre importanti, al collegio dei Salesiani dell'Aquila dove ho trascorso un periodo felice e tutti coloro che mi conoscono e mi hanno sostenuto con affetto.

Edoardo G Piloti

GLOSSARIO

Termine

Honeycomb: nido d'ape, struttura cellulare del core

Core: cuore, parte più interna del pannello sandwich

Skin: pelli, parte più esterna del pannello sandwich

Fully potted: tipologia d'inserto in cui il potting viene a contatto con la pelle inferiore del pannello

Partially potted: tipologia d'inserto in cui il potting non viene a contatto con la pelle inferiore

Inserto passante: tipologia d'inserto in cui l'inserto fuoriesce da entrambe le superfici del provino

Inserto ricoperto: tipologia d'inserto in cui l'inserto viene coperto dalla pelle superiore, è una tipologia d'inserti utilizzata molto spesso per le maggiori caratteristiche meccaniche ma studiata meno rispetto alle altre tipologie d'inserto.

Materiale isotropo: caratteristiche invarianti con la direzione

Materiale ortotropo: caratteristiche diverse secondo nelle tre direzioni ortogonali, si ottengono così $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}, \nu_{xy}, \nu_{xz}, \nu_{yz}$ considerando che i rimanenti coefficienti di Poisson sono legati dalle note relazioni di simmetria della matrice elastica $E_x \cdot \nu_{yx} = E_y \cdot \nu_{xy} \dots$

Materiale anisotropo: le caratteristiche meccaniche del materiale formano una matrice di elasticità completa con tutti i termini diversi da zero, si hanno così 21 termini non nulli

Matrice: parte del materiale composito che serve a dare forma al componente meccanico

Fibra: elemento allungato del materiale composito che serve a rinforzare il materiale stesso secondo quella direzione, in genere le fibre si dispongono sul materiale secondo le linee di forza che si generano sul materiale stesso durante il suo funzionamento

Legante: elemento non essenziale in un materiale composito che favorisce l'adesione tra fibra e matrice

g.d.l.: gradi di libertà

FEM: finite element method

FEA: finite element analysis

Curing: processo di indurimento del materiale composito

Sandwich: materiale composito formato da pelli esterne e da un cuore interno

Edoardo G. Piloti

INDICE DEI SIMBOLI

h_p =altezza del potting

h_i =altezza dell'inserto

h_c =altezza del core

d_i =diametro dell'inserto

d =dimensioni trasversali del provino considerato assialsimmetrico

s =spessore delle pelli

f =spessore delle pelli

b_p =raggio del potting

b_i =raggio dell'inserto

Potting: materiale di collegamento tra l'inserto e il pannello sandwich in genere formata in genere da schiuma.

h =altezza totale del pannello

1/8 - 5056 - 0.0007= honeycomb in alluminio

↑

↑

↑

Dimensione delle cellette [inch]

Tipogia di alluminio

Spessore dei fogli [inch]

HRH10 - 1/8 - 1.8= honeycomb in nomex

↑

↑

↑

Tipogia di nomex

Dimensione delle celle [inch]

Densità del nomex [lb/inch³]

INTRODUZIONE

Il problema del collegamento strutturale tra diversi componenti meccanici in materiale composito risulta di particolare interesse nell'ambito della progettazione. Lo studio condotto nell'ambito della presente tesi è originato da una collaborazione tra il DIMEG e l'Atr engineering s.r.l. di Colonnella (TE) che sviluppa applicazioni di compositi in ambito veicolistico.

I pannelli sandwich sono un'ottima strategia per la costruzione di strutture leggere e resistenti impiegate in applicazioni aerospaziali, aeronautiche, automobilistiche e navali. L'impiego di tale tipologia strutturale offre notevoli vantaggi in termini di riduzione di massa ma presenta il problema del collegamento tra le diverse parti strutturali; per evitare l'impiego diffuso di piastre metalliche che ridistribuiscono il carico nei punti di attacco si ricorre all'uso di inserti, del tipo qui considerato. Essi sono impiegati in diverse forme e dimensioni, con la possibilità di impiegare materiali metallici o compositi, e spesso completamente ricoperti dalle pelli e con un foro centrale che permette di trasferire i carichi di forza e/o momento.

Il problema delle applicazioni con inserti è stato ampiamente studiato nel passato, l'European Space Agency (ESA) nel 1987 ha fornito un importante contributo sia per il rigore metodologico che per la mole di dati messi a disposizione, tuttavia, il manuale non è stato aggiornato, quindi, non considera materiali tecnologicamente più avanzati rispetto alla data di pubblicazione. Negli anni '90, altri studi scientifici hanno fornito modelli matematici, strategie di analisi agli elementi finiti e risultati sperimentali.

Questa attività riparte dal manuale ESA attraverso la costruzione di un software, scritto in C++, destinato alla progettazione degli inserti, utilizzando i dati sperimentali catalogati dall'ESA che definiscono il carico critico in funzione di vari parametri (diametro dell'inserto, altezza dell'inserto, tipologia e spessore dell'honeycomb, spessore delle pelli). Tale obiettivo ha richiesto dapprima l'estrazione dei dati sperimentali, che, poi, sono stati interpolati in diagrammi nei quali accedere mediante il software.

I dati forniti dal manuale hanno, tuttavia, delle limitazioni: il potting è in materiale non più reperibile sul mercato, pelli e inserto sono considerati in alluminio, l'honeycomb è limitato ad alcune tipologie rispetto a quelle oggi impiegate e, da ultimo, una sola tipologia d'inserto. Alcune difficoltà, come l'utilizzo di pelli di diverso tipo, si possono superare con l'equivalenza proposta dal manuale stesso, mentre altre, come l'irreperibilità del materiale di potting, non si possono superare. Lo studio è stato incentrato sulla verifica di un modello di calcolo strutturale per poter definire un criterio di progettazione.

Il modello che si utilizza allo scopo è di tipo FEM e viene impiegato per validare i risultati che si ottengono dal manuale e generalizzarli anche per casi non contenuti in esso.

I modelli FEM vengono realizzati in tre modalità differenti tra loro. Il primo è assialsimmetrico: viene modellata la sezione del provino che costituisce la superficie di rivoluzione attorno all'asse dell'inserito. Il vantaggio è quello di avere un modello con basso numero di g.d.l. e di rapida generazione che può essere a densità di mesh elevata per rappresentare facilmente le tensioni normali e tangenziali agenti sulle interfacce dei componenti del collegamento strutturale.

Il secondo modello, chiamato 3D, prevede la rappresentazione spaziale del modello, ma con honeycomb omogeneo, ortotropo e senza soluzioni di continuità. Tale modello si conferma utile in quanto mostra una distribuzione di tensione asimmetrica.

L'ultima modalità di rappresentazione è stata qui definita full 3D: il termine full indica che l'honeycomb viene rappresentato nella sua geometria reale (vengono modellate anche le cellette) e viene definita la forma reale del potting che tipicamente è irregolare.

I modelli FEM sopra definiti vengono applicati, in un primo tempo, per verificare i risultati analitici forniti dalla bibliografia per le tensioni normali e tangenziali, e, in un secondo tempo, su alcune configurazioni di inserti documentate nel manuale ESA.

Le analisi condotte hanno teso a verificare l'influenza di tutte grandezze in gioco per la realizzazione del modello: la discretizzazione, i moduli di elasticità omogeneizzati dell'honeycomb. La mancata reperibilità delle proprietà omogeneizzate dell'honeycomb ha imposto lo sviluppo di un modello dedicato per determinare il set completo dei parametri del materiale ortotropo.

Le ultime analisi riguardano la verifica a rottura del provino per cercare di valutare quali sono le parti più sollecitate e, per ciascuna di esse, individuare un criterio di progetto.

I modelli sviluppati sono stati impiegati per la simulazione di applicazioni previste nel manuale ESA e nella bibliografia reperita sull'argomento.

Cap.1 Generalità sui materiali compositi

1.1 I materiali compositi

L'uso dei materiali compositi è più antico di quanto si possa pensare, infatti si possono considerare compositi manufatti come i tappeti o i tessuti, utilizzati nel vestiario o nell'arredamento, o sostanze come i calcestruzzi utilizzati nelle costruzioni. I materiali compositi sono utilizzati oggi per una notevole varietà di impieghi che vanno dai campi navali a quelli aeronautici o aerospaziali, dalle auto da competizione usate per impieghi sportivi ai serbatoi usati per il contenimento di fluidi in pressione... Le elevate prestazioni ottenibili dai materiali compositi unite con la leggerezza ne fanno materiali pregiati da un punto di vista strutturale. La non elevata diffusione di questo tipo di materiali va ricercata, perciò, non solo nell'elevato costo dei materiali di partenza, ma soprattutto nelle difficili e costose tecniche di progettazione e lavorazione, ed è proprio per questo che i campi d'impiego sono quelli in cui si vogliono raggiungere i limiti prestazionali del materiale senza tenere in alcun conto il costo. Oggi questi materiali sono cominciati ad essere competitivi anche da un punto di vista economico (sia perché si cominciano ad avere dati sperimentali sufficientemente disponibili in letteratura, facilitando così le attività di progettazione, sia perché le tecniche di lavorazione di questi materiali sono cominciate ad essere sempre meno costose) e si può cominciare a pensare di poter scegliere tra un materiale convenzionale e un composito. Un composito si può definire come un sistema non omogeneo e non isotropo, ricavato mettendo insieme materiali di diversa forma e/o composizione allo scopo di riuscire a combinare le proprietà e le caratteristiche dei vari costituenti in modo da ottimizzarle nel prodotto finale, ottenendo particolari requisiti a costi possibilmente accessibili. Tale definizione va intesa a livello macrostrutturale (infatti a livello microstrutturale quasi tutti i materiali come le leghe metalliche... risulterebbero dei compositi). I componenti vanno intesi come indipendenti e differenti dal punto di vista chimico. Il composito può essere considerato formato, nel caso più generale, da più costituenti: quelli che ne caratterizzano la struttura interna (*fibra, scaglie, particelle, riempitivi*), quelli che ne definiscono la forma globale (*matrice*) e i *leganti* che permettono la coesione all'interfaccia tra i primi due costituenti.

I materiali compositi sono in questi anni oggetto di un rinnovato interesse e di un notevole sviluppo derivanti dalle necessità di alcuni settori, quali quello aeronautico, spaziale, automobilistico, nucleare... di avere materiali con caratteristiche meccaniche e chimiche elevate, accompagnate spesso da elevati rapporti rigidità/peso. Naturalmente esistono alcuni fattori che ostacolano l'uso estensivo dei compositi nelle applicazioni tradizionali quali l'approccio completamente differente nelle attività di progettazione e verifica, nonché la minore diffusione di questi materiali rispetto a quelli convenzionali. Entrambi

questi fattori si ripercuotono negativamente sui costi del componente finito realizzato in composito. Inoltre la difficile reperibilità dei dati sperimentali scoraggia spesso, l'uso dei materiali compositi rispetto a quelli tradizionali ampiamente conosciuti. Però si può osservare che l'uso iniziale dei compositi limitato ad applicazioni estreme (elevate temperature, bassi pesi...) è destinato a causare una sempre più ampia diffusione con conseguente riduzione dei costi del prodotto grezzo e con un conseguente affinamento delle conoscenze e delle tecniche di produzione.

I compositi si possono classificare in base alla forma e così si hanno materiali compositi a **fibre**, a **scaglie**, a **particelle**, a **riempitivo** e a **lamine**.

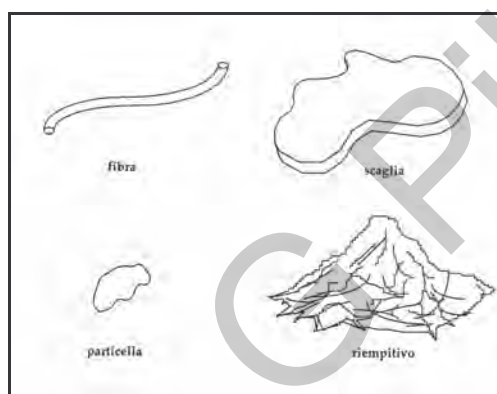


Fig. 1.1 Costituenti strutturali dei compositi

Anche se si hanno esempi di strutture di sole fibre, i materiali compositi a fibre sono generalmente costituiti da una matrice in materiale poco pesante, elastico, spesso tenace ma con bassa resistenza meccanica, che viene rinforzato tramite fibre, ad alta resistenza e rigide, ma spesso fragili. All'interfaccia tra questi due componenti esiste spesso un legante che ne garantisce l'interconnessione voluta. Le fibre sono filamenti di qualunque materiale in forma allungata con rapporto tra la minima lunghezza e la massima dimensione trasversale di 10:1 e con massima dimensione trasversale inferiore al millimetro, in corrispondenza delle piccole dimensioni delle sezioni i materiali presentano caratteristiche di resistenza molto elevate risultato dell'effetto dimensionale, dato che in sezioni ridotte la probabilità che si verifichino imperfezioni diminuisce molto. Allo stato attuale delle conoscenze i materiali con il più alto valore delle proprietà meccaniche sono i whiskers, elementi che hanno un diametro dell'ordine del micron e sono quasi senza difetti e quindi possono raggiungere il limite teorico della tensione di rottura del materiale. Le matrici dei materiali compositi hanno lo scopo di dare forma propria al componente, di inglobare le fibre, tenendole in posizione e proteggendole dalla corrosione o dalla formazione di difetti superficiali, di deformarsi sufficientemente in modo da trasmettere e distribuire le tensioni tra le fibre, che costituiscono l'elemento resistente del

materiale. Le matrici devono assicurare l'adesione (con eventuale interposizione di leganti) e, contemporaneamente, la resistenza agli sforzi di taglio presenti all'interfaccia fibra-matrice in modo da poter trasmettere le sollecitazioni tra le fibre e tra gli spezzoni di fibra eventualmente danneggiate. La scelta del tipo di matrice, infatti, permette il controllo di alcune caratteristiche meccaniche quali la resistenza a taglio, di alcune caratteristiche termiche, quali l'idoneità o meno di poter lavorare a temperature elevate. Le fibre sono, quindi, resistenti e fragili, mentre le matrici devono essere, in generale, tenaci e con un alto allungamento a rottura in modo da impedire, deformandosi opportunamente, la propagazione del difetto tra le fibre.

I materiali compositi a scaglie, detti flakes, sono particelle piatte a forma di squama di pesce ottenute a basso costo e utilizzate nella metallurgia delle polveri. Le loro dimensioni sono molto variabili a seconda delle esigenze con diametri che variano tra valori al disotto del millimetro fino a raggiungere dimensioni che superano il centimetro. I vantaggi dell'uso delle scaglie rispetto alle fibre sono: la quasi isotropia delle proprietà meccaniche in un piano parallelo alle scaglie, la possibilità di ottenere materiali compositi più compatti e avere una geometria quasi bidimensionale.

I materiali compositi a particelle hanno dimensioni molto varie, a seconda delle caratteristiche che si vogliono ottenere, che, però, dal punto di vista macroscopico si possono considerare come elementi puntiformi. Le particelle risultano distribuite in modo non casuale diversamente dai casi precedenti e risultano praticamente isotropi per quanto riguarda le proprietà meccaniche. La categoria più conosciuta sono i cermets e sono costituiti da polveri ceramiche in una matrice metallica, ciò permette di ottenere materiali utilizzabili ad alte temperature con un buon grado di duttilità.

Nei materiali compositi con riempitivo, questo viene utilizzato per impregnare un materiale poroso in modo da modificarne le proprietà. La matrice tridimensionale può essere ottenuta da un processo di sinterizzazione, i pori del quale, vengono riempiti, per infiltrazione con un metallo liquido con più bassa temperatura di fusione, oppure da una struttura a nido d'ape che permetta di distribuire il riempitivo entro celle opportunamente predisposte, in cui la matrice funge da scheletro mentre il riempitivo induce le proprietà funzionali richieste.

I laminati sono materiali compositi costituiti da più strati posti l'uno sull'altro e collegati tra loro per formatura a caldo, saldatura, fusione, estrusione... Nel caso più comune si hanno più strati di fibre, con la relativa matrice, orientati, ciascuno, in una particolare direzione rispetto a quella prefissata (di riferimento) e collegati tra loro. Tra i laminati più comuni ricordiamo: il vetro antiproiettile, il legno laminato...

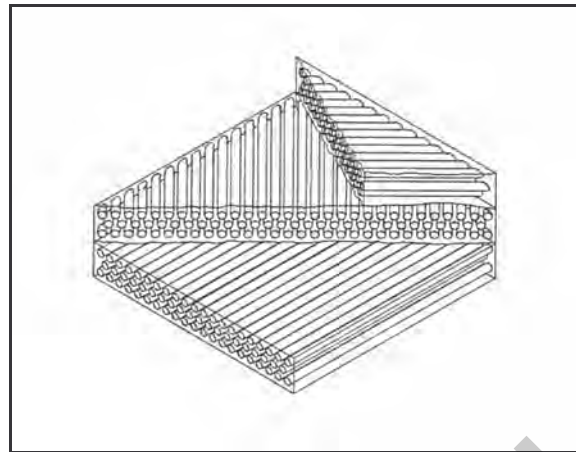


Fig. 1.2 Alcuni tipi di laminati

Un altro tipo di materiali compositi molto utilizzati sono i tessuti in cui le fibre (lunghe) vengono dapprima ritorte (yarns) secondo una certa orientazione (si ottengono così fibre ritorte a S o a Z) e poi si esegue un ulteriore avvolgimento tra di loro (plying) dei singoli filamenti già ritorti utilizzando un avvolgimento inverso al precedente, in modo da eseguire una specie di bilanciamento onde limitare l'incurvarsi, l'attorcigliarsi a spirale o il dipanarsi del filo risultante.

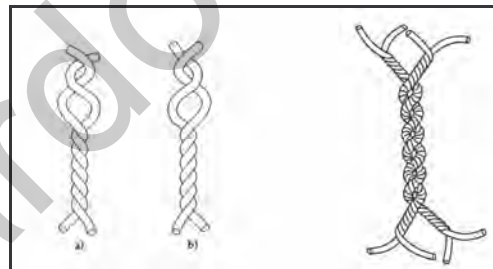


Fig. 1.3 Fibre ritorte con avvolgimento a) ad "S" b) a "Z" e Avvolgimento a "Z" di due corde da filamenti individuali avvolti tra loro ad "S"

Questi filamenti così ottenuti hanno un numero di fibre pari a un valore numerico di 1500, una forma per lo più ellittica e vengono tessuti tra loro ottenendo così strutture (piane o tridimensionali) che hanno caratteristiche più omogenee variando la direzione del carico (e nel caso di tessuti tridimensionali si limita il problema della delaminazione).

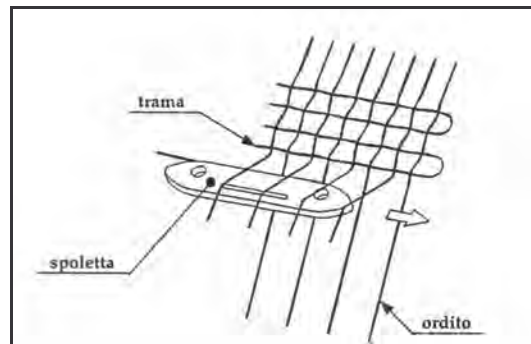


Fig. 1.4 Schema di tessitura

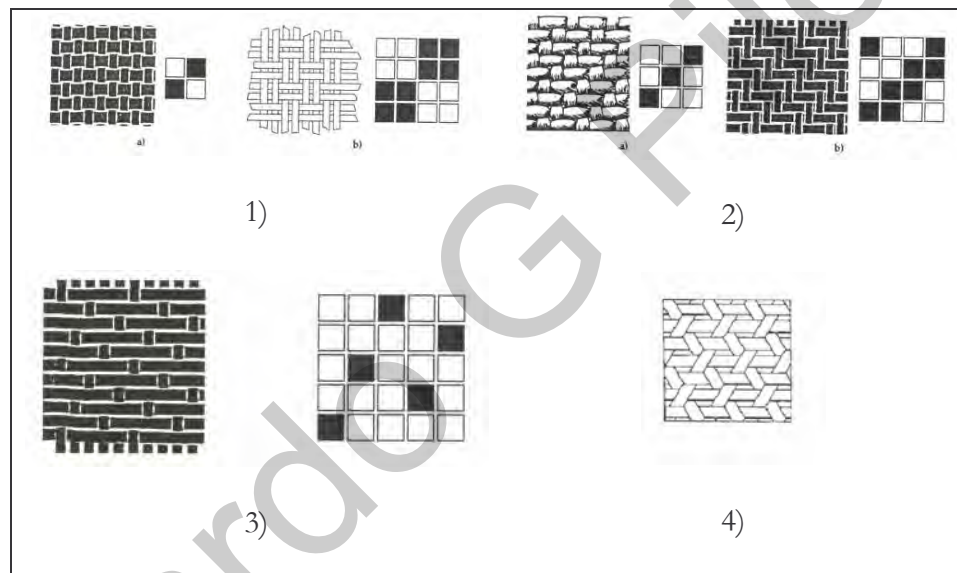


Fig. 1.5 Tipi di tessitura: 1) tessitura piana a) e tipo panama b), 2) tessitura tipo saia o levantina a) e tipo batavia, 3) tessitura tipo raso o satin, 4) tessitura triassiale

Le strutture sandwich sono costituite da due lamine esterne e da un core a più bassa densità. Esse sono nate per ottenere caratteristiche strutturali paragonabili a quelle tradizionali (convenzionali) unite ad elevata leggerezza. Compito degli strati esterni detti pelli è quello di resistere alle sollecitazioni di trazione, torsione, flessione, mentre quello dello strato interno è quello di mantenere inalterato il passo tra gli strati, di garantire la leggerezza della struttura e di resistere alle sollecitazioni di taglio. Il collegamento dei rivestimenti esterni al core si effettua tramite incollaggio, più raramente per saldatura. Esempi tipici di compositi di questo tipo sono il compensato ed i laminati con core a nido d'ape. In questo secondo caso si può osservare la presenza tra le pelli e il core di uno strato intermedio di collante. Queste strutture sono caratterizzate da notevole leggerezza, resistenza a flessione e capacità all'isolamento termico, hanno però difetti legati all'instabilità elastica, cattivo isolamento acustico e, solitamente, facile infiammabilità.

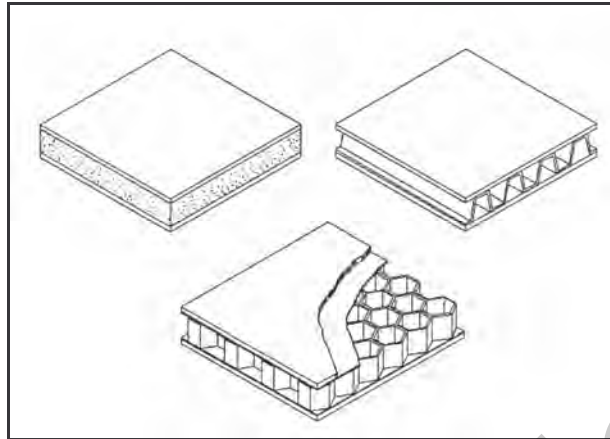


Fig. 1.6 Tipologie di strutture sandwich

1.2 Proprietà dei materiali costituenti

Un materiale composito è costituito da **fibre**, **matrice** e **legante**.

I vari tipi di fibra utilizzati in un materiale composito sono: **fibre di vetro**, **fibre di carbonio**, **fibre aramidiche** e **fibre metalliche**.

Il vetro è un materiale ceramico caratterizzato da una struttura amorfa (al diminuire della temperatura il liquido diviene sempre più denso e gli atomi rimangono intrappolati nelle posizioni che avevano allo stato fluido senza disporsi in modo regolare, ordinato e ripetitivo come nel caso dei solidi cristallini). Le fibre di vetro costituiscono il materiale di rinforzo più utilizzato per i materiali compositi per il suo basso costo. I tipi di vetro più utilizzati sono principalmente il vetro E (usato in applicazioni elettriche ed è il più utilizzato perché risulta essere il meno costoso), il vetro S (usato in applicazioni spaziali, ha un ottimo comportamento meccanico ad alte temperature e un elevato rapporto resistenza/peso) e il vetro D (sviluppato per applicazioni elettroniche per la sua bassa densità e bassa costante dielettrica, ha inferiori caratteristiche meccaniche). La produzione delle fibre di vetro avviene fondendo il vetro grezzo in un forno e stirando i monofilamenti di vetro fuso utilizzando opportune trafilare, i filamenti vengono poi riuniti in fasci e rivestite di opportuni leganti (silani sinati) che migliorano la compatibilità fibra-matrice garantendo un'adesione ottimale. Infine, i fasci di fibre possono essere avvolti parallelamente (bobine di filo non ritorto o continui rovings e bobine di nastri di fibre parallele), tagliati in fibre più corte oppure ritorti ed avvolti tra loro (yarns) prima di essere avvolti su bobine. Le fibre di vetro hanno i valori più elevati della tensione di rottura ma anche i valori più bassi della massa volumica e della rigidità.

Tipo di fibra	Massa volumica (kg/dm ³)	Modulo di Young (MPa)	Tensione di rottura (MPa)	Allungam. a rottura (%)	Diametro filamento (μm)
Vetro "E"	2,6	74000	3500	4,8	10
Vetro "S"	2,5	86000	4600	5,4	10
Vetro "D"	2,2	52000	2400	4,7	10

Tab. 1.1 Principali caratteristiche delle fibre di vetro

Le fibre di carbonio hanno una certa percentuale di carbonio amorfo e di carbonio disposto in modo regolare (grafite). La percentuale di grafite dipende dalla temperatura finale del processo e cresce all'aumentare di essa. Le fibre di carbonio vengono ottenute a partire da alcuni precursori organici contenenti elevate percentuali di carbonio che vengono utilizzate come materiali di

partenza per i successivi processi di produzione. I processi di fabbricazione delle fibre di carbonio prevedono in generale le seguenti fasi: ottenimento delle fibre mediante operazioni di filatura, trattamento di stabilizzazione, atto ad evitare la fusione delle fibre durante le successive fasi ad elevate temperature, carbonizzazione per rimuovere dalla catena molecolare gli elementi differenti dal carbonio e grafittizzazione allo scopo di migliorare le proprietà delle fibre di carbonio cercando di ottenere la struttura esagonale tipica della grafite. I precursori più comuni sono: raion, poliacrinoline (PAN: ha caratteristiche meccaniche confrontabili con il raion ma è meno costoso), pece (è molto meno costosa delle prime due), anche se sono stati usati allo scopo pure alcool polivinilico (PVA), poliammidi (PI) e fenoli. Le fibre di carbonio hanno diametri molto piccoli, in genere tra i 5 e 15 μm , per cui sono di difficile manipolazione e vengono, per questo, raccolti in fasci, costituiti da 1000 a 160000 filamenti individuali. Le fibre che utilizzano il raion come precursore vengono fornite sotto forma di assemblaggi di filo ritorto (yarn) o di insieme di due o più fili attorcigliati (plied yarn), mentre le fibre che utilizzano il PAN possono avere sezione circolare molto regolare e possono essere disponibili sia sotto forma di filo ritorto (yarn) sia sotto forma di filo non ritorto (tow). I fasci di fibre possono essere avvolti su spolette (o bobine), destinati alla tessitura o alla realizzazione di stuoie (mat) con le fibre tenute insieme mediante opportuno legante o cucitura. I fasci di fibra con numero più elevato di filamenti individuali (fino a 160000, roving), non essendo facilmente impregnabili con la resina vengono utilizzati nei processi che prevedono il taglio o la macinazione delle fibre. Le fibre di carbonio hanno la maggior rigidità rispetto alle fibre di vetro o aramidiche, una resistenza a trazione inferiore a quella delle fibre di vetro e aramidiche, una massa volumica intermedia tra quella più alta delle fibre di vetro e più bassa di quelle aramidiche, mentre il modulo di rigidità specifico è talmente grande da essere paragonato solo a quello dei materiali ceramici come l'allumina.

Tipo di fibra	Massa volumica (kg/dm ³)	Modulo di Young (MPa)	Tensione di rottura (MPa)	Allungam. a rottura (%)	Diametro filamento (μm)
Thornel T-50 3K (PAN)	1,8	390000	2900	0,60	6,5
Thornel T-300 1K (PAN)	1,8	230000	3200	1,4	7,0
GY-70 (PAN)	2,0	480000	1500	0,38	8
Thornel P-25 2K (pece)	1,9	160000	1400	0,90	11
Thornel P-55S 2K (pece)	2,0	380000	1900	0,50	10
Thornel P-100 2K (pece)	2,1	760000	2400	0,30	—
Thornel P-120 2K (pece)	2,1	830000	2200	0,42	—

Tab. 1.2 Principali caratteristiche delle fibre di carbonio

Cap.1: Generalità sui materiali compositi

Le fibre aramidiche sono fibre poliammidiche aromatiche, sono state introdotte in commercio con il nome commerciale di Kevlar come brevetto della Du Pont. Esse si ottengono per policondensazione a bassa temperatura di diammine e alogenuri derivanti da acidi diprotici ottenendo così poliammidi a catena lineare. Le fibre aramidiche hanno una massa volumica molto ridotta, la loro rigidità non è particolarmente elevata se confrontata con le fibre di carbonio, ma mostrano una rigidità a trazione specifica molto elevata (la massa specifica è bassissima), la resistenza specifica è superiore sia a quella delle fibre di vetro sia a quella delle fibre di carbonio, possiedono una forte tenacità, un'alta resistenza al creep e un'elevata resistenza chimica.

Tipo di fibra	Massa volumica (kg/dm ³)	Modulo di Young (MPa)	Tensione di rottura (MPa)	Allungam. a rottura (%)	Diametro filamento (μm)
Kevlar 29	1,4	60000	2900	3,6	12
Kevlar 49	1,4	130000	2900	1,9	12
Kevlar 119 He	1,4	45000	2900	4,5	12
Kevlar 129 Ht	1,4	75000	3300	3,6	12
Kevlar 149	1,5	140000	2400	1,6	12

Tab. 1.3 Principali caratteristiche delle fibre aramidiche

Tipo di fibra	Massa volumica (kg/dm ³)	Modulo di Young (MPa)	Tensione di rottura (MPa)	Rigidità a trazione specifica (10 ³ kJ/kg)	Resistenza a trazione specifica (kJ/kg)
Vetro "E"	2,6	74000	3500	28	1300
Vetro "S"	2,5	86000	4600	34	1800
Vetro "D"	2,2	52000	2400	24	1100
Thornel T-50 3K (PAN)	1,8	390000	2900	220	1600
Thornel T-300 1K (PAN)	1,8	230000	3200	130	1800
GY-70 (PAN)	2,0	480000	1500	240	750
Thornel P-25 2K (pece)	1,9	160000	1400	84	740
Thornel P-55S 2K (pece)	2,0	380000	1900	190	950
Thornel P-100 2K (pece)	2,1	760000	2400	360	1100
Thornel P-120 2K (pece)	2,1	830000	2200	400	1000
Kevlar 29	1,4	60000	2900	43	2100
Kevlar 49	1,4	130000	2900	93	2100
Kevlar 119 He	1,4	45000	2900	32	2100
Kevlar 129 Ht	1,4	75000	3300	54	2400
Kevlar 149	1,5	140000	2400	93	1600
Filamento d'acciaio	7,9	200000	2600	25	330

Tab. 1.4 Caratteristiche meccaniche tra le fibre a confronto

I whiskers sono strutture monocristalline prive di difetti e caratterizzate da elevatissime caratteristiche meccaniche, ma con una tenacità e duttilità ancora accettabili (allungamento percentuale a rottura dell'ordine del 3-4%). Il comportamento in temperatura dei whiskers è decisamente superiore a quello di qualsiasi altra fibra. Hanno un diametro di circa $2\text{ }\mu\text{m}$ e lunghezza pari a circa 50- 100 volte il diametro ($200\text{ }\mu\text{m}$). I whiskers metallici vengono prodotti mediante un processo di evaporazione-condensazione, mentre quelli di allumina, boro, ossido di magnesio, ossido di nichel, silicio... vengono prodotti mediante un processo vapore-liquido-solido. I whiskers risultano piuttosto costosi e il loro processo di fabbricazione risulta abbastanza laborioso, tali strutture a causa della loro limitata lunghezza risultano un tipo di rinforzo discontinuo e perciò la matrice svolge la caratteristica di tenere unite e collocate nelle posizioni corrette le fibre e di trasmettere le tensioni tra le fibre. È per questo che le caratteristiche meccaniche reali del composito risultano molto inferiori a quelle ideali elevatissime della struttura monocristallina utilizzata quale rinforzo.

Le matrici dei compositi devono permettere il controllo della resistenza al taglio e l'idoneità o meno a lavorare a temperature elevate di esercizio. Le matrici devono inoltre essere tenaci e possedere un allungamento percentuale a rottura più elevato delle fibre in modo tale da impedire, deformandosi opportunamente, la propagazione del difetto tra le fibre nel caso di rottura dell'elemento di rinforzo. Non devono ritirarsi troppo nei processi di fabbricazione del composito limitando l'insorgere delle tensioni residue o comunque all'interfaccia fibra-matrice. Le matrici più utilizzate sono: matrici costituite da resine termoindurenti, termoplastiche o costituite da materiali metallici. Le matrici termoplastiche sono materiali plastici che possono essere formati e lavorati perché rammolliscono alle temperature di processo ($250\text{--}350\text{ }^{\circ}\text{C}$), induriscono in solidi amorfi, semicristallini o cristallini, ma, possono essere nuovamente formate mediante ulteriore riscaldamento. La possibile reversibilità del procedimento di indurimento rende le resine termoplastiche più comuni meno idonee all'impiego a temperature elevate rispetto alle resine termoindurenti. Le resine termoplastiche sono anche meno stabili chimicamente, e, quindi, più sensibili ai solventi, ma hanno più elevata resistenza all'urto e una maggiore tenacità.

Cap.1: Generalità sui materiali compositi

Tipo di resina termoplast.	Massa volumica (kg/dm ³)	Tens. di rottura (MPa)	Modulo elastico (GPa)	Allungam. a rottura (%)	Ritiro (%)	Massima temp. d'uso (°C)
Poliamide-imide (PAI)	1,3 - 1,4	75 - 160	2,5 - 6,2	2 - 15	0,6 - 0,9	200 - 270
Polieterimide (PEI)	1,3 - 1,5	62 - 150	2,7 - 6,4	5 - 90	0,5 - 0,7	170 - 220
Poliestere (PET)	1,3	48 - 73	2,8 - 4,2	30 - 300	0,2 - 3,0	60 - 120
Poliestere (PBT)	1,3	56 - 60	2,0 - 3,0	50 - 500	0,9 - 2,2	50 - 120
Poliarilato (PAR)	1,2 - 1,3	69 - 76	2,1 - 2,2	8 - 100	0,9	150
Polioossimetilene (POM)	1,3 - 1,4	67 - 70	2,8 - 3,6	10 - 75	1 - 3	110 - 150
Policarbonato (PC)	1,2	63 - 73	2,0 - 3,0	110 - 150	0,5 - 0,7	100 - 140
Polietereterchetone (PEEK)	1,3	70 - 105	3,6 - 4,0	50	0,3 - 1,4	140 - 250

Tab 1.5a Principali caratteristiche delle resine termoplastiche

Tipo di resina termoplast.	Massa volumica (kg/dm ³)	Tens. di rottura (MPa)	Modulo elastico (GPa)	Allungam. a rottura (%)	Ritiro (%)	Massima temp. d'uso (°C)
Polietilene (LDPE)	0,92 - 0,95	8 - 28	0,2 - 0,7	50 - 970	2 - 3	40 - 70
Polietilene (HDPE)	0,95 - 0,97	22 - 31	1,0 - 1,1	10 - 1200	0,3 - 2	40 - 120
Cloruro di polivinile (PVC)	1,2 - 1,6	41 - 52	2,4 - 4,2	40 - 80	0,4 - 3,5	60 - 80
Polipropilene (PP)	0,90 - 0,91	31 - 42	1,2 - 1,6	100 - 600	1,0 - 2,5	70 - 120
Polistirene (PS)	1,0	36 - 52	2,3 - 3,3	40 - 80	0,4 - 0,6	70 - 90
Poliamidica (PA)	1,1 - 1,2	52 - 96	1,6 - 3,8	15 - 80 ^h 150 - 300 ^m	0,6 - 1,9	70 - 100
Polifenilensolfuro (PPS)	1,3 - 1,4	48 - 87	3,3 - 3,4	1 - 4	0,6 - 1,4	130 - 250
Polisolfone (PSF)	1,2	60 - 75	2,5 - 2,7	50 - 100	0,6 - 0,7	150 - 180
Polieter-solfone (PES)	1,4 - 1,5	68 - 100	2,4 - 3,0	40 - 80	0,6 - 0,7	170 - 180
Poliaril-solfone (PAS)	1,3 - 1,4	62 - 100	2,2 - 2,8	7 - 60	0,7 - 0,8	190
Poliimide (PI)	1,3 - 1,4	72 - 120	2,1 - 4,0	4 - 10	0,8	315

Tab. 1.5b Altre caratteristiche delle resine termoplastiche

Le resine termoindurenti sono materiali plastici che, fino alle temperature di processo (120-200 °C), più basse delle termoplastiche, sono costituiti da monomeri a bassa viscosità, l'indurimento successivo (curino) è, però, definitivo e irreversibile ed avviene mediante reazioni chimiche opportune che

causano la nascita di un reticolo tridimensionale (reticolazione o cross linking) in cui l'intera matrice può essere considerata come un'unica grande macromolecola; perciò, per questi tipi di resina sono più idonei per impieghi a più alte temperature, mostrano buona resistenza ai solventi, sono stabili dimensionalmente ma sono normalmente meno tenaci di quelle termoplastiche.

Tipo di resina termoind.	Massa volumica (kg/dm ³)	Tens. di rottura (MPa)	Modulo elastico (GPa)	Allungam. a rottura (%)	Ritiro (%)	Massima temp. d'uso (°C)
Poliestere insature	1,0 - 1,4	20 - 75	2,8 - 3,5	1,4 - 3,3	0,25 - 7,0	60 - 200
Vinilestere (VE)	1,2	70 - 90	3,3 - 5,2	3 - 10	6,9 - 9,9	125
Epossidica (EP)	1,1 - 1,3	40 - 130	2,0 - 4,5	2 - 9	0,1 - 5	125 - 175
Fenoliche (F)	1,2 - 1,3	35 - 70	3,0 - 5,0	1,5 - 2,0	0,04 - 1,1	120 - 200
Polimmidiche	1,2 - 1,9	30 - 160	4,0 - 19	1,0 - 2,3	0,1 - 1	225 - 315
Siliconiche (SI)	1,0 - 2,5	21 - 70	2,2	20 - 700	0 - 0,6	100 - 350

Tab. 1.6 **Principali caratteristiche delle matrici termoindurenti**

Le matrici metalliche sono caratterizzati da un ottimo comportamento ad elevate temperature, da una buona duttilità e tenacità. Tali proprietà derivano direttamente dalla presenza delle matrici metalliche che hanno, in un ampio intervallo di temperatura, resistenza e rigidità normalmente più alte delle corrispondenti matrici in resina. L'unico inconveniente problematico è l'elevata massa volumica.

1.3 Produzione di un laminato

Numerosi sono le tecniche di lavorazione di un materiale composito a matrice polimerica (PMC), ma tutte si riconducono a due soli metodi: le produzioni in stampo aperto, in cui esiste una sola forma o stampo, concavo o convesso, mentre manca il controstampo e le produzioni in stampo chiuso in cui esistono due stampi (stampo e controstampo). Nelle produzioni in stampo aperto i prodotti ottenuti sono caratterizzati da una superficie con finitura particolarmente curata, mentre l'altra è sicuramente meno curata. Tra le produzioni di un laminato in stampo aperto ricordiamo le principali: laminazione o formatura a mano, procedimento mediante pistola a spruzzo, formatura a sacco e formatura per avvolgimento di filamenti.

La formatura a mano è una delle metodologie più semplici e antiche (1940), il procedimento consiste nell'utilizzare una forma opportunamente predisposta concava o convessa ma di tipo aperto, si esegue poi il rivestimento della forma attraverso l'uso di agenti di distacco (lubrificanti) e uno strato di rivestimento che ha il compito di far ottenere al pezzo finito una superficie perfettamente levigata. Vengono infine stesi manualmente vari strati di fibre tessute, lavorate a maglia o stuoie tenute insieme mediante un legante o cucitura a macchina (mats). Ogni strato viene disposto a mano accuratamente e impregnato di resina che viene fatta colare con pennello oppure spruzzata. I vari strati vengono poi pressati con l'aiuto di rulli per garantire l'eliminazione dell'aria eventualmente intrappolata. Una volta raggiunto lo spessore voluto, si riveste lo strato più esterno con fogli di polietilene, cellofan o poliestere per garantire anche dall'altro lato una superficie perfettamente levigata e per proteggere dall'aria la superficie del pezzo durante l'indurimento. La resina, già mescolata all'opportuno catalizzatore (che controlla l'apporto di calore esterno e la velocità d'indurimento), viene, in genere, fatta indurire a pressione ambiente.

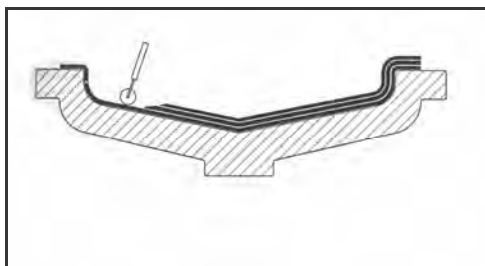


Fig. 1.7 Deposizione manuale e pressatura dei vari strati

Il processo mediante pistola a spruzzo è allo scopo di automatizzare il processo di formatura a mano, la differenza è che in questo caso le fibre

vengono deposte simultaneamente nello stampo utilizzando una pistola a spruzzo dotata di dispositivo che sminuzza le fibre in dimensioni predeterminate.

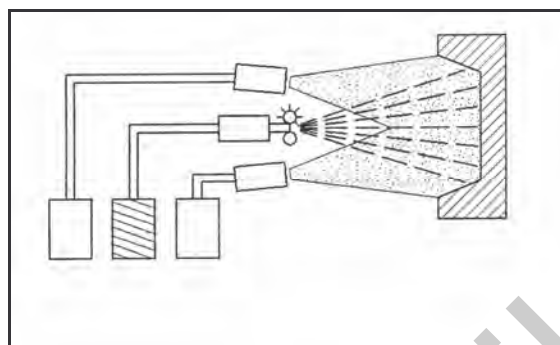


Fig. 1.8 Preparazione di componenti in materiale composito mediante pistola a spruzzo

La formatura a sacco utilizza uno stampo aperto fatto in metallo o materiali ceramici. Le operazioni di deposizione sono analoghe a quelle della formatura a mano. Caratteristica del procedimento è che l'insieme dei vari strati di materiale composito viene coperto con una membrana flessibile a tenuta, chiamata sacco, in grado di ottenere il vuoto al suo interno. L'insieme delle lamine disposte nella forma viene sottoposto a temperatura e/o pressione sufficienti a garantire la fuoriuscita dell'aria intrappolata, della resina in eccesso, delle sostanze volatili e del solvente residuo ed a permettere il completamento della reticolazione della resina termoindurente in un forno ad opportune temperature. Nella variante di formatura a sacco in autoclave il procedimento è analogo al caso precedente con la differenza che il pezzo può essere sottoposto a cicli termici e di pressione in grado di realizzare la completa reticolazione della resina termoindurente (l'autoclave è un forno pressurizzato). Il vuoto viene mantenuto all'interno del sacco anche durante la successiva fase di raffreddamento per minimizzare eventuali incurvamenti o distorsioni del componente, causati da eventuali gradienti di temperatura. Con questo procedimento si possono raggiungere percentuali in volume della fibra di rinforzo elevate (60-65%), ridottissima presenza di vuoti e un ottimo controllo dimensionale degli spessori del materiale composito, per cui questo processo è indicato per la produzione di componenti ad elevata resistenza nel settore aerospaziale...

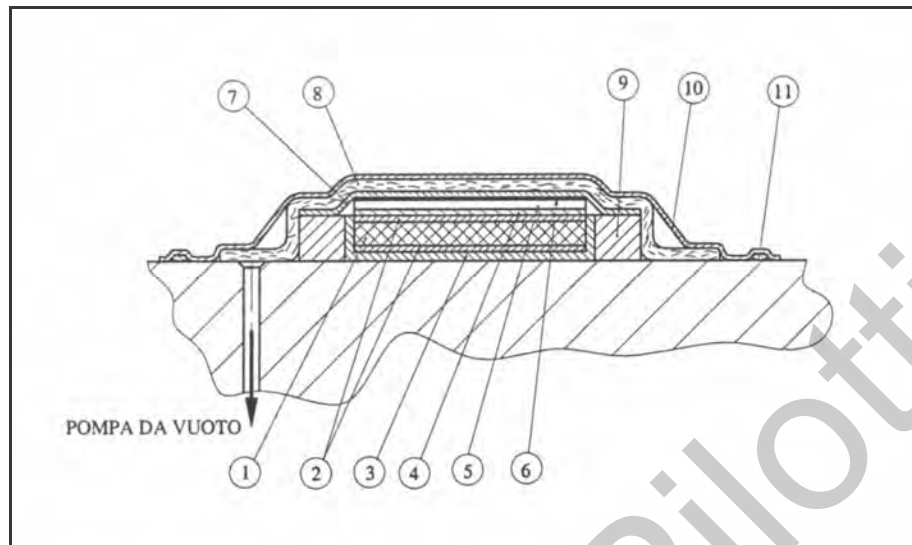


Fig. 1.9 Disegno schematico dei vari strati identificabili in un componente preparato mediante formatura a sacco: (1)Pacco di strati, (2)Pellicola protettiva (peel ply), (3)Rivestimento di protezione (release film), (4)Strato perforato, (5)Strato assorbente (bleeder), (6)Rivestimento (caul plate), (7)Membrana perforata, (8)Strato (brather or vent material),(9)Bordi (silicon-edge dam), (10)Sacco (bag)

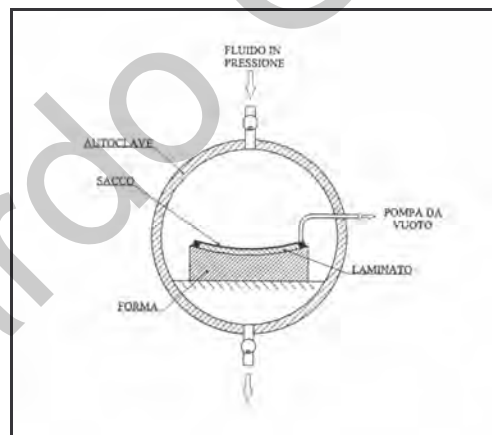


Fig. 1.10 Formatura a sacco in autoclave

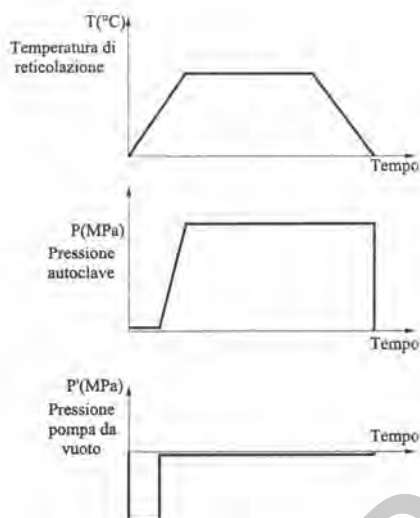


Fig. 1.11 Ciclo di pressione e temperatura utilizzato durante il ciclo di formatura a sacco in autoclave

Nella formatura per avvolgimento di filamenti il processo consiste nell'avvolgere elementi di rinforzo continui, impregnati di resina, attorno a un mandrino, allo scopo di produrre superfici di rivoluzione. Generalmente si utilizzano filamenti continui disposti parallelamente (non ritorti o tows), che vengono impregnati di resina durante l'avvolgimento, ma possono essere impiegati anche filamenti ritorti, tessuti, preimpregnati... Il procedimento consiste nell'utilizzare un mandrino rotante ed un dispositivo, in modo relativo rispetto al mandrino stesso che dispone fibre di rinforzo. Con questa apparecchiatura si possono realizzare sia avvolgimenti elicoidali (per tubazioni) che avvolgimenti polari (per ottenere recipienti con fondi chiusi). La resina può essere applicata prima (prepreg winding), durante (wet winding) o dopo il procedimento di avvolgimento delle fibre (postimpregnation).

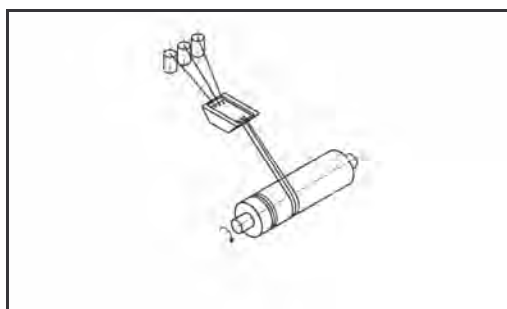


Fig. 1.12 Avvolgimento di filamenti di tipo elicoidale

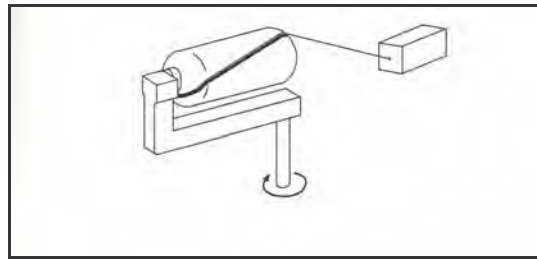


Fig. 1.13 Avvolgimento di filamenti di tipo polare

I processi di produzione dei materiali compositi in stampo chiuso hanno la caratteristica di realizzare una finitura superficiale più accurata di quella ottenibile con processi in stampo aperto e su entrambe le superfici del pezzo realizzato. I principali processi di produzione in stampo chiuso sono: formatura continua di profili (pultrusion), formatura di profili a passi successivi (pulforming o step molding), stampaggio per compressione (compression molding), stampaggio a trasferimento (resin transfer molding: RTM) e stampaggio a iniezione (injection molding).

Il procedimento di formatura continua di profili consiste nel far passare elementi di rinforzo continui, impregnati di resina, all'interno di una matrice opportunamente sagomata, per dar forma a prodotti continui con una dimensione preponderante rispetto alle altre due. I componenti prodotti, in questo caso, vengono tirati attraverso la matrice mediante opportuni dispositivi agenti dall'esterno (fibre di rinforzo continue).

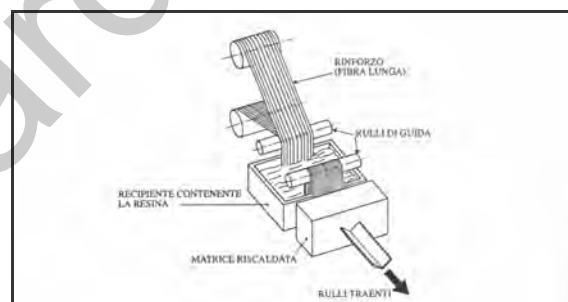


Fig. 1.14 Formatura dei profili continua

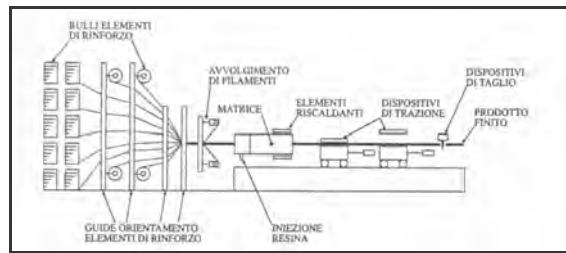


Fig. 1.15 Formatura dei profili continua con iniezione della resina

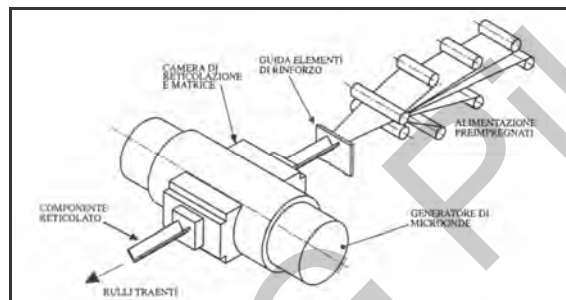


Fig. 1.16 Formatura dei profili continua con utilizzo di materiali preimpregnati

Il processo di formatura a passi successivi avviene ponendo, anche in questo caso, il materiale di rinforzo in trazione e costringendolo ad attraversare un bagno contenente la resina e il catalizzatore. Il materiale impregnato viene, però, tirato all'interno di uno stampo, diviso in due parti e riscaldato dall'esterno, che viene chiuso in modo da imprimere la forma definitiva. Lo stampo riscaldato permette la completa reticolazione della resina e una volta ultimata lo stampo viene aperto, la parte eseguita viene trascinata fuori dallo stampo e la porzione successiva viene tirata dentro lo stampo (processo batch).

Lo stampaggio per compressione avviene comprimendo il materiale, con l'ausilio di un'opportuna pressa, tra uno stampo e un conrostampo in acciaio (per una buona finitura superficiale) che vengono riscaldati per realizzare la reticolazione della resina. Le fasi successive sono poi la rimozione delle bave e gli eventuali trattamenti termici di consolidamento per migliorare le proprietà del prodotto (post curing).

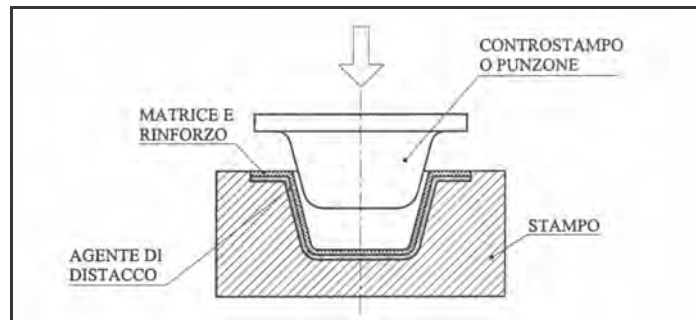


Fig. 1.17 Stampaggio per compressione

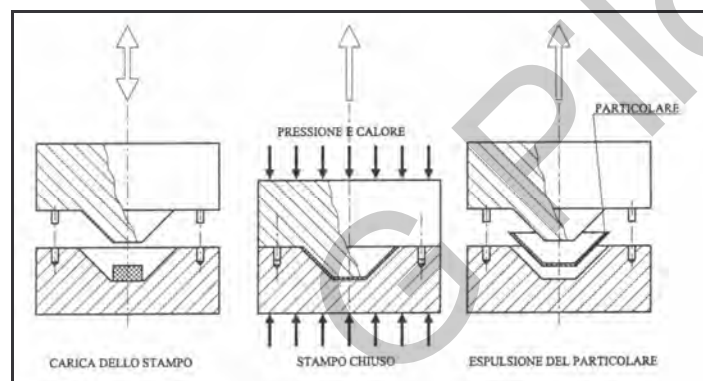


Fig. 1.18 Schema del dispositivo per la formatura per compressione con composto da stampaggio

Lo stampaggio a trasferimento è un processo in forma chiusa a bassa pressione. Anche questo procedimento utilizza uno stampo e un controstampo. Il materiale di rinforzo, senza aggiunta di resina, viene deposto nello stampo inferiore aperto. Lo stampo viene chiuso e mantenuto in tale condizione mediante opportuna pressa. A differenza del procedimento precedente, la resina da utilizzare viene iniettata nello stampo già chiuso mediante uno stantuffo. La resina liquida e il catalizzatore sono spesso contenuti in camere separate, collegate allo stampo mediante canali e attacchi di colata. Nella parte inferiore viene spesso praticato il vuoto, prima e durante l'iniezione della resina, per facilitare l'ingresso della stessa e per rendere minima la possibilità di formazione di difetti e di sacche d'aria intrappolata (in altri casi sono solo praticati dei fori per l'evacuazione dell'aria). Lo stantuffo mantiene la pressione fino alla completa reticolazione del composito dopodiché lo stampo viene aperto e il pezzo rimosso e ripulito.

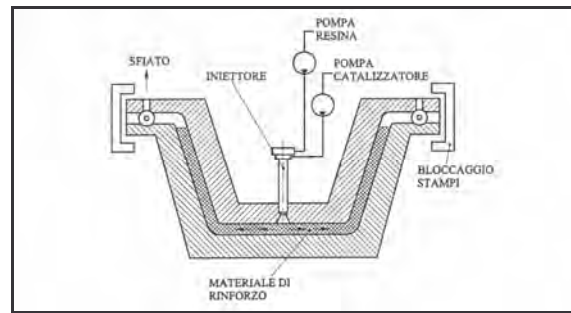


Fig. 1.19 Stampaggio a trasferimento

Lo stampaggio a iniezione è molto simile allo stampaggio per trasferimento in quanto utilizza sempre stampi chiusi, canali e attacchi di colata per l'immissione della resina. Nello stampaggio ad iniezione, però, l'alimentazione non viene fornita da uno stantuffo ma utilizzando una coclea che ruota all'interno di un cilindro. L'asse dell'attrezzatura è orizzontale, così che il piano di divisione dello stampo è verticale.

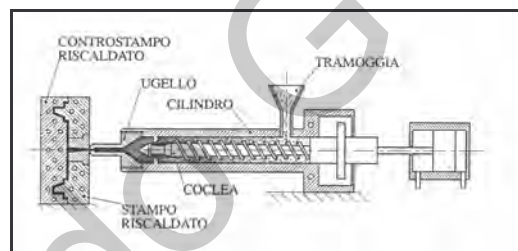


Fig. 1.20 Stampaggio per iniezione

I processi di produzione dei materiali compositi a matrice metallica sono numerosi, si parla di pressatura a freddo o a caldo (sinterizzazione della metallurgia delle polveri), infiltrazione del metallo liquido, pressofusione (o infiltrazione di metallo in pressione), fusione...

1.4 Analisi della lamina

La lamina è un mezzo trasversalmente isotropo, di piccolo spessore in modo tale che le tensioni lungo la direzione 3 siano nulle, come nei problemi di tensione piana: $\sigma_3=0$

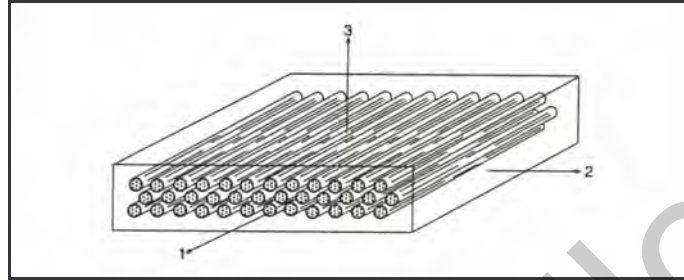


Fig. 1.21 Lamina ortotropa

Si ottiene, così, una lamina la cui matrice di flessibilità lungo gli assi di ortotropia 1,2 si ricava facilmente dalla matrice di flessibilità di un materiale

$$\text{ortotropo: } C = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad \text{diventa}$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad \text{mentre la matrice di rigidità diventa:}$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix}$$

Un laminato è costituito da diversi strati in cui le fibre di rinforzo hanno un dato orientamento. Il laminato più comune che ha fibre ad alto modulo di resistenza annegate in una matrice costituisce una microstruttura in cui ciascuna lamina è un mezzo ortotropo, poiché possiamo individuare tre piani ortogonali di simmetria. Se l e t sono le direzioni longitudinale e trasversale e z è la direzione perpendicolare al piano l,t, i tre piani di simmetria sono l,z – t,z – l,t. Sia θ l'angolo formato tra la direzione x e la direzione l delle fibre (in

senso antiorario), l'equazione costitutiva, trascurando l'effetto termico,

diventa: $\begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{bmatrix} = \bar{C} \begin{bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \tau_{lt} \end{bmatrix}$ dove la matrice $\bar{C}$ è una matrice di flessibilità riferita

al sistema di riferimento l,t (cioè al posto dei pedici 1,2 si sostituiscono i pedici l,t nelle matrici di rigidezza e flessibilità).

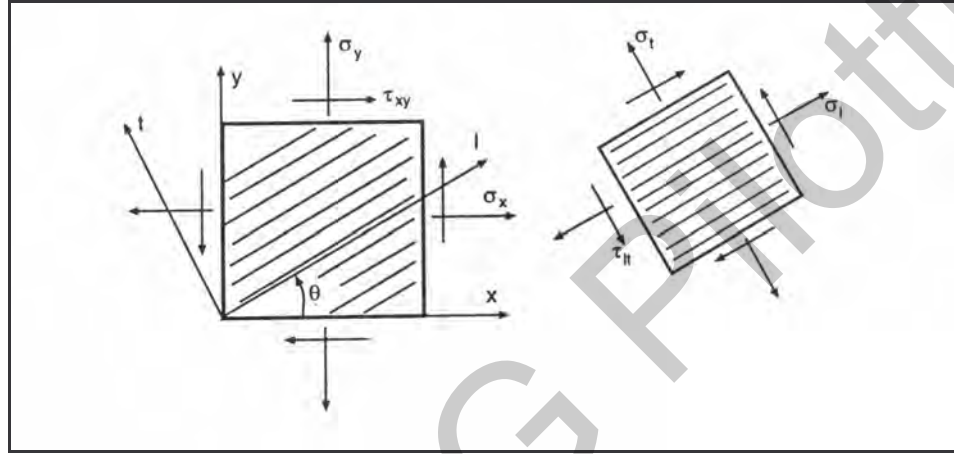


Fig. 1.22 Lamina nel riferimento locale l,t e globale x,y

I pedici l,t indicano il sistema principale mentre i pedici 1,2 rappresentano il sistema di riferimento. Invertendo la matrice di flessibilità otteniamo la

matrice di rigidezza $\bar{D}$ nel sistema principale e, quindi, $\begin{bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \tau_{lt} \end{bmatrix} = \bar{D} \begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{bmatrix}$

Per passare dal sistema di riferimento a quello principale utilizziamo dei tensori di trasformazione del 4° ordine:

$$\bar{\sigma} = T_{\sigma} \cdot \sigma$$

$$\bar{\varepsilon} = T_{\varepsilon} \cdot \varepsilon$$

che godono delle proprietà: $T_{\varepsilon}^{-1} = T_{\sigma}^T$ e $T_{\sigma}^{-1} = T_{\varepsilon}^T$

perciò si può ricavare che:

$$D = T_{\varepsilon}^T \bar{D} T_{\varepsilon} \text{ e } C = T_{\sigma}^T \bar{C} T_{\sigma}$$

Applicando le relazioni precedenti si trova che l'equazione costitutiva di una lamina ortotropa ruotata rispetto al riferimento principale, risulta quella di un materiale anisotropo dal momento che la matrice di rigidezza è una matrice piena 3×3 (analogamente per la matrice di flessibilità).

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Contrariamente al caso isotropo, la presenza dei termini D_{13} e D_{23} accoppia σ_x , σ_y sia alle deformazioni ϵ_x , ϵ_y che allo scorrimento γ_{xy} . Esiste quindi un accoppiamento sforzo normale-taglio. È interessante calcolare i parametri di una lamina al variare dell'angolo di inclinazione θ , determinando l'andamento in funzione di θ dei sei termini della matrice D .

La matrice di flessibilità si ottiene invertendo la matrice di rigidezza precedentemente calcolata, ottenendo così:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{\eta_{xy}}{G_{xy}} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{\mu_{xy}}{G_{xy}} \\ \frac{\eta_x}{E_x} & \frac{\mu_y}{E_y} & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad \text{dove } E \text{ è il modulo di Young, } G \text{ è il}$$

modulo di elasticità trasversale, ν è il coefficiente di Poisson. Per effetto di taglio puro $\tau_{xy} = \tau$ e $\sigma_x = \sigma_y = 0$ ricaviamo il coefficiente di mutua influenza del secondo tipo $\eta_{xy} = \frac{\epsilon_x}{\gamma_{xy}}$ e il coefficiente di Chentsov $\mu_{xy} = \frac{\epsilon_y}{\gamma_{xy}}$, quindi i coefficienti η_{xy} , μ_{xy} misurano la deformazione lungo x e y in rapporto allo scorrimento. Se si considera, invece, uno sforzo normale puro, $\sigma_x = \sigma$, $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$, si trova il coefficiente di mutua influenza del primo tipo che vale: $\eta_x = \frac{\gamma_{xy}}{\epsilon_x}$, infatti, i coefficienti η_x , η_y misurano lo scorrimento in rapporto alla deformazione normale. Dato lo stato di tensione in un punto, determiniamo le direzioni principali di tensione e deformazione. Le tensioni principali sono

date da: $\sigma_p = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$ mentre l'angolo principale

secondo cui le tensioni normali sono massime vale $\theta_{p1} = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right)$

la massima tensione di taglio vale $\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$ e l'angolo

corrispondente $\theta_{p2} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \right)$. Analogamente per le direzioni

principali: $\epsilon_p = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \right)^2 + \frac{\gamma_{xy}^2}{4}}$ e l'angolo principale di

deformazione $\theta_{p3} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\gamma_{xy}}{\epsilon_x - \epsilon_y} \right)$, la massima deformazione di taglio è

$\gamma_{\max} = \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}$ e l'angolo corrispondente

$\theta_{p4} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\epsilon_y - \sigma_x}{\gamma_{xy}} \right)$ si deve tener conto che a meno di materiali

isotropi l'angolo principale di deformazione non coincide con quello principale di tensione.

Le teorie che permettono di studiare il comportamento di una lamina soggetta a flessione sono due: la teoria di Kirchhoff che suppone che il piano medio non si deformi, che un segmento rettilineo e normale al piano neutro dopo la deformazione sia ancora rettilineo alla superficie elastica e che si possano trascurare le forze di taglio (ciò è valido nel caso di una lastra di piccolo spessore), si ottiene, così, (e si può dimostrare) che

$$\frac{h^3}{12} \left(\frac{E_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \left(\frac{\nu_{xy}E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} + 2G_{xy} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = p(x, y)$$

dove w è lo spostamento trasversale e p è la pressione distribuita sopportata dalla lamina; e la teoria di Mindlin in cui non si trascura l'effetto di taglio e le altre ipotesi del caso precedente, questa è la teoria che si applica alle lastre di grosso spessore e si perviene alle seguenti deformazione di flessione e taglio:

$$\epsilon_f = z \begin{bmatrix} -\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ -\frac{\partial \theta_y}{\partial x} - \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \end{bmatrix} \text{ e } \epsilon_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \end{bmatrix}.$$

La rottura di una lamina può avvenire con meccanismi diversi, che dipendono dal tipo di carico (trazione o compressione), dalla microstruttura (diametro delle fibre, rapporto tra fibra e matrice, distribuzione delle fibre)... La rottura non avviene come per i metalli con una zona elastica seguita da una zona plastica, in quanto il comportamento è quello tipico di un materiale fragile con rottura improvvisa. Per determinare le condizioni di rottura di una lamina, le tensioni calcolate sono riferite al sistema principale e poi confrontate coi

parametri principali del materiale: σ_{IT} , σ_{IC} sono le tensioni di rottura a trazione e compressione nella direzione l; σ_{tT} , σ_{tC} sono le tensioni di rottura a trazione e compressione nella direzione t; τ_{lT} sono le tensione di rottura a taglio.

I criteri di rottura applicabili alla lamina unidirezionale reperibili in letteratura sono moltissimi, ma quelli più noti sono il criterio della massima tensione, della massima deformazione (le tensioni e le deformazioni principali, rispettivamente, devono essere compresi nel range definito dalle tensioni e deformazioni di rottura rispettivamente ai criteri adottati), il criterio di Tsai-Hill e il criterio di Tsai-Wu (questi ultimi due criteri descrivono la condizione di rottura in un dominio nel piano σ_l , σ_t e non si ha rottura se la tensione massima sta all'interno di questo dominio). L'utilizzo del criterio più appropriato dipende dal tipo di materiale e dal tipo di carico, quindi sono essenziali dati sperimentali. I criteri della massima tensione e della massima deformazione sono adatti a rotture fragili, mentre i criteri di Tsai-Hill e Tsai-Wu sono più utilizzati nella rottura duttile dove predomina l'effetto di taglio e della compressione. Il criterio di Tsai-Hill richiede un'analisi quadrante per quadrante, mentre il criterio di Tsai-Wu è descritto da un'unica equazione. Nei laminati in cui si hanno tipi di rottura fragile o duttile a seconda del tipo di carico si possono applicare criteri ibridi, incorporando criteri diversi nei diversi quadranti del piano σ_l , σ_t . In tutti i casi sono necessari dati sperimentali. Un laminato è formato da diversi strati, ciascuno dei quali è costituito da un materiale resistente, il rinforzo, e da un materiale omogeneo, la matrice. Se la lamina è costituita da fibre lunghe disposte secondo una direzione preferenziale, esse determinano il comportamento ortotropico della lamina (resistenza a trazione in una sola direzione: per questo le diverse lamine hanno un orientamento diverso opportuno). La fibra e la matrice possono essere presenti nella lamina con una diversa percentuale, per cui è logico che le proprietà della lamina variano al variare della composizione. Un problema importante è l'omogeneizzazione della lamina: trasformare il comportamento del materiale eterogeneo in un materiale a comportamento omogeneo equivalente. Perciò si studia l'interazione tra i materiali costituenti la stessa facendo le seguenti ipotesi semplificative: ciascun componente ha un comportamento elastico e mantiene le sue caratteristiche sia isolato che inserito nel composito, si ha perfetta aderenza tra la fibra e la matrice, nella zona di interfaccia lo spessore è nullo, la distribuzione delle fibre nella matrice è regolare. I modi per ottenere teoricamente le proprietà della lamina sono: la regola delle miscele, la teoria dell'elasticità, la tecnica agli elementi finiti e il metodo sperimentale. Con il primo metodo si possono ottenere rapidamente le proprietà della lamina e in modo abbastanza affidabile:

$$\text{modulo di elasticità longitudinale } E_l = E_m V_m + E_f V_f$$

$$\text{coefficiente di Poisson } \nu_{lt} = \nu_m V_m + \nu_f V_f$$

modulo di elasticità trasversale $\frac{1}{E_t} = \frac{V_m}{E_m} + \frac{V_f}{E_f}$

modulo di taglio $\frac{1}{G_{lt}} = \frac{V_m}{G_m} + \frac{V_f}{G_f}$

coefficiente di dilatazione termica longitudinale $\alpha_l = \frac{\alpha_f E_f V_f + \alpha_m E_m V_m}{E_f V_f + E_m V_m}$

coefficiente di dilatazione termica trasversale

$$\alpha_t = (\alpha_m V_m + \alpha_f V_f) + \frac{\nu_f E_m - \nu_m E_f}{E_f V_f + E_m V_m} V_f V_m (\alpha_f - \alpha_m)$$

Se per il calcolo delle caratteristiche elastiche della lamina è stato possibile rendere il materiale equivalente ad un materiale omogeneo, per il carico di rottura non è possibile omogeneizzare il materiale per la grande varietà dei modi di deformazione che portano alla rottura. Si possono distinguere i seguenti casi:

- rottura trasversale delle fibre, fragile o duttile a seconda della loro natura
- rottura trasversale e longitudinale della matrice con formazione di microfessure
- rottura del legame fibra-matrice (Debonding)
- delaminazione con separazione degli strati del composito

I primi tre meccanismi si riferiscono alla singola lamina, mentre l'ultimo è presente nel composito. La rottura finale del composito unidirezionale è il risultato dell'accumulo di questi diversi meccanismi elementari. L'inizio e la propagazione della frattura dipendono dalle proprietà della fibra e della matrice, dal tenore della fibra, dalle forze di coesione fibra-matrice e dalle condizioni di carico.

1.5 Analisi del laminato

Si analizza un laminato costituito da più strati di materiale ortotropo, dove k è lo strato generico e N il numero totale di strati.

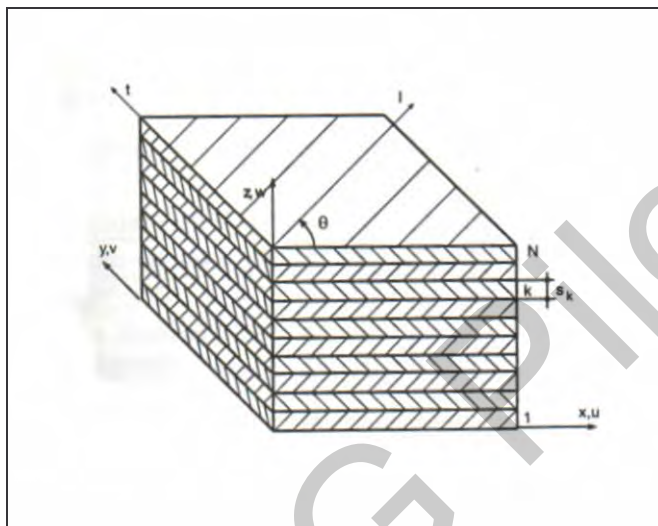


Fig. 1.23 Laminato

Il comportamento macroscopico di una lamina può essere valutato sperimentalmente, oppure con un modello che omogeneizza il composito utilizzando le proprietà della matrice e della fibra. Conoscendo le proprietà della singola lamina, è possibile ricavare la ricerca costitutiva del laminato supponendo che gli strati aderiscano perfettamente (assenza di delaminazione). Il modo con cui disporre gli strati deve seguire alcune regole generali ed alcune di carattere tecnologico, di solito si utilizzano angoli di $\theta = 0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ$. Se sul laminato agisce uno sforzo normale preponderante, dovremo orientare le fibre secondo tale direzione di carico: $\theta = 0^\circ$, mentre se è presente uno sforzo di taglio le fibre dovranno essere disposte a $\pm 45^\circ$. È buona norma utilizzare più di quattro lamine consecutive nella stessa direzione e lo spessore del laminato deve essere superiore a 1 mm. Si determini la matrice costitutiva di un generico laminato, utilizzando la teoria dell'elasticità. Si suppone che esista uno stato piano di tensione in modo che le tensioni intralaminari, $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, siano diverse da zero, mentre le tensioni interlaminari $\sigma_z, \tau_{xz}, \tau_{yz}$, siano nulle. Questa ipotesi è vera lontano dalle zone di discontinuità geometrica e in particolare dai bordi liberi. Infatti in tali zone si originano per mantenere la continuità delle deformazioni intralaminari, delle tensioni σ_z che tendono a distaccare le lamine e delle tensioni tangenziali τ_{xz}, τ_{yz} che tendono invece a farle scorrere una sull'altra. Nasce così il fenomeno della delaminazione, che può essere evitato irrigidendo i bordi liberi. La natura e l'entità di queste tensioni valutabili sperimentalmente o numericamente dipendono dalla sequenza angolare delle lamine oltre che dalle relative

proprietà. La lamina k-esima, in un laminato a N strati, ha una superficie superiore che dista dalla fibra neutra z_k : $z_k = \bar{z}_k + \frac{s_k}{2}$ essendo $\bar{z}_k$ la distanza del baricentro della lamina dalla linea neutra.

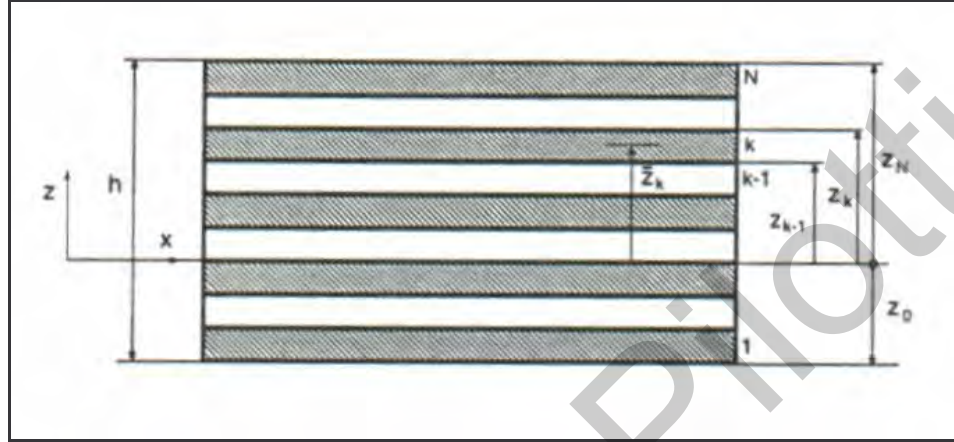


Fig. 1.24 Disposizione del laminato

L'equazione costitutiva della lamina k-esima in assenza di effetti termici è $\sigma^k = D^k \cdot \varepsilon_T$ dove la matrice D^k è la matrice di rigidezza già ricavata per la singola lamina mentre ε_T è la deformazione totale. Per una lamina si può sovrapporre l'effetto flessionale a quello di sforzo normale, così che la deformazione totale in un punto distante z dall'asse neutro vale: $\varepsilon_T = \varepsilon + z \cdot c$ dove c rappresenta il vettore curvatura della lamina, otteniamo così:

$$\sigma^k = D^k (\varepsilon + z \cdot c)$$

Siccome la matrice D^k è diversa per ogni lamina, l'andamento della tensione nello spessore non è continuo, e, poiché, le deformazioni si possono assumere lineari anche il modulo di Young è discontinuo. Il vettore delle forze risultanti per unità di lunghezza è

$$n = \int_{-z_0}^{z_N} \sigma \cdot dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma^k dz = \sum_{k=1}^N D^k \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} \varepsilon \cdot dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} c \cdot z \cdot dz \right),$$

mentre il vettore momento torcente vale

$$m = \int_{-z_0}^{z_N} \sigma \cdot z \cdot dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma^k \cdot z \cdot dz = \sum_{k=1}^N D^k \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} \varepsilon \cdot z \cdot dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} c \cdot z^2 \cdot dz \right)$$

Tenendo conto che deformazione ε e curvatura c sono indipendenti da z , per integrazione si trova che:

$$\begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_m & D_{mf} \\ D_{mf} & D_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon \\ c \end{bmatrix}$$

$$D_{ij}^m = \sum_{k=1}^N (z_k - z_{k-1}) D_{ij}^k = \sum_{k=1}^N s_k \cdot D_{ij}^k$$

$$D_{ij}^{mf} = \sum_{k=1}^N (z_k^2 - z_{k-1}^2) D_{ij}^k = \sum_{k=1}^N s_k \cdot \bar{z}_k \cdot D_{ij}^k$$

$$D_{ij}^f = \sum_{k=1}^N (z_k^3 - z_{k-1}^3) D_{ij}^k = \sum_{k=1}^N \left(s_k \cdot \bar{z}_k^2 + \frac{s_k^3}{12} \right) D_{ij}^k$$

La matrice D_m è la matrice membranale, in cui i termini D_{13} e D_{23} accoppiano la membrana a taglio, ovvero per effetto di un carico normale alla lamina fanno nascere delle tensioni tangenziali

D_f è la matrice flessionale, in cui i termini D_{13} e D_{23} accoppiano flessione e torsione: per effetto di una flessione normale alla lamina fanno nascere tensioni torsionali

D_{mf} accoppia effetto membranale e effetto flessionale, precisamente D_{11} , D_{12} , D_{22} accoppiano membrana e flessione, D_{13} , D_{23} accoppiano membrana e torsione, D_{33} accoppia taglio e torsione.

In generale il laminato tridimensionale avrà in generale una superficie neutra che non coincide col piano medio, e poiché nel piano xz la disposizione degli strati non è uguale a quella del piano yz, allora i valori dei moduli elastici nei due piani, E_x e E_y , differiscono: si avranno, allora due linee neutre a quote diverse.

La matrice di flessibilità C si ottiene come inversione della matrice di rigidezza D calcolata in precedenza.

Per le componenti di taglio nel riferimento principale si trova che:

$$\bar{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_{tz} \\ \tau_{tl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{G}_{tz} & 0 \\ 0 & \bar{G}_{tz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{tz} \\ \gamma_{tz} \end{bmatrix} = \bar{D}_s \cdot \bar{\epsilon}_s$$

dove $\bar{G}_{tz} = G_{tz} / \chi$ e $\bar{G}_{tz} = G_{tz} / \chi$ con χ fattore di taglio.

L'equazione costitutiva della componente di taglio nel riferimento cartesiano diventa con le trasformazioni già effettuate per la lamina singola:

$$\tau^k = \bar{D}_s^k \cdot \epsilon_s$$

dove $\bar{D}_s^k = T^T \cdot \bar{D}_s^k \cdot T$ e T è la matrice di trasformazione dal riferimento principale a quello cartesiano.

Il vettore forza risultante di taglio per unità di lunghezza è:

$$t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N s_k \cdot \tau_{xz}^k \\ \sum_{k=1}^N s_k \cdot \tau_{yz}^k \end{bmatrix} = D_s \cdot \varepsilon_s$$

dove la matrice di rigidezza del materiale al taglio è $D_s = \sum_{k=1}^N s_k \cdot \bar{D}_s^k$.

Ci sono poi diversi casi particolari di studio più approfondito a seconda della distribuzione delle lamine:

1. Caso simmetrico: le lamine sono disposte in modo simmetrico rispetto alla superficie media sia per le proprietà geometriche che dei materiali.

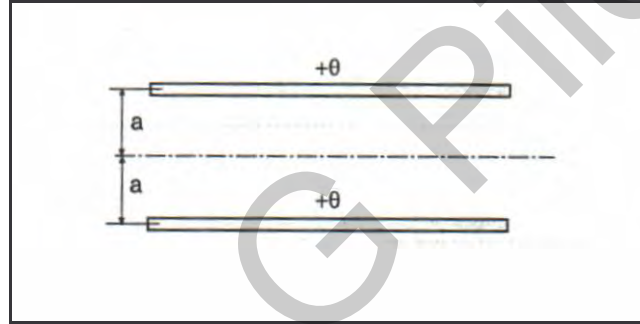


Fig. 1.25 Caso simmetrico

Quindi se è presente una lamina che forma un angolo $+\theta$ o $-\theta$ con la direzione x per z_k , allora deve essere presente una lamina ugualmente inclinata di un angolo $+\theta$ o $-\theta$ per $-z_k$. In questo caso le relazioni flessionali precedenti si semplificano perché la matrice D_{mf} è nulla e perché non c'è più accoppiamento tra effetto flessionale e membranale, ovvero la superficie media coincide col piano medio. Per un laminato simmetrico si può dimostrare che si ottengono le seguenti equazioni (trascurando l'effetto del taglio nella componente flessionale):

$$D_{11}^m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2D_{13}^m \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + D_{33}^m \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D_{13}^m \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (D_{12}^m + D_{33}^m) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + D_{23}^m \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$$

$$D_{13}^m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (D_{12}^m + D_{33}^m) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + D_{23}^m \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D_{33}^m \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2D_{23}^m \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + D_{22}^m \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$$

$$D_{11}^f \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{13}^f \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12}^f + 2D_{33}^f) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{23}^m \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22}^m \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y)$$

2.Caso antisimmetrico: la simmetria di un laminato viene richiesta il più delle volte per evitare accoppiamento tra effetto membranale e flessionale.

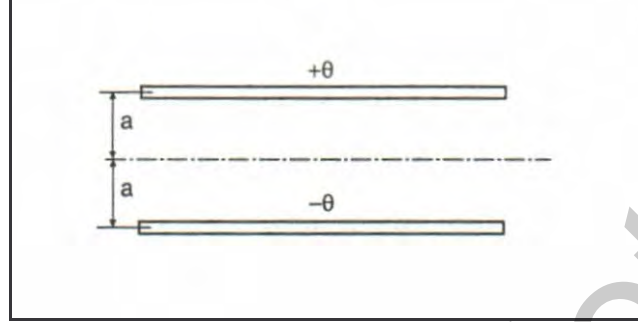


Fig. 1.26 Caso antisimmetrico

Comunque ci sono casi in cui si richiedono compositi antisimmetrici per ottenere particolari comportamento come quello della costruzione delle pale delle turbine dove è necessario avere una pretorsione del sistema. Una disposizione antisimmetrica comune prevede una lamina a $+\theta$ da una parte della superficie media ed una lamina a $-\theta$ dalla parte opposta. In tal caso il piano medio è baricentro, e si può ricavare che $E_x^{+\theta} = E_x^{-\theta}$. La matrice costitutiva membranale di questo laminato è data da:

$$D_m = 2 \sum_{k=1}^{N/2} s_k \begin{bmatrix} D_{11}^k & D_{12}^k & 0 \\ D_{12}^k & D_{22}^k & 0 \\ 0 & 0 & D_{33}^k \end{bmatrix}$$

quella flessionale

$$D_f = 2 \sum_{k=1}^{N/2} s_k \cdot \left(\bar{z}_k^2 + \frac{s_k^2}{12} \right) \begin{bmatrix} D_{11}^k & D_{12}^k & 0 \\ D_{12}^k & D_{22}^k & 0 \\ 0 & 0 & D_{33}^k \end{bmatrix}$$

quella di accoppiamento membranale-torsionale

$$D_{mf} = 2 \sum_{k=1}^{N/2} s_k \cdot |\bar{z}_k| \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & D_{13}^k \\ 0 & 0 & D_{23}^k \\ D_{13}^k & D_{23}^k & 0 \end{bmatrix}$$

(nel caso di numero di lamine dispari le matrici costitutive sono uguali a quelle precedenti più la matrice costitutiva dello strato centrale).

3. Laminati incrociati (cross-ply): sono costituiti da lamine le cui direzioni principali sono orientate alternativamente a 0° e 90° ma non necessariamente di uguale spessore.

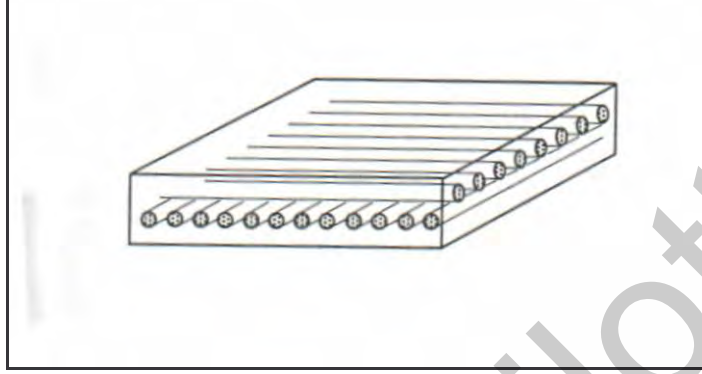


Fig. 1.27 Laminati incrociati

Assumendo con h lo spessore del laminato, con s_k lo spessore della lamina k -esima e con N_0 e N_{90} il numero di lamine a 0° e 90°

rispettivamente, posto che $l_1 = \frac{\sum_{k=1}^{N_0} s_k}{h}$ e $l_2 = \frac{\sum_{k=1}^{N_{90}} s_k}{h}$ si ha che:

$$D_{11}^m = h \cdot (l_1 \cdot \bar{E}_l + l_2 \cdot \bar{E}_t)$$

$$D_{12}^m = h \cdot \nu_{tl} \cdot \bar{E}_l$$

$$D_{22}^m = h \cdot (l_1 \cdot \bar{E}_t + l_2 \cdot \bar{E}_l)$$

$$D_{33}^m = h \cdot \bar{G}_{tl}$$

$$D_{11}^{mf} = \bar{E}_l \sum_{k=1}^{N_0} s_k \bar{z}_k^0 + \bar{E}_t \sum_{k=1}^{N_{90}} s_k \bar{z}_k^{90}$$

$$D_{12}^{mf} = \nu_{tl} \cdot \bar{E}_l \left(\sum_{k=1}^{N_0} s_k \bar{z}_k^0 + \bar{E}_t \sum_{k=1}^{N_{90}} s_k \bar{z}_k^{90} \right)$$

$$D_{22}^{mf} = \bar{E}_t \sum_{k=1}^{N_0} s_k \bar{z}_k^0 + \bar{E}_l \sum_{k=1}^{N_{90}} s_k \bar{z}_k^{90}$$

$$D_{33}^{mf} = \bar{G}_{tl} \cdot \left(\sum_{k=1}^{N_0} s_k \bar{z}_k^0 + \sum_{k=1}^{N_{90}} s_k \bar{z}_k^{90} \right)$$

$$D_{11}^f = \bar{E}_l \sum_{k=1}^{N_0} \left(\frac{s_k^3}{12} + s_k \cdot (\bar{z}_k^0)^2 \right) + \bar{E}_t \sum_{k=1}^{N_{90}} \left(\frac{s_k^3}{12} + s_k \cdot (\bar{z}_k^{90})^2 \right)$$

$$D_{12}^f = \nu_{tl} \cdot \bar{E}_l \cdot \sum_{k=1}^N \left(\frac{s_k^3}{12} + s_k \cdot \bar{z}_k^2 \right)$$

$$D_{22}^f = \bar{E}_t \sum_{k=1}^{N_0} \left(\frac{s_k^3}{12} + s_k \cdot (\bar{z}_k^0)^2 \right) + \bar{E}_l \sum_{k=1}^{N_{90}} \left(\frac{s_k^3}{12} + s_k \cdot (\bar{z}_k^{90})^2 \right)$$

$$D_{33}^f = G_{lt} \sum_{k=1}^N \left(\frac{s_k^3}{12} + s_k \cdot \bar{z}_k^2 \right)$$

In questo caso il laminato può risultare simmetrico o antisimmetrico.

4. Laminato equilibrato: se contiene coppie di uguale spessore e proprietà elastiche, ma orientate sia a $+0$ che a -0 . Il numero totale di lamine è pari e il composito può risultare simmetrico o antisimmetrico. Una caratteristica del laminato equilibrato è che i termini D_{13}^m, D_{23}^m sono nulli, mentre i termini D_{13}^f, D_{23}^f sono nulli solo nel caso antisimmetrico e infine che la superficie neutra è quella media solo nei due casi di laminato equilibrato simmetrico e antisimmetrico.
5. Laminato alternato: un laminato è alternato se contiene lamine a $+0$ e -0 , ma alternativamente. Esso può essere simmetrico e non equilibrato, oppure antisimmetrico ed equilibrato. La superficie neutra è in ogni caso quella media.

Nella seguente tabella vengono riassunte per i diversi particolari compositi che abbiamo esaminato la possibilità di accoppiamento o meno sia membranale che flessionale.

Laminato	D_{13}^m, D_{23}^m	D_{13}^f, D_{23}^f	D_{mf}
Simmetrico	$\neq 0$	$\neq 0$	$= 0$
Antisimmetrico	$= 0$	$= 0$	$\neq 0$
Incrociato simmetrico	$= 0$	$= 0$	$= 0$
Equilibrato	$= 0$	$\neq 0$	$\neq 0$
Equilibrato simmetrico	$= 0$	$\neq 0$	$= 0$
Equilibrato antisimmetrico	$= 0$	$= 0$	$\neq 0$
Alternato ($N \rightarrow \infty$)	$= 0$	$= 0$	$= 0$

Tab. 1.7 Caratteristiche di accoppiamento

1.6 Pannelli sandwich

Le strutture sandwich sono costituite da due lamine esterne e da un core a più bassa densità. Sono nate per ottenere caratteristiche strutturali paragonabili a quelle dei materiali convenzionali unite ad elevata leggerezza. Compito degli strati esterni (pelli) è quello di resistere alle sollecitazioni di trazione, torsione e flessione (un laminato è caricato in trazione e l'altro in compressione). Compito dello strato interno è quello di mantenere inalterato il passo tra gli strati esterni (deve far mantenere alle facce la loro posizione e forma ritardando fenomeni d'instabilità), di garantire la leggerezza globale della struttura, assorbire il carico di taglio trasversale e incrementare le rigidità flessionale e torsionale senza notevoli aumenti di peso della struttura. Il core deve soddisfare a tutte queste caratteristiche, ma le sue doti vengono vanificate se l'adesivo che collega le due facce non è sufficientemente rigido. Riassumendo le caratteristiche principali di un sandwich sono:

- Sopportare tensioni diverse in punti diversi
- Possedere un elevato rapporto resistenza-peso I pannelli sandwich sono costituiti dalla sovrapposizione di tre strati:
- Strati molto sottili e resistenti, detti facce o pelli (face sheet), di materiale metallico o composito multistrato
- Strati di adesivo (peel ply) che devono garantire che il passo tra le due facce e il cuore del sandwich rimanga inalterato
- Uno strato detto cuore (core), di spessore maggiore alle facce, ma molto più leggero e resistente nella direzione dello spessore.

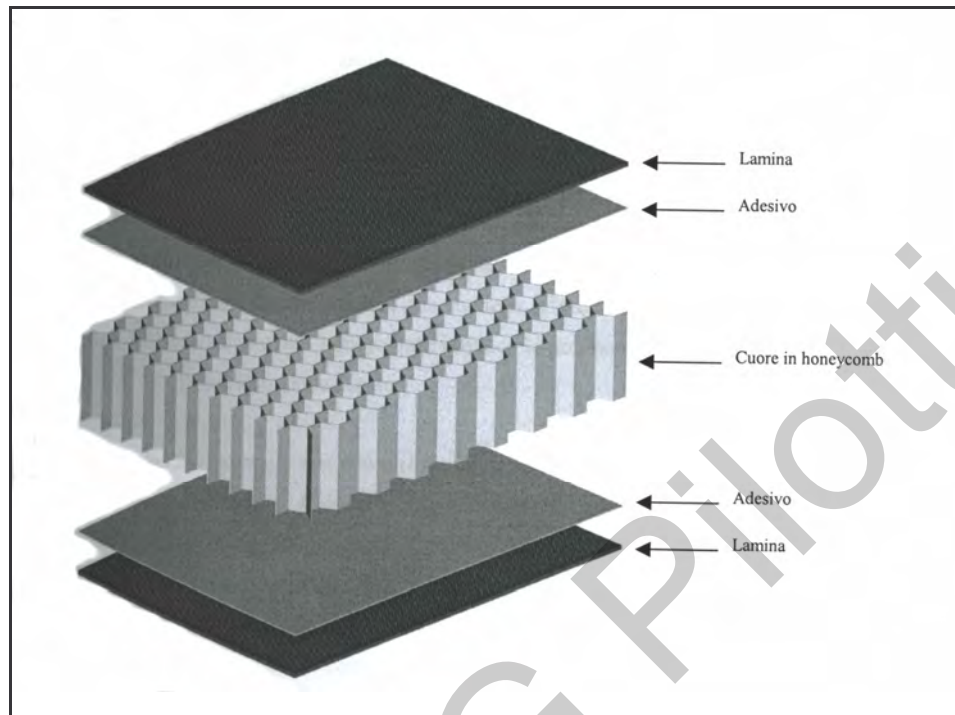


Fig. 1.28 Schema di un pannello sandwich con core in honeycomb

I tipi di sandwich più utilizzati in ambito strutturale sono travi o piastre del tipo:

- Sandwich ordinario: possiede due facce e un cuore interposto tra esse
- Sandwich a faccia aperta: viene realizzato con un cuore e una sola faccia
- Sandwich multistrato: è ottenuto con più facce e cuori opportunamente sovrapposti e collegati

Nelle prime strutture sandwich il core era rappresentato da materiali omogenei a bassa densità come il legno di balsa o di abete, poi sostituite con materie plastiche espanse con un alto grado di porosità interna. Oggi tuttavia la maggior parte delle strutture sandwich ha l'anima realizzata con lamierini di alluminio o Nomex (fibra aramidica brevettata dalla Du Pont) opportunamente sagomati: si parla di core a nido d'ape (honeycomb) o di core corrugati. Nel primo caso i fogli vengono piegati e incollati tra loro realizzando strutture a nido d'ape (le celle sono di forma esagonale), nel secondo, invece, ciascuna lamina viene piegata opportunamente ed incollata alle due facce. L'adesivo viene applicato sotto forma di film ed esso esplica le sue funzioni leganti solo dopo il successivo riscaldamento della struttura.

Il processo di costruzione di un sandwich prevede una serie di operazioni:

- Produzione di un laminato secondo una delle procedure già descritte (formatura in autoclave a pressioni di 6 bar circa)
- Deposizione dell'adesivo (peel ply) su tale faccia
- Assemblaggio del pannello: sul laminato vengono disposti in sequenza il core (honeycomb) il secondo strato di adesivo e le lamine di tessuto preimpregnato (prepreg) nell'ordine e nell'orientazione prevista per il secondo laminato (a questi materiali vengono aggiunti tutti i materiali ausiliari per la cottura in sacco).
- Ciclo termico in autoclave: ciclo analogo a quello di cottura della prima lamina, che, però, avviene a pressioni inferiori (2 bar circa) per evitare lo schiacciamento del core e che provoca la cottura del secondo laminato e la polimerizzazione degli adesivi (poiché le pressioni di cottura delle due lamine sono diverse saranno diverse anche le caratteristiche meccaniche: la pressione di cottura incide sul riflusso della resina verso l'esterno e quindi fa variare il rapporto fibra-matrice; saranno, inoltre, diverse le caratteristiche degli adesivi: quello della prima lamina polimerizza quando questa è stata già formata, mentre quello della seconda polimerizza insieme alla resina della lamina a contatto garantendo un migliore incollaggio di quest'ultima).

Cap.2 Studio degli inserti su pannelli sandwich

2.1 Tipologie

La ricerca effettuata per l'individuazione delle tipologie di inserti impiegati in ambito strutturale, affinché il pannello sandwich possa sopportare un carico esterno, sono schematizzati nella figura seguente:

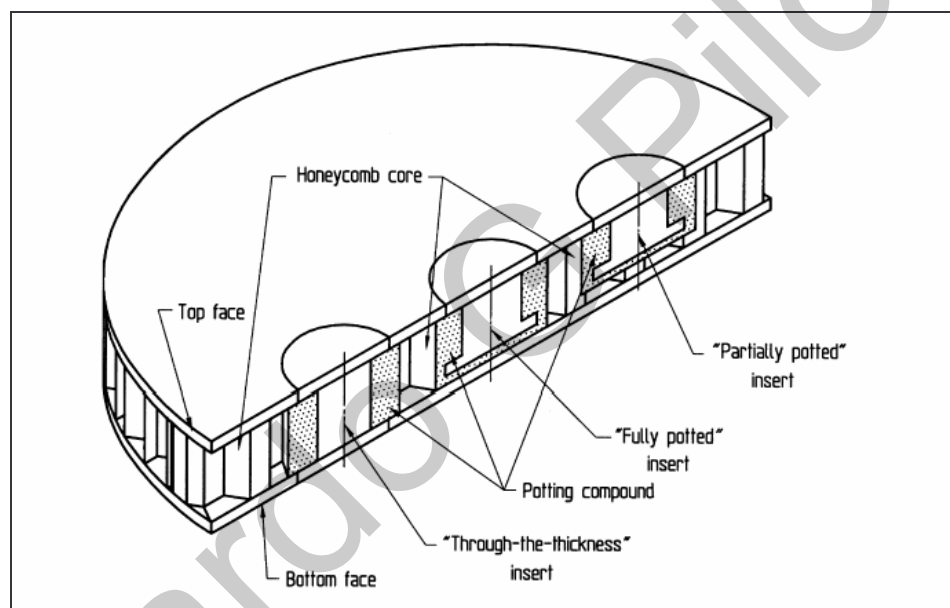


Fig. 2.1 Tipologie degli inserti in pannelli sandwich

In essa si possono individuare i seguenti elementi strutturali:

<i>Denominazione</i>
Cuore a nido d'ape (honeycomb)
Lamina superiore e inferiore (top face e bottom face)
Inserto (insert)
Resina strutturale (potting)

I pannelli sandwich usati in ambito strutturale sono costituiti da pelli di metallo (generalmente Al) o FRP (materiale polimerico rinforzato da fibre) e nido d'ape (honeycomb) in schiuma polimerica, Nomex (fibre aramidiche brevettate dalla Du Pont). Il carico può essere introdotto in questi elementi solo attraverso l'uso di inserti (generalmente in Al) che possono essere di due tipi: passanti e potted (in questo secondo caso distinguiamo quelli partially potted e fully potted). L'insetto passante prevede un elemento metallico ricoperto dalle lamine circondato da una resina di tipo strutturale, generalmente di tipo epossidica: essa assolve i compiti di collegare tra loro l'honeycomb, le pelli e l'insetto, a garantire il trasferimento dei carichi, ad attenuare le tensioni tangenziali indotte da carichi normali che si generano nell'honeycomb nelle zone vicine all'insetto, per la ripartizione del carico tra la resina e l'honeycomb in maniera proporzionale alle loro rigidità, e per far questo, la resina deve avere un modulo di elasticità trasversale 5-10 volte superiore a quello del core G_{WC} e G_{LC} . Per tutti i tipi d'insetto, i meccanismi ideali di trasferimento del carico sono disturbati significativamente nelle regioni vicine all'insetto. Nelle zone che subiscono simili disturbi le pelli si piegheranno localmente sulla loro superficie centrale piuttosto che sulla superficie centrale del pannello. Questo risulta dalla locale concentrazione di tensione nelle pelli, nel cuore e nell'interfaccia tra il cuore e le pelli, e questo potrebbe portare a una prematura rottura del pannello. I pannelli sandwich di solito si rompono per delaminazione, forze di taglio nel cuore o forze di flessione nelle pelli. I locali effetti di flessione non possono essere spiegati con la teoria classica "antiplane" delle piastre sandwich: in questa teoria si idealizza il cuore come se fosse debole considerando che la sua rigidità nel piano parallelo alle facce è nulla, ma il modulo di taglio perpendicolare alle facce è di valore finito. Ciò è in contrasto con i pannelli sandwich con cuore rigido, caratterizzati dal fatto che il cuore ha una certa rigidità nel piano parallelo alle facce, tuttavia, poiché il cuore è molto leggero, l'assunzione di considerare il cuore come debole può essere lecita. Una più avanzata teoria per le piastre sandwich è presentata da Librescu, in cui esse sono considerate simmetriche e il cuore è modellato come una piastra moderatamente spessa, dove la tensione normale trasversalmente al cuore è inclusa nella modellazione (flessibilità trasversale) e si assume che l'allungamento trasversale è costante lungo la sezione del cuore. L'importanza di includere la flessibilità trasversale del cuore, per esempio lo spessore del cuore cambia durante la deformazione del pannello, si rivolge ai problemi di introduzione del carico, problemi dei supporti, e problemi che coinvolgono le discontinuità geometriche e del materiale, per questo è stata formulata una teoria di alto grado (high order) delle travi sandwich: essa include una separata descrizione del cuore e delle facce del sandwich. Il cuore è modellato con uno speciale tipo di solido trasversalmente isotropico dove si considera solo la rigidità fuori dal piano (in altre parole il tipo di cuore considerato è trasversalmente isotropo con isotropia trasversalmente isotropo).

L'inserto passante per la sua natura va previsto e installato durante le fasi di produzione del sandwich: esso viene posto in posizione con l'honeycomb dopo la cottura della prima pelle, ciò richiede una maggiore difficoltà di realizzazione e un maggior costo di produzione. L'inserto di tipo potted, invece, risolve questa complicazione, inserendo l'inserto dopo la produzione del pannello. Una volta creato l'intero pannello si asporta la porzione che di core che deve accogliere l'inserto. Ciò si effettua attraverso l'utilizzo di utensili particolari, poi si introduce l'inserto nella cava appena formata e infine si inietta la resina mediante un ugello infilato in dei fori di cui deve essere provvisto l'inserto. Questo secondo tipo d'inserto si suddivide in due tipologie: fully potted in cui la resina arriva fino in fondo al pannello e quelli partially potted in cui ciò non avviene ma si ha la presenza di una parte di honeycomb.

2.2 Caratterizzazione dell'honeycomb

Il ruolo svolto dal cuore, discusso nel capitolo precedente, ha spinto un approfondimento riguardo il comportamento meccanico, e in particolare su cuori in honeycomb. Per caratterizzare il comportamento dell'honeycomb si possono seguire metodi sperimentali, metodi analitici e metodi agli elementi finiti. Per la caratterizzazione analitica è avvia la dipendenza dei moduli elastici dallo spessore delle lamine, dal loro materiale, dalla geometria a loro conferita, e, anche se meno ovvia, dall'altezza del cuore. Infatti, poiché le facce sono molto più rigide del cuore, ipotizzando un perfetto incollaggio, il cuore ha una rigidità maggiore a ridosso delle lamine, perciò, globalmente si ha una riduzione delle costanti elastiche all'aumentare dello spessore.

I modelli si possono classificare in funzione di questa caratteristica o meno, così otteniamo:

Costanti elastiche nel piano:	Modelli dipendenti dallo spessore: Becker
	Modelli indipendenti dallo spessore: Gibson-Ashby, Master-Evans
Costanti elastiche fuori dal piano:	Modelli dipendenti dallo spessore: Grediac (modelli FEM)
	Modelli indipendenti dallo spessore: Chang-Ebcioglu, Piezen-Didrikson

Nella tabella precedente, mentre per i modelli indipendenti dallo spessore si giunge al risultato finale, per gli altri viene esposta solo la metodologia da seguire, vista la presenza di parametri da definire in funzione di esperienze sperimentali. Per il calcolo delle costanti elastiche nel piano, dei due modelli indipendenti dallo spessore, viene esposto solo quello di Master-Evans, perché considerato di maggiore generalità.

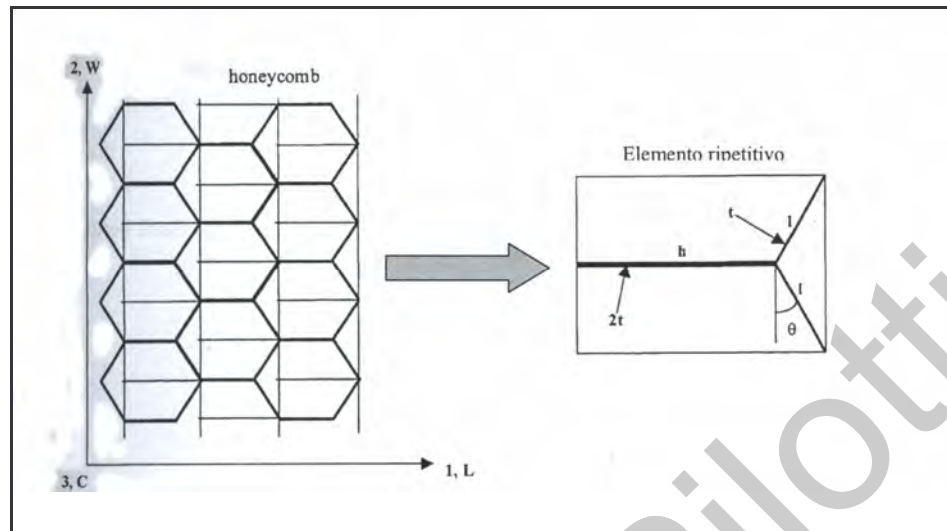


Fig. 2.2 Elemento ripetitivo secondo Master-Evans

Si considerano le deformazioni nelle diverse condizioni di carico e si ritiene che la deformazione totale sia il contributo di tre contributi: trazione (stretching), flessione (flexing) e rotazione (hinging).

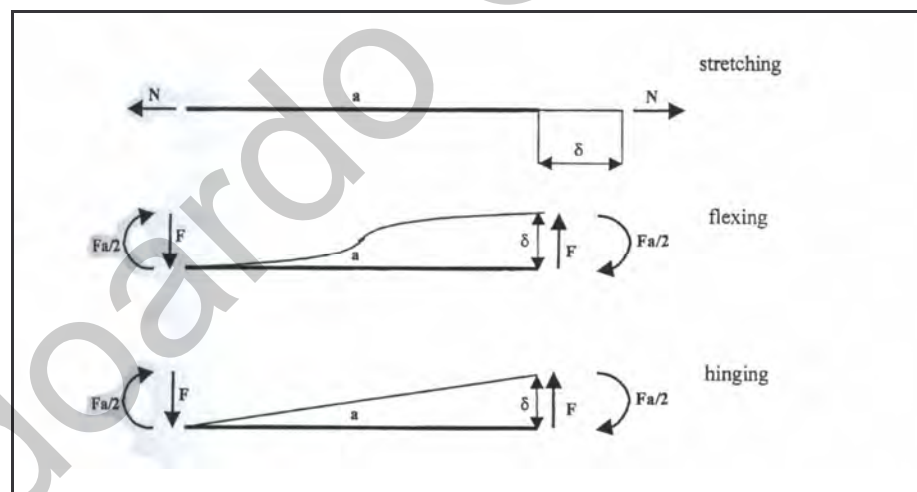


Fig. 2.3 Modi di deformazione secondo Master-Evans

I risultati finali sono:

$$\frac{E_1}{ET} = \left(\frac{R + \sin(\theta)}{\cos(\theta)} \right) \frac{1}{(R + \sin^2(\theta)) + \frac{1+6Q}{T^2} (\cos^2(\theta))}$$

$$\frac{E_2}{ET} = \left(\frac{\cos(\theta)}{R + \sin(\theta)} \right) \frac{1}{(\cos^2(\theta)) + \frac{1+6Q}{T^2} (\sin^2(\theta))}$$

$$\frac{G_{12}}{ET} = \cos(\theta)(R + \sin(\theta)) \frac{1}{(1 + R \cdot \sin(\theta))^2 + \frac{R^2(R + 4 + 30Q)}{4T^2} (\cos^2(\theta))}$$

$$\nu_{12} = \sin(\theta)(R + \sin(\theta)) \frac{-1 + \frac{1+6Q}{T^2}}{(R + \sin^2(\theta)) + \frac{1+6Q}{T^2} (\cos^2(\theta))}$$

Avendo definito i seguenti parametri adimensionali $R = \frac{h}{l}$, $T = \frac{t}{l}$ e $Q = \frac{q}{l}$,

dove q è il tratto interessato alla deformazione di hinging (deformazione concentrata per effetti flessionali). Per calcolare le costanti elastiche G_{13} e G_{23} nel piano vengono esposti due modelli indipendenti dallo spessore: nel primo (Chang-Ebcioglu) viene considerato l'elemento ripetitivo che corrisponde all'intera cella esagonale, formata dai due lati orizzontali (h), per l'intero spessore (t), dai quattro lati obliqui (l) per metà spessore ($t/2$) e dai due strati di adesivo (h) per metà spessore ($t_b/2$).

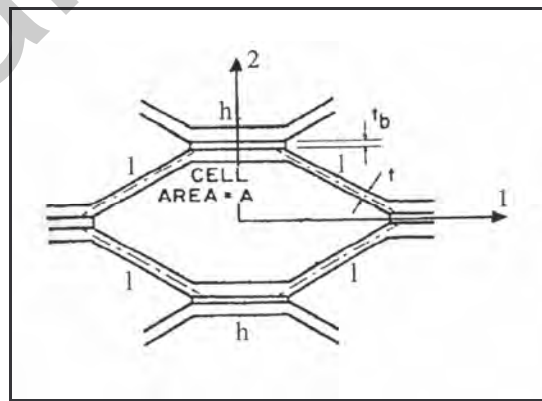


Fig. 2.4 Elemento ripetitivo secondo Chang-Ebcioglu

Si suppone che la forza di taglio totale P , agente sulle due facce della cella in versi opposti, ed il conseguente spostamento Δ siano paralleli ed equiversi, inclinati di ϕ rispetto alla direzione l , si ottiene quindi:

$$\frac{G_{13}}{ET} = \frac{G_c(\phi = 0^\circ)}{ET} = \frac{1}{2(1+\nu)} \cdot \frac{R + \sin^2(\theta)}{\cos(\theta)(R + \sin(\theta))}$$

$$\frac{G_{23}}{ET} = \frac{G_c(\phi = 90^\circ)}{ET} = \frac{1}{2(1+\nu)} \cdot \frac{\cos(\theta)}{R + \sin(\theta)}$$

$$G_c(\phi) = G_{13} \cos^2(\phi) + G_{23} \sin^2(\phi)$$

Nel secondo modello (Piezen-Didrikson), invece, si considera un diverso elemento ripetitivo e si ammette che il carico (ν) e la conseguente deformazione (Δ) non siano allineati, come mostrato in figura:

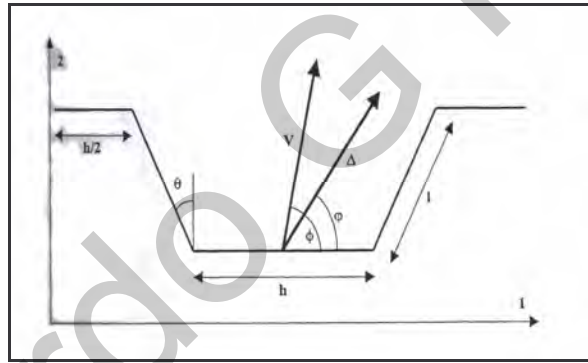


Fig. 2.5 Elemento ripetitivo secondo Piezen-Didrikson

i risultati a cui si perviene sono:

$$\frac{G_{13}}{ET} = \frac{G_c(\phi = 0^\circ)}{ET} = \frac{1}{2(1+\nu)} \cdot \frac{R + \sin(\theta)}{\cos(\theta)(R + 1)}$$

$$\frac{G_{23}}{ET} = \frac{G_c(\phi = 90^\circ)}{ET} = \frac{1}{2(1+\nu)} \cdot \frac{\cos(\theta)}{R + \sin(\theta)}$$

$$G_c(\phi) = \frac{1}{\frac{\cos^2(\phi)}{G_{13}} + \frac{\sin^2(\phi)}{G_{23}}}$$

Dei modelli dipendenti dallo spessore, solo quello relativo alle costanti elastiche fuori dal piano, proposto da Grediac è esauriente: tale modello fa riferimento al metodo FEM. La costante elastica G_{23} risulta individuata con buona approssimazione (utilizzando uno dei due metodi precedentemente descritti, infatti, forniscono lo stesso risultato), mentre la G_{13} effettiva è compresa tra i due valori: $G_{13}^{PD} \leq G_{13}^G \leq G_{13}^{CE}$

Per trovare il valore effettivo di G_{13} è necessario, quindi, tenere in conto l'effetto dello spessore b ; Grediac ottiene tale risultato mediante un'analisi della deformazione di una cella elementare con il metodo agli elementi finiti, il cui risultato finale si può riassumere nella formula

$$G_{13} = G_{13}^{PD} + \frac{k}{S} (G_{13}^{CE} - G_{13}^{PD}) \text{ valida nel campo compreso tra } 0^\circ < \theta < 30^\circ \text{ e}$$

dove S è il parametro dimensionale dello spessore del cuore ($S=b/l$) e k un parametro da determinarsi in modo che l'espressione precedente descriva meglio i risultati agli elementi finiti (metodo dei minimi quadrati). Si vede che il valore effettivo di G_{13} si avvicina al limite inferiore (Penzien-Didrikson) quando lo spessore è elevato, mentre è più vicino al limite superiore (Chang-Ebcioglu) per spessori ridotti. Infine sono state trovate le caratteristiche degli honeycomb fornite da alcuni costruttori, ottenuti per via sperimentale.

Honeycomb Property Data*													
Honeycomb type ^a	Nominal density, lb/ft ³	Compressive				Crush strength (typ), psi	Plate shear				Modulus (typ), ksi	Modulus (typ), ksi	
		Bare Strength, psi		Stabilized Strength, psi			"L" direction		"W" direction				
		Typ	Min	Typ	Min		Strength, psi	Modulus (typ), ksi	Strength, psi	Modulus (typ), ksi			
Aluminum Alloy Honeycombs													
3032- $\frac{1}{8}$ -0.0007	3.1	270	200	290	215	75	130	210	155	45.0	130	90	22.0
3032- $\frac{1}{8}$ -0.0015	4.4	500	360	525	385	145	250	330	280	68.0	215	160	30.0
3032- $\frac{1}{8}$ -0.001	2.3	165	120	175	130	45	75	140	100	32.0	85	57	16.2
3032- $\frac{1}{8}$ -0.0007	1.0	90	20	45	20	10	25	45	32	12.0	30	20	7.0
3036- $\frac{1}{8}$ -0.0007	3.1	340	250	360	260	97	170	250	200	45.0	155	110	20.0
3036- $\frac{1}{8}$ -0.0013	4.4	680	460	650	490	180	310	410	340	68.0	245	198	27.5
3036- $\frac{1}{8}$ -0.001	2.3	205	145	210	155	58	100	170	130	32.0	105	62	15.0
3036- $\frac{1}{8}$ -0.0007	1.0	35	25	50	35	15	35	60	45	15.0	35	25	9.0
2024- $\frac{1}{8}$ -0.0015	5.0	700	525	780	620	200	425	500	400	82.0	315	250	33.0
2024- $\frac{1}{8}$ -0.0013	3.5	330	250	370	290	86	200	290	230	55.0	180	143	23.0
Glass Fabric Reinforced Plastic Resin Honeycombs													
Phenolic- $\frac{1}{8}$	4.0	500	350	600	480	57	260	210	11.5	140	110	5.0	
Phenolic- $\frac{1}{4}$	3.5	350	260	500	400	46	230	170	9.0	120	110	3.5	
Phenolic- $\frac{1}{2}$	3.2	320	245	440	350	38	200	160	8.0	105	85	3.0	
NP/polyester- $\frac{1}{8}$	4.5	520	365	670	470	80	280	195	13.5	130	90	5.2	
NP/polyester- $\frac{1}{4}$	4.0	420	295	560	390	68	260	180	13.0	120	85	5.0	
Aramid Fiber Paper^b Honeycombs													
$\frac{1}{8}$ (1.5 gauge)	1.8	110	70	130	85	---	90	65	3.7	50	36	2.0	
$\frac{1}{8}$ (2 gauge)	3.0	300	180	330	270	20	180	162	7.0	95	85	3.5	
$\frac{1}{8}$ (3 gauge)	2.0	150	90	170	105	11	110	72	4.2	55	40	2.2	
$\frac{1}{4}$ (2 gauge)	6.0	650	580	700	650	---	390	330	14.5	185	150	6.0	
$\frac{1}{4}$ (3 gauge)	1.5	90	45	95	55	6	75	45	3.0	35	23	1.5	
$\frac{1}{4}$ (5 gauge)	3.1	275	180	285	240	---	170	135	7.0	85	60	3.0	
$\frac{1}{2}$ (2 gauge)	1.5	90	45	95	55	6	75	45	3.0	35	23	1.5	
$\frac{1}{2}$ (5 gauge)	3.0	285	---	300	---	17	170	---	5.6	95	---	3.0	

*Data from Hexcel-Trevarno. ^aMaterials designated as follows: Material/alloy-cell size-foil thickness for aluminum alloy honeycombs. All cell configurations are hexagonal. ^bNP = initial impregnation of fabric is nylon-modified phenolic resin; final dip coats are polyester. ^cDu Pont's Nomex, an aramid-fiber paper treated with phenolic resin. ^dPreliminary data.

Fig. 2.6 Caratteristiche meccaniche di alcuni tipi di honeycomb

2.3 Trattazioni analitiche

La trattazione analitica classica dei pannelli sandwich con inserti metallici passanti e potted è stata trovata in due articoli scientifici del 1998. In questa trattazione si trascurano sia le interazioni tra due inserti adiacenti, sia quelle tra inserto e pannello. Analizziamo per primi i pannelli sandwich con inserti passanti: nelle figure seguenti si possono definire le parti costituenti.

Nella formulazione si adottano le seguenti restrizioni:

- Le facce possono essere modellate come piastre elastiche considerando anche gli effetti trasversali del taglio
- I pannelli sandwich possono essere asimmetrici (ipotizzando anche che le facce possono avere spessori diversi)
- Si assume che sia il cuore che il potting si comportino come materiali trasversalmente isotropi, possedendo cioè la rigidità solo ortogonalmente al piano centrale (detto piano di isotropia)
- La faccia inferiore o superiore possono flettersi indifferentemente

Una diretta conseguenza dell'assunzione del cuore debole (Librescu), non ci può essere nessun trasferimento di tensione nel piano, per cui si ottiene che:

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \tau_{r\theta} \equiv 0 \quad (1)$$

Considerando le condizioni di equilibrio si possono stabilire le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \tau_{rz,z} &= 0 \\ \tau_{\theta z,z} &= 0 \\ \sigma_{c,z} + \tau_{rz,r} + \frac{1}{r} \tau_{rz} + \frac{1}{r} \tau_{\theta z,\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Le equazioni di congruenza degli spostamenti sono:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= E_c \varepsilon_z = E_c w_{c,z} \\ \tau_{rz} &= G_{rz} \gamma_{rz} \\ \tau_{\theta z} &= G_{\theta z} \gamma_{\theta z} \\ \varepsilon_z &= w_{c,z} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\tau_{rz} = w_{c,r} + u_{c,r} = G_{rz} \{w_{c,r} + u_{c,r}\}$$

$$\tau_{\theta z} = v_{c,z} + \frac{1}{r} w_{c,\theta} = G_{\theta z} \left\{ v_{c,z} + \frac{1}{r} w_{c,\theta} \right\}$$

dove le relazioni precedenti sono equazioni differenziali alle derivate parziali dove la coordinata differenziale è la coordinata che segue la virgola e si assume che σ_c è la tensione normale nel core e τ_{rz} e $\tau_{\theta z}$ sono le componenti di taglio, inoltre, dalle prime due equazioni si può notare che le componenti di taglio non dipendono dalla coordinata z_c . La combinazione delle equazioni di equilibrio (2) con le relazioni costitutive e le equazioni di congruenza precedenti (3) producono un insieme di equazioni che descrivono il campo di tensione e di spostamento in termini della coordinata z_c misurata dal piano centrale e in termini delle componenti di spostamento delle facce.

Il materiale costituente il core è assunto essere a nido d'ape caratterizzato da un comportamento trasversalmente isotropo con il piano di simmetria parallelo al piano medio e con le proprietà del materiale espresse in coordinate cartesiane (G_L e G_W) e non in coordinate cilindriche (G_{rz} e $G_{\theta z}$). In particolare si assume il materiale del core che sia trasversalmente isotropo ipotizzando

che: $G_{rz} \approx G_{\theta z} = G_c = G_h = \frac{G_W + G_L}{2}$ e che la regione del potting abbia

un solo modulo trasversale di elasticità $G_c = G_p$ e sia considerato, per questo, isotropo. Nell'analisi del pannello le facce sono modellate come piastre elastiche con la possibilità di includere gli effetti del taglio nella modellazione: così il modello di piastre adottato corrisponde alla teoria delle piastre di Mindlin-Reissner. Nel caso in cui le piastre sono sottili, come in questo caso, si possono trascurare gli effetti del taglio nelle facce stesse, vengono bloccati i gradi di libertà rotazionali ortogonali alla superficie centrale e, conseguentemente, la modellazione si effettua utilizzando la teoria delle piastre di Love-Kirchoff. Le facce vengono trattate come omogenee, isotrope e linearmente elastiche. Ciò si giustifica osservando che nelle applicazioni in cui le lamine sono in fibra di carbonio, nella zona dell'inserto si attua una sovrapposizione di più lamine ortotrope con diverso orientamento, per contrastare la concentrazione di tensione, questo genera un comportamento delle lamine quasi isotropo. Per i casi in cui le facce hanno comportamento leggermente ortotropo, questa formulazione produrrà risultati accurati se si considerano le costanti ingegneristiche equivalenti $(E_i)_{eff} = \sqrt{E_{xi} E_{yi}}$ e $(\nu_i^2) = \nu_{xi} \nu_{yi}$ ($i=1,2$), dove x, y sono le direzioni principali del materiale ortotropo. Infine l'inserto viene considerato infinitamente rigido, le facce e il potting sono rigidamente connessi ad esso, e quindi la trattazione non consente di conoscere l'effettivo stato tensionale su tale elemento.

Il modello è costituito da 24 equazioni differenziali alle derivate parziali in cui:

- E_c, G_c sono le costanti elastiche del cuore
- u_c, v_c, w_c sono le componenti di spostamento del cuore
- $u_{0r}^i, v_{0\theta}^i, w^i$ sono le componenti dello spostamento della faccia superiore (per $i=1$) e inferiore (per $i=2$)
- $\beta_r^i, \beta_\theta^i$ sono le rotazioni delle lamine
- $N_r^i, N_{r\theta}^i$ sono le risultanti delle tensioni nel piano delle lamine (di taglio) riferite all'unità di lunghezza
- $M_r^i, M_{r\theta}^i$ sono i momenti risultanti nelle lamine, riferite all'unità di lunghezza
- Q_r^i è la forza di taglio riferita all'unità di lunghezza
- q_r, q_θ sono due nuove variabili del core ($q_r(r, \theta) = \tau_{rz,z}$ e $q_\theta(r, \theta) = \tau_{r\theta,r}$)

Le equazioni che governano il modello sono riportate in seguito:

○ *Equazioni riferite alla lamina superiore:*

$$u_{0r,r}^1 = -\frac{v_1}{r} u_{0r}^1 - \frac{v_1}{r} u_{0\theta,\theta}^1 + \frac{N_r^1}{A_1}$$

$$u_{0\theta,r}^1 = -\frac{1}{r} u_{0r,\theta}^1 + \frac{1}{r} u_{0\theta}^1 + \frac{N_{r\theta}^1}{A_1(1-v_1)}$$

$$w_{,r}^1 = -\beta_r^1$$

$$\beta_{r,r}^1 = -\frac{v_1}{r} \beta_r^1 - \frac{v_1}{r} \beta_{\theta,\theta}^1 + \frac{M_r^1}{D_1}$$

$$\beta_{\theta,r}^1 = \frac{M_{r\theta}^1}{D_1(1-v_1)}$$

$$N_{r,r}^1 = \frac{A_1(1-v_1^2)}{r^2} u_{0r}^1 + \frac{A_1(1-v_1^2)}{r^2} u_{0\theta,\theta}^1 - \frac{(1-v_1)}{r} N_r^1 - \frac{1}{r} N_{r\theta,\theta}^1 + \tau_{zr}$$

$$N_{r\theta,r}^1 = -\frac{A_1(1-v_1^2)}{r^2} u_{0r,\theta}^1 - \frac{A_1(1-v_1^2)}{r^2} u_{0\theta,\theta\theta}^1 - \frac{v_1}{r} N_{r,\theta}^1 - \frac{2}{r} N_{\theta r}^1 + \tau_{z\theta}$$

$$M_{r,r}^1 = \frac{D_1(1-v_1^2)}{r^2} \beta_r^1 + \frac{D_1(1-v_1^2)}{r^2} \beta_{\theta,\theta}^1 - \frac{(1-v_1)}{r} M_r^1 - \frac{1}{r} M_{\theta r,\theta}^1 + Q_r^1 - \frac{f_1}{2} \tau_{zr}$$

$$M_{r\theta,r}^1 = -\frac{D_1(1-v_1)v_1}{r^2} \beta_{r,\theta}^1 - \frac{D_1(1-v_1)v_1}{r^2} \beta_{\theta,\theta\theta}^1 + \frac{(1-v_1)}{r} M_{r,\theta}^1 - \frac{2}{r} M_{\theta r}^1 - \frac{f_1}{2} \tau_{z\theta}$$

$$Q_{r,r}^1 = \frac{E_c}{c} w_{,r}^1 - \frac{D_1(1-v_1)}{r^3} \beta_{r,\theta\theta}^1 - \frac{D_1(1-v_1)}{r^3} \beta_{\theta,\theta\theta\theta}^1 - \frac{1}{r^2} M_{r,\theta\theta}^1 - \frac{1}{r} Q_r^1 - \frac{c}{2r} \tau_{rz} - \frac{c}{2} q_r - \frac{c}{2r} \tau_{\theta z,\theta}$$

$$- \frac{E_c}{c} w^2$$

○ Equazioni riferite al core:

$$\tau_{rz,r} = q_r$$

$$q_{r,r} = -\frac{12E_c}{c^3} u_{0r}^1 + \frac{6E_c(f_1+c)}{c^3} \beta_r^1 + \left\{ \frac{1}{r^2} + \frac{12E_c}{c^2 G_c} \right\} \tau_{rz} - \frac{1}{r} q_r + \frac{1}{r^2} \tau_{\theta z, \theta} - \frac{1}{r^2} q_{\theta, \theta} + \frac{12E_c}{c^3} u_{0r}^2 + \frac{6E_c(f_2+c)}{c^3} \beta_r^2$$

$$\tau_{\theta z, r} = q_{\theta}$$

$$q_{\theta, \theta} = -\frac{G_c(3-\nu_1)}{cr^2} u_{0r, \theta}^1 + \frac{2G_c}{cr^2} u_{0\theta}^1 - \frac{G_c(1-\nu_1)}{cr^2} u_{0\theta, \theta\theta}^1 - \frac{G_c(2-\nu_1)}{crA_1(1-\nu_1)} N_{r, \theta}^1 + \frac{G_c}{crA_1(1-\nu_1)} N_{r\theta}^1 + \frac{1}{r} q_{r, \theta} + \frac{G_c}{c} \left\{ \frac{1}{A_1(1-\nu_1)} + \frac{1}{A_2(1-\nu_2)} \right\} \tau_{z\theta} - \frac{1}{r} q_{\theta} + \frac{G_c(3-\nu_2)}{cr^2} u_{0r, \theta}^2 - \frac{2G_c}{cr^2} u_{0\theta}^2 + \frac{G_c(1-\nu_2)}{cr^2} u_{0\theta, \theta\theta}^2 + \frac{G_c(2-\nu_2)}{crA_2(1-\nu_2)} N_{r, \theta}^2 - \frac{G_c}{crA_2(1-\nu_2)} N_{r\theta}^2$$

○ *Equazioni riferite alla lamina inferiore:*

$$u_{0r,r}^2 = -\frac{v_2}{r} u_{0r}^1 - \frac{v_2}{r} u_{0\theta,0}^2 + \frac{N_r^2}{A_2}$$

$$u_{0\theta,r}^1 = -\frac{1}{r} u_{0r,0}^2 + \frac{1}{r} u_{0\theta}^2 + \frac{N_{r\theta}^2}{A_2(1-v_2)}$$

$$w_{,r}^2 = -\beta_r^2$$

$$\beta_{r,r}^2 = -\frac{v_2}{r} \beta_r^2 - \frac{v_2}{r} \beta_{\theta,0}^2 + \frac{M_r^2}{D_2}$$

$$\beta_{\theta,r}^2 = \frac{M_{r\theta}^2}{D_2(1-v_2)}$$

$$N_{r,r}^2 = -\tau_{zr} + \frac{A_2(1-v_2^2)}{r^2} u_{0r}^2 + \frac{A_2(1-v_2^2)}{r^2} u_{0\theta,0}^2 - \frac{(1-v_2)}{r} N_r^2 - \frac{1}{r} N_{r\theta,0}^2$$

$$N_{r\theta,r}^2 = -\tau_{z\theta} - \frac{A_2(1-v_2^2)}{r^2} u_{0r,0}^2 - \frac{A_2(1-v_2^2)}{r^2} u_{0\theta,0\theta}^2 - \frac{v_2}{r} N_{r,0}^2 - \frac{2}{r} N_{\theta,r}^2$$

$$M_{r,r}^2 = -\frac{f_2}{2} \tau_{zr} + \frac{D_2(1-v_2^2)}{r^2} \beta_r^2 + \frac{D_2(1-v_2^2)}{r^2} \beta_{\theta,0}^2 - \frac{(1-v_2)}{r} M_r^2 - \frac{1}{r} M_{\theta r,0}^2 + Q_r^2$$

$$M_{r\theta,r}^2 = -\frac{f_2}{2} \tau_{z\theta} - \frac{D_2(1-v_2)v_2}{r^2} \beta_{r,0}^2 - \frac{D_2(1-v_2)v_2}{r^2} \beta_{\theta,0\theta}^2 + \frac{(1-v_2)}{r} M_{r,0}^2 - \frac{2}{r} M_{\theta r}^2$$

$$Q_{r,r}^2 = -\frac{E_c}{c} w^1 - \frac{c}{2r} \tau_{rz} - \frac{c}{2} q_r - \frac{c}{2r} \tau_{\theta z,0} + \frac{E_c}{c} w^2 - \frac{D_2(1-v_2)}{r^3} \beta_{r,0\theta}^2 - \frac{D_2(1-v_2)}{r^3} \beta_{\theta,000}^2 - \frac{1}{r^2} M_{r,0\theta}^2 - \frac{1}{r} Q_r^2$$

La trattazione implica che le tensioni di trazione e taglio siano trasferite all'interfaccia tra i vari elementi del composito: faccia-core. Si ottiene perciò che

$$\sigma_c^{\text{top}} = \sigma_c(r, \theta, c/2)$$

$$\sigma_c^{\text{bottom}} = \sigma_c(r, \theta, -c/2)$$

$$\tau_{rz} = \tau_{rz}(r, \theta)$$

$$\tau_{rz} = \tau_{rz}(r, \theta)$$

$$\tau_{\theta z} = \tau_{\theta z}(r, \theta)$$

$$\tau_{\theta z} = \tau_{\theta z}(r, \theta)$$

Se si chiama con $\{y(r, \theta)\} = \{u_{0r}^1, u_{0\theta}^1, w^1, \beta_r^1, \beta_\theta^1, N_r^1, N_{r\theta}^1, M_r^1, M_{r\theta}^1, Q_r^1, \tau_{rz}, q_r, \tau_{\theta z}, q_\theta, u_{0r}^2, u_{0\theta}^2, w^2, \beta_r^2, \beta_\theta^2, N_r^2, N_{r\theta}^2, M_r^2, M_{r\theta}^2, Q_r^2\}$, le equazioni che governano il fenomeno possono essere ridotte nella forma $\{y(r, \theta)\}_{,r} = \Psi(r, \theta, \{y\}, \{y\}_{,\theta}, \{y\}_{,\theta\theta}, \dots)$, dove Ψ indica 24 funzioni lineari in

$\{y(r, \theta)\}$ e le sue derivate rispetto a θ . La dipendenza da θ va eliminata attraverso lo sviluppo in serie di Fourier, riducendo così il problema alla risoluzione di un sistema di 24 equazioni differenziali ordinarie del 1° ordine:

nel caso simmetrico (facce uguali)

$$\{y_n(r)\}_{,r} = [A_n(r)]\{y_n(r)\} + \{B_n(r)\}, \quad n = 1 \rightarrow \infty$$

nel caso asimmetrico (facce diverse)

$$\{\tilde{y}_n(r)\}_{,r} = [\tilde{A}_n(r)]\{\tilde{y}_n(r)\} + \{\tilde{B}_n(r)\}, \quad n = 1 \rightarrow \infty$$

Non si può determinare nessuna soluzione generale in forma chiusa per questo tipo di problemi, per cui si deve ricorrere ad un metodo di risoluzione numerica. Nel presente caso si è scelto di usare un metodo di integrazione numerica multi-segment che offre le seguenti caratteristiche:

- facilità d'implementazione
- convenienza di applicazione a sistemi di equazioni differenziali del 1° ordine
- possibilità di variare arbitrariamente la posizione radiale

Senza entrare nei dettagli il metodo si basa sulla trasformazione di un problema ai limiti in una serie di problemi ai valori iniziali e il metodo di integrazione usato è il metodo iterativo di Runge-Kutta-Fehlberg del 4° e 5° ordine. Si presentino ora due esempi in cui vengono illustrate le differenze nel comportamento meccanico delle piastre sandwich con inserti fully potted e passanti. Il primo esempio si occupa di piastre sandwich con inserti passanti soggetti a un carico di compressione fuori dal piano di simmetria (Q), mentre il secondo si occupa di una piastra sandwich con inserto fully potted e caricato in un caso con un carico di compressione (Q), in un altro con un carico flessionale (M), come rappresentato in figura:

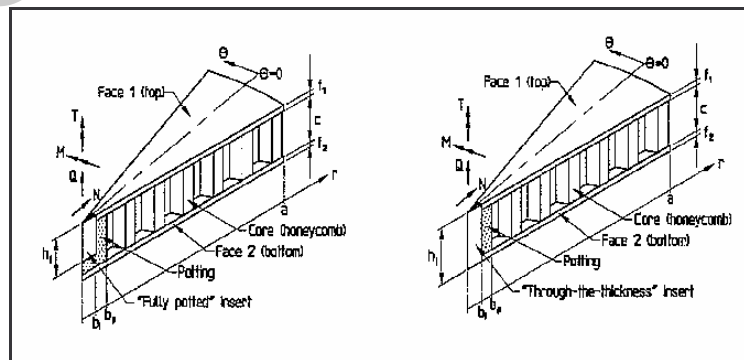


Fig. 2.7 Tipologie d'inserto: a sinistra inserto fully potted, a destra inserto passante

Cap.2: Studio degli inserti su pannelli sandwich

Le caratteristiche geometriche e dei materiali dei pannelli studiati vengono riportate nella tabella seguente:

Geometria	$b_i=7 \text{ mm}$
	$b_p=10 \text{ mm}$
	$a=60 \text{ mm}$
	$c=20 \text{ mm}$
	$f_1=f_2=0,2 \text{ mm}$
Inserto passante	$h_1= f_1+c+ f_2=20,4 \text{ mm}$
Inserto fully potted	$h_i=9 \text{ mm}$
	$b_0=0,1 \text{ mm}$
Faccia superiore (alluminio)	$E_1=71,5 \text{ GPa}$
	$\nu_1=0,3$
Faccia inferiore	Identica alla faccia superiore
Inserto (alluminio)	Stesse proprietà delle facce
Potting (resina epossidica)	$E_p=2,5 \text{ GPa}$
	$G_p=0,93 \text{ GPa}$
Core (HEXCEL Al-honeycomb 3/16-5056-0,0007")	$E_h=310 \text{ GPa}$
	$G_h \approx (G_L+G_W)/2=138 \text{ GPa}$
Carico esterno	$Q=-1 \text{ kN}$

Tab. 2.1 Caratteristiche dei pannelli

Nel caso di inserto passante i risultati dell'analisi vengono esposti sotto forma di grafici che esprimono il valore delle grandezze d'interesse in funzione del raggio e sono riportati nelle figure seguenti

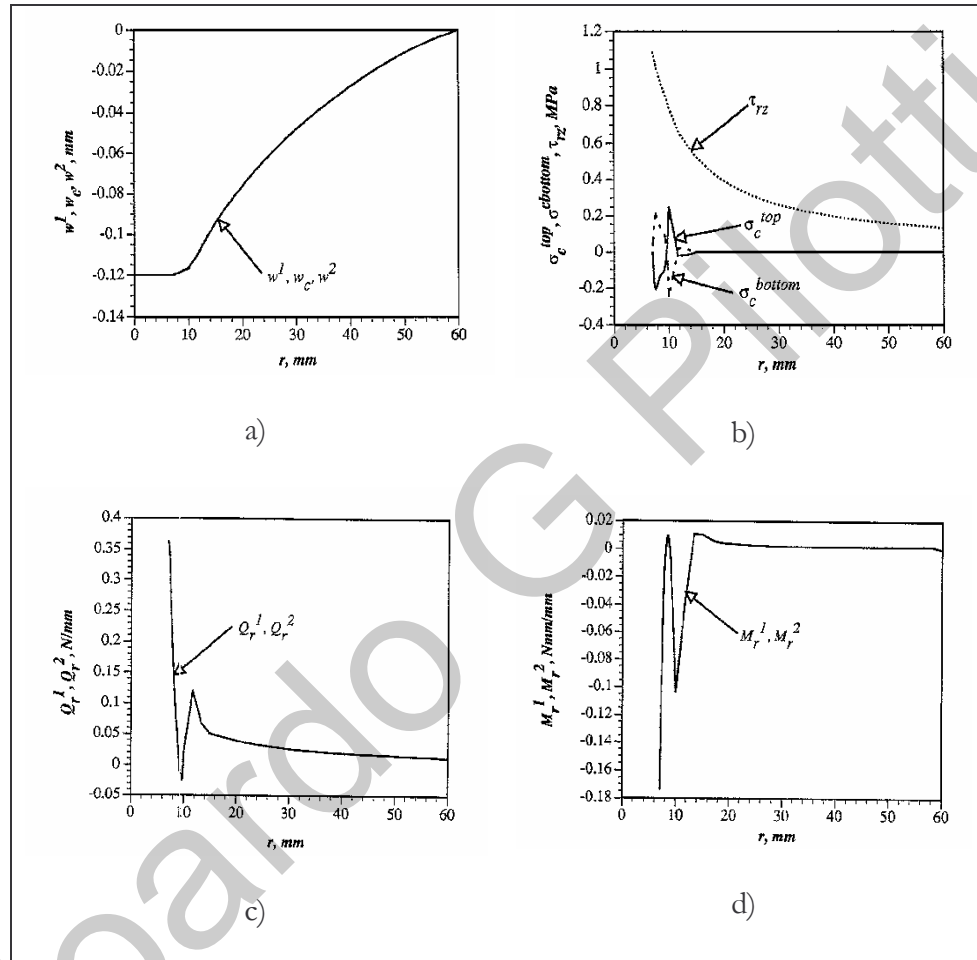


Fig. 2.8 Risultati dell'inserto studiato in funzione della distanza r : a) frecce w dovute alla flessione, b) tensioni risultanti, c) forze di taglio per unità di lunghezza, d) momento per unità di lunghezza

Nel caso di inserto potted i risultati a cui si giunge sono dati dai grafici seguenti:

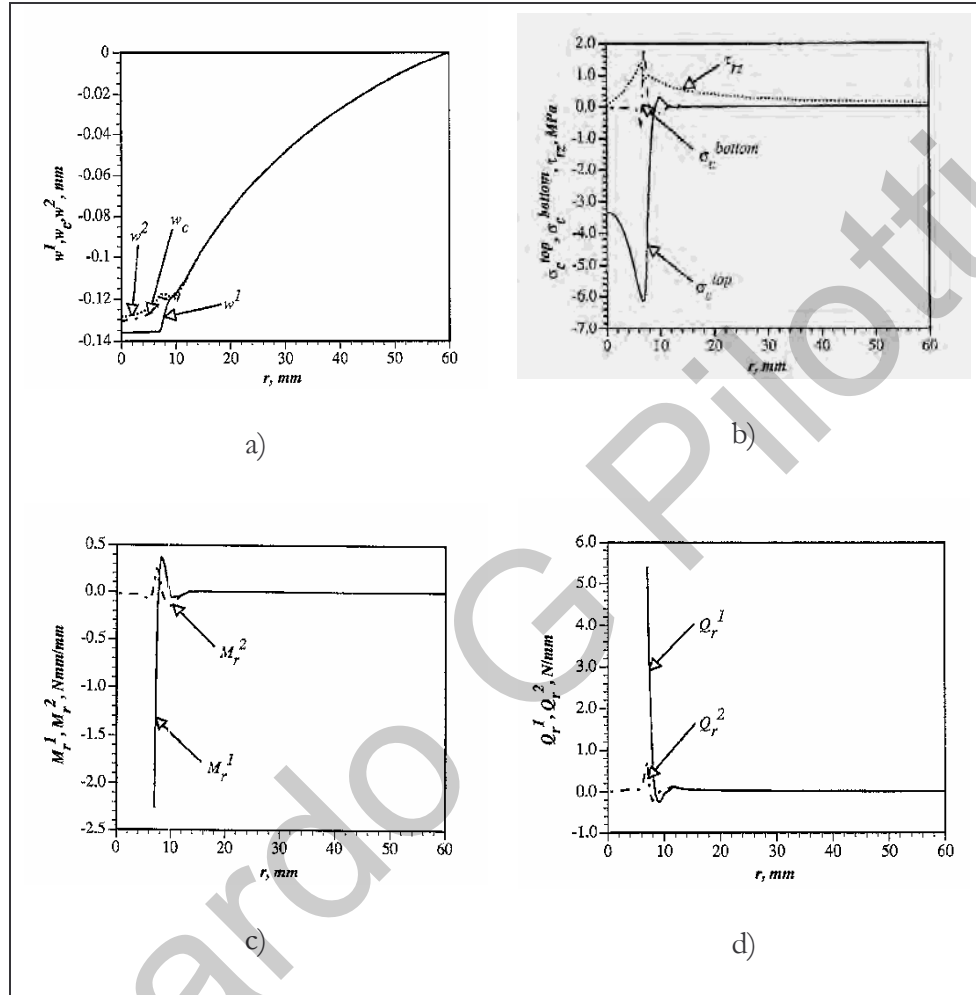


Fig. 2.9 Risultati dell'inserto studiato in funzione della distanza r : a) frecce w dovute alla flessione, b) tensioni risultanti, c) forze di taglio per unità di lunghezza, d) momento per unità di lunghezza

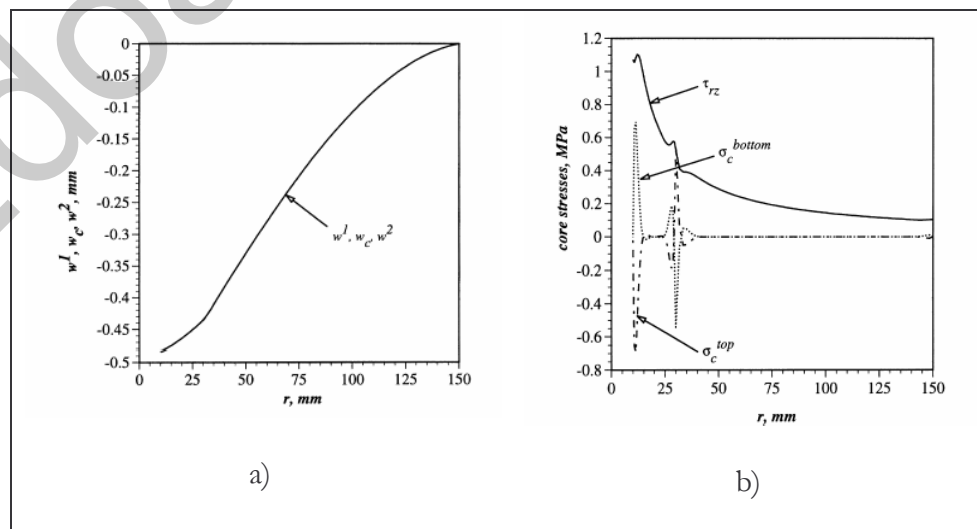
Una nuova configurazione fully potted è stata analizzata, inoltre, per due condizioni di carico distinte: una che prevede una forza normale premente (taglio come già studiato in precedenza) e l'altra che prevede, invece, il momento flettente. Le configurazioni geometriche e del materiale sono state indicate nella tabella seguente:

Cap.2: Studio degli inserti su pannelli sandwich

Geometria	$b_i=10 \text{ mm}$
	$b_p=30 \text{ mm}$
	$a=150 \text{ mm}$
	$c=10 \text{ mm}$
	$f_1= f_2=1 \text{ mm}$
Faccia superiore (si ipotizza la quasi isotropia)	$E_{fi}=40 \text{ GPa}$
	$\nu_{fi}=0,3$
Faccia inferiore	Come la faccia superiore
Potting (resina epossidica)	$E_p=2,5 \text{ GPa}$
	$G_p=0,93 \text{ GPa}$
Core (HEXCEL honeycomb 3/16-5056-0.0007")	$E_h=310 \text{ GPa}$
	$G_h \approx (G_L + G_W)/2 = 138 \text{ GPa}$

Tab. 2.2 Configurazioni geometriche e dei materiali

Nel caso di carico di compressione $Q=-1 \text{ kN}$ si ottengono i risultati seguenti:



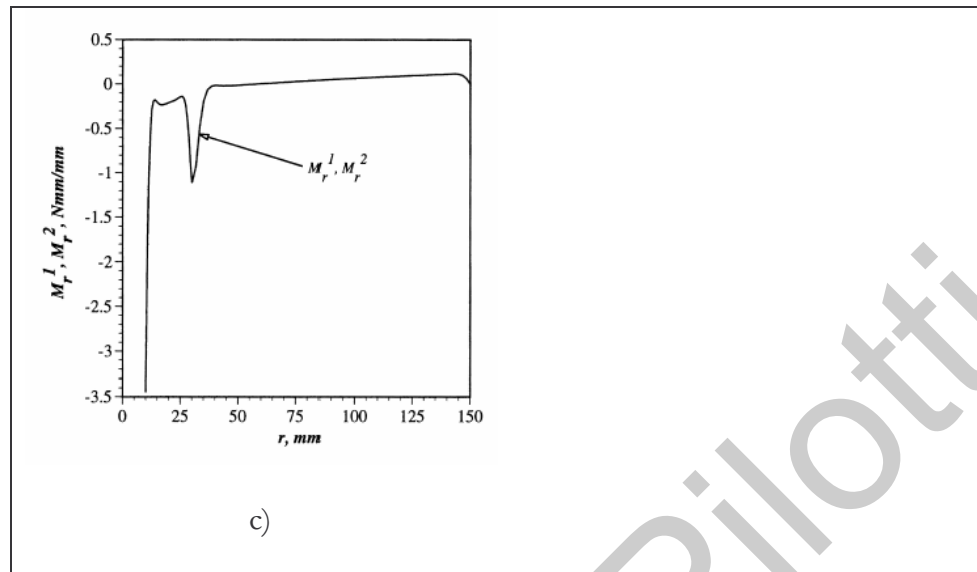
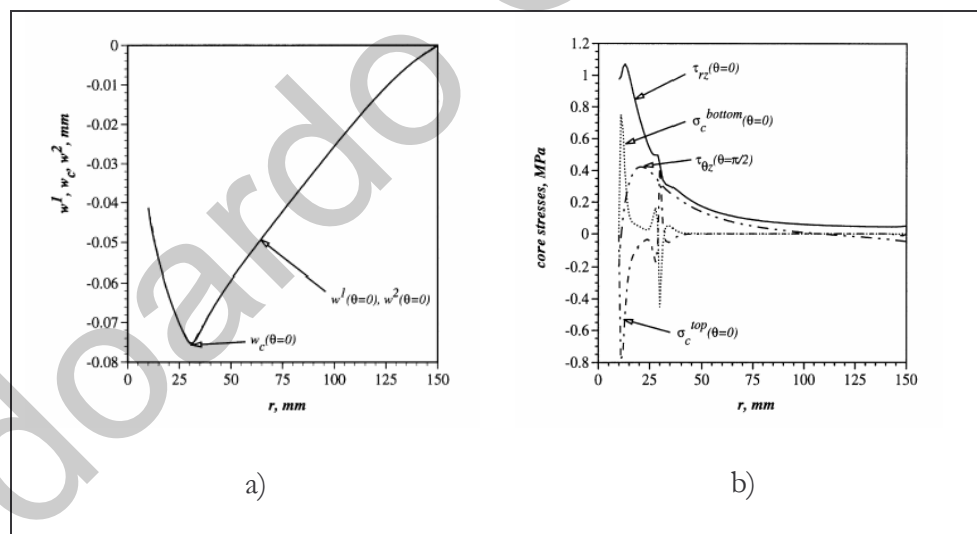


Fig. 2.10 Risultati dell'inserto studiato in funzione della distanza r : a) frecce w dovute alla flessione, b) tensioni risultanti nel core, c) momento per unità di lunghezza

Nel caso in cui l'inserto è sottoposto a un momento flettente $M=25$ Nm i risultati ottenuti si riassumono nelle figure seguenti:



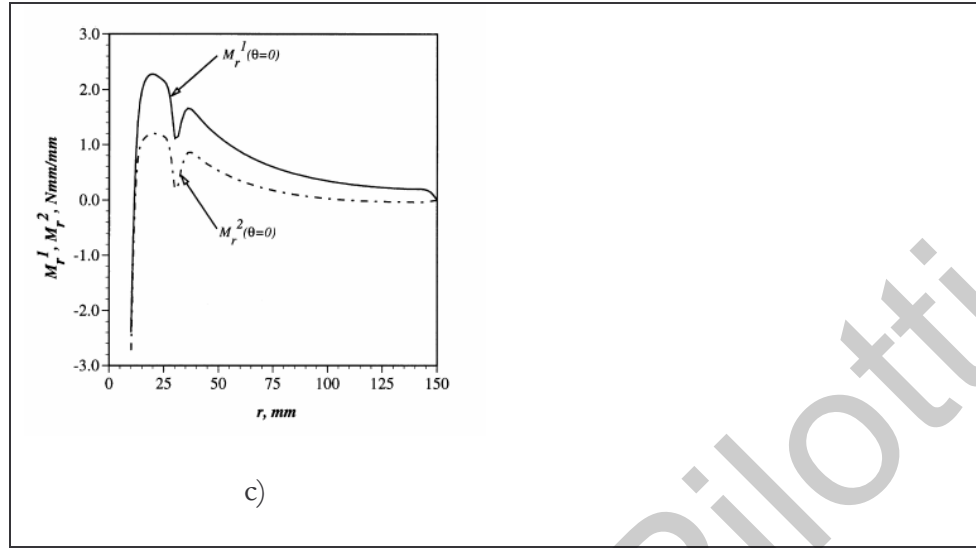


Fig. 2.11 Risultati dell'inserto studiato in funzione della distanza r: a) frecce w dovute alla flessione, b) tensioni risultanti nel core, c) momenti per unità di lunghezza

Nei grafici precedenti i pedici 1,2,c si riferiscono, rispettivamente, a grandezze relative alla faccia superiore, alla faccia inferiore e al core; inoltre si può notare che i punti di discontinuità si riferiscono sempre all'interfaccia core/potting e potting/inserto.

Si descrive, poi, un modello analitico fornito dall'ESA che tratta nel core la distribuzione delle tensioni tangenziali in pannelli sandwich caricati ortogonalmente al pannello, si suppone che l'inserto sia rigido (anche perché questa formulazione non studia il comportamento delle tensioni nella zona dell'inserto e del potting). Allora la distribuzione delle tensioni di taglio, nel caso di inserti passanti è data dalla relazione seguente:

$$\tau(r) = \frac{PI_m}{\pi(h+c)I} \left[\frac{1}{r} - \frac{I_1(\alpha r)}{ab} \frac{bK_1(b) - aK_1(a)}{I_1(\alpha a)K_1(\alpha b) - I_1(\alpha b)K_1(\alpha a)} - \frac{K_1(\alpha r)}{ab} \frac{aI_1(\alpha a) - bI_1(\alpha b)}{I_1(\alpha a)K_1(\alpha b) - I_1(\alpha b)K_1(\alpha a)} \right]$$

dove

- $\tau(r)$ rappresenta la tensione tangenziale nel cuore al raggio r
- P il carico applicato all'inserto
- c lo spessore del cuore
- h lo spessore totale del pannello $h=f+c+f'$
- f, f' lo spessore delle facce

Cap.2: Studio degli inserti su pannelli sandwich

- a il raggio esterno del pannello
- b il raggio del potting b_p
- I_m il momento d'inerzia del pannello:
$$I_m = \frac{[f \cdot f'(h+c)^2]}{[4(h-c)]}$$
- I_f il momento d'inerzia di entrambe le facce:
$$I_f = \frac{(f^3 + f'^3)}{12}$$
- $I = I_m + I_f$
- $$\alpha = \sqrt{\frac{G_c(h-c)}{E \cdot c \cdot f \cdot f' \cdot I_f}}$$
- G_c il modulo di elasticità tangenziale delle facce
- $$E = \frac{E_f}{(1 - \nu_f^2)}$$
- E_f il modulo di Young delle facce
- ν_f il coefficiente di Poisson delle facce
- $I_1(x)$, $K_1(x)$ la funzione di Bessel modificata ($x = \alpha r$, αa , αb)

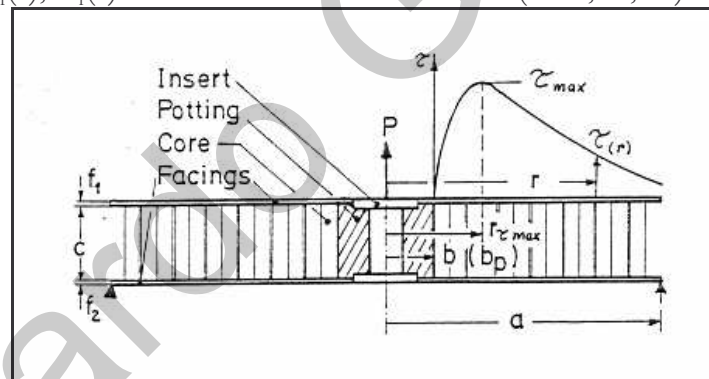


Fig. 2.12 Il disegno indica la variazione della tensione di taglio al variare della distanza trasversale

Se si considera un inserto partially potting si distinguono i seguenti due casi: cuore in alluminio e cuore in materiale non metallico (Nomex, GFRP). Nel primo caso il carico applicato P_p si può suddividere nelle seguenti parti come mostrato in figura:

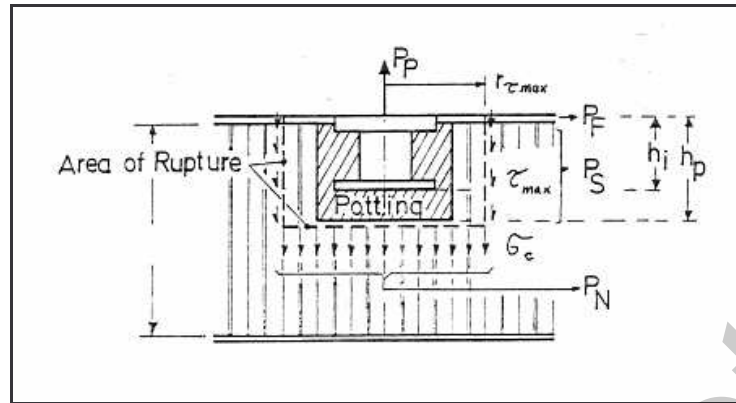


Fig. 2.13 Decomposizione del carico di trazione nelle sue componenti

- P_F rappresenta la parte del carico sopportata dalla faccia superiore

$$P_F = (P_{\tau_{max}} - 2\pi r_{\tau_{max}} c \tau_{max}) / 2$$
- P_S la parte sopportata dal cuore attorno al potting (attraverso sollecitazioni di taglio) $P_S = 2\pi r_{\tau_{max}} h_b \tau_{max}$
- P_N la parte sopportata dal core sotto il potting $P_N = \pi r_{\tau_{max}}^2 \sigma_c$
- $P_{\tau_{max}}$ il carico che corrisponde a un inserto passante con sollecitazione pari a τ_{max} che diventa P_{crit} per $\tau_{max} = \tau_{c \text{ crit}}$
- $r_{\tau_{max}}$ la distanza della massima tensione di taglio dal centro dell'inserto
- σ_c la tensione normale di trazione o compressione sotto il potting
- h_p l'altezza del potting

Teoricamente, per un comportamento lineare, i due modi di rottura (rottura per taglio e rottura per trazione o compressione del cuore) non avvengono insieme, ma nella realtà possono anche avvenire insieme per la presenza di comportamenti non lineari.

Nel secondo caso, data l'insufficiente capacità del cuore non metallico a distribuire le concentrazioni di tensione, la capacità dell'inserto di deformarsi cresce solo leggermente con l'altezza del cuore per valori costanti h_p . Le concentrazioni di tensione nel caso di inserto partially potted saranno date

dalla formula $P_{SS_{pp}} = P_{SS_{fp}} \frac{1}{K_{t_{pp}}}$ dove:

- $P_{SS_{pp}}$ è il carico ammesso da un inserto partially potted
- $P_{SS_{fp}}$ è il carico ammesso da un inserto passante
- $\frac{1}{K_{t_{pp}}}$ è il fattore di concentrazione di tensione

Si analizzano poi le stesse configurazioni di inserti potted considerando prima il caso di cuori pesanti sottoposti a carico di trazione e nel caso di cuori di alluminio e cuori di materiale non metallico (in questo caso può avvenire la rottura della resina potting sotto l'inserto) e poi il caso di facce di spessore non trascurabile sottoposti a carico di compressione nel caso di cuori di alluminio e materiale non metallico (in questo caso la faccia superiore non contribuisce alla capacità portante dell'inserto se lo spessore delle facce superano i valori di 0,6 mm, questo è dovuto alla rottura del legante tra core e faccia superiore per trazione). Se l'inserto è passante allora la sua capacità portante è quella calcolata con le formule calcolate, cioè P_{crit} . Se invece l'inserto è di tipo potted, allora vanno determinati sia il valore della capacità P_{crit} (per inserti passanti), sia la capacità $P_{p\ crit}$ (per inserti partially potted). Il valore della capacità portante dell'inserto sarà allora quello più basso, quindi l'inserto si potrà comportare come inserto passante se $P_{crit} < P_{p\ crit}$ mentre si comporterà come inserto partially potted se $P_{crit} > P_{p\ crit}$. Si deve evitare ogni rottura per trazione della resina potted, cioè se $P_{R\ crit} < P_{crit}$ e contemporaneamente $P_{R\ crit} < P_{p\ crit}$. Infine, si deve notare che le equazioni scritte sono valide indipendentemente dalle condizioni al contorno esterne se il raggio del pannello è sufficientemente ampio ($a > 2b$).

2.4 Trattazione con gli elementi finiti

Di notevole interesse risulta la trattazione con gli elementi finiti per pannelli sandwich. In particolare è stato trovato uno studio che tratta questo argomento per il collegamento del motore e della scatola del cambio al telaio su vetture di F1 degli anni '90. Le strutture sandwich sono costituite da un core in Nomex e/o alluminio mentre le pelli sono costituite da lamine in fibra di carbonio. Per introdurre forze localizzate nei pannelli si è ricorso, come al solito, a inserti metallici che ha permesso al carico di diffondersi dal punto di applicazione e a connettere tra loro le pelli. I punti più critici sono quelli in cui va posizionato il motore che per questioni di competitività delle vetture deve essere posizionato il più basso possibile, quindi, quattro sono i punti in cui viene introdotto il carico e quindi gli inserti vanno progettati non più attraverso l'esperienza e l'intuizione ma attraverso una migliore analisi del problema utilizzando gli strumenti che oggi sono a disposizione di un ingegnere, come l'analisi FEM.

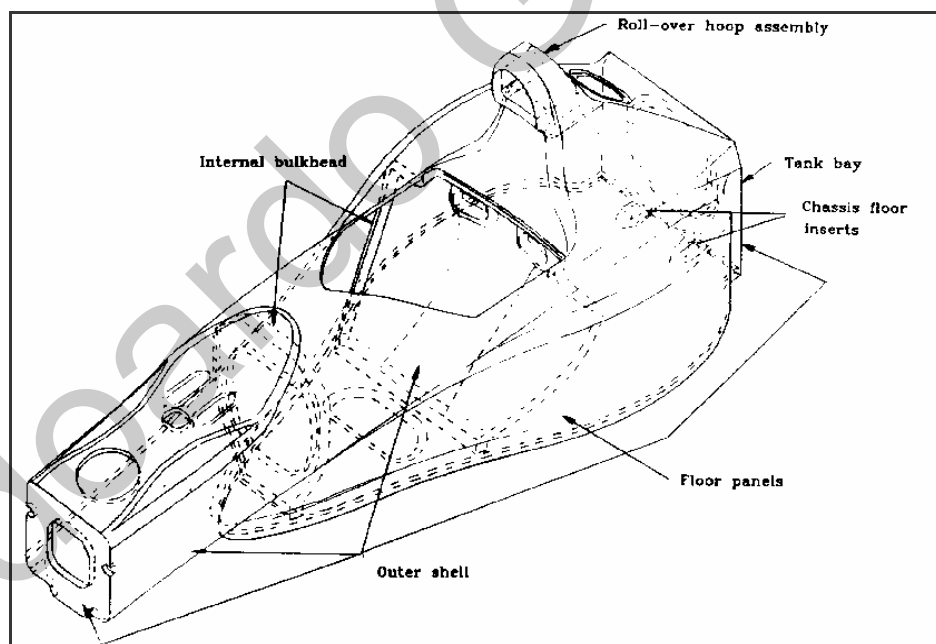


Fig. 2.14 Schema di una macchina di F1 con relativa posizione degli inserti

L'idea fondamentale di un'analisi FEM è dividere la struttura da analizzare in una serie di regioni discrete: gli elementi finiti, l'insieme di questi elementi è chiamata mesh. Se gli elementi sono sufficientemente piccoli le approssimazioni matematiche delle funzioni di forma possono essere

impiegate per rappresentare le tensioni e gli spostamenti dell'elemento senza troppi errori. Le funzioni di forma possono avere la forma di funzioni polinomiali o trigonometriche a seconda del livello di accuratezza richiesto. Gli elementi vanno assemblati insieme in modo tale che gli spostamenti sono continui tra gli elementi. Inoltre, le condizioni al contorno e di equilibrio globale devono essere soddisfatte per l'intera struttura, ottenendo un modello ben condizionato. Le forme degli inserti studiate sono tre: rettangolare, triangolare e a naso smussato. Le strutture analizzate possono essere divise in quattro porzioni: l'inserto, le pelli, il cuore in honeycomb e lo strato di adesivo interposto tra pelli e cuore e inserto. Nei calcoli non si è considerato l'effetto dell'adesivo per evitare la presenza di un gran numero di elementi che sarebbero stati necessari per la presenza dell'adesivo nel modello. Per la complessità del componente non è disponibile nessuna soluzione in forma chiusa e ora è richiesto un metodo per valutare gli effetti dei risultati della mesh, della scelta dell'elemento, delle condizioni al contorno e del carico. Per analisi parametriche le pelli sono state assimilate a elementi isotropi in opposizione a pelli di materiale composito multidirezionale. Si è anticipato che il campo di tensioni generato sarebbe molto meno complesso se le caratteristiche del materiale fossero isotrope. Come materiale è stato scelto l'acciaio che ha sia i requisiti di semplicità che quelli di rigidità che servono al sistema pelli in composito/inserto in alluminio. Le prove iniziali sono state effettuate con vincoli distribuiti sull'intera superficie delle pelli. Ciò è stato fatto per simulare gli effetti del cuore in honeycomb incluso nelle successive prove. Un approccio all'analisi di un simile componente è considerarlo dotato di doppia simmetria e le zone dell'inserto devono essere analizzate nelle tre dimensioni con tutte e sei le componenti di tensione. Per ridurre il livello di complessità e la taglia del modello l'inserto è stato definito con due piani di simmetria: l'asse x-y e l'asse y-z come mostrato in figura:

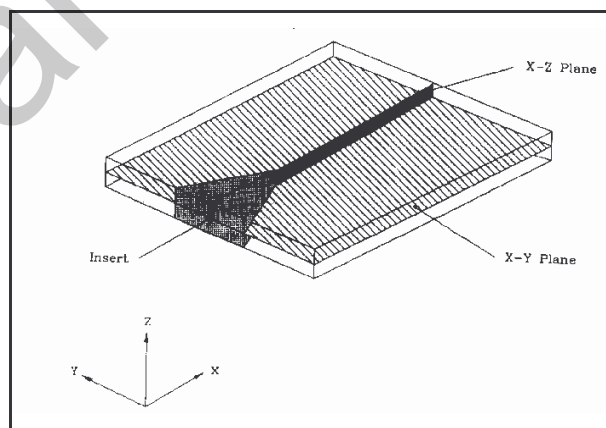


Fig. 2.15 Schema di un inserto in un pannello sandwich con relativo sistema di riferimento

In questo modo, durante lo studio con il metodo FEM si può analizzare solo un quarto del componente. L'inserto viene poi caricato con un perno lungo la direzione z ma con una certa eccentricità che però non viene rappresentata nell'analisi. Nelle condizioni da gara l'inserto è soggetto a sistemi di forza molto complessi come evidenziato dalla figura seguente:

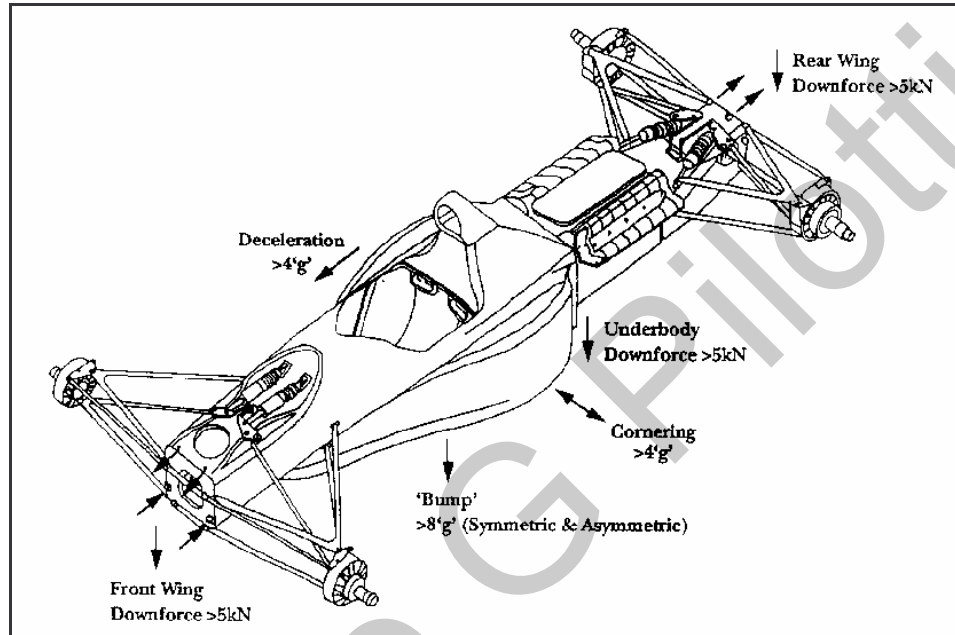


Fig. 2.16 Sollecitazioni a cui è sottoposta una macchina di F1 durante le fasi di gara

Inoltre, in prossimità del motore si devono studiare anche gli effetti termici, che, però, vengono trascurati in questo studio, soffermando l'attenzione, invece, sulle sollecitazioni di trazione sugli inserti. Le analisi effettuate sono di tipo lineare: ciò riduce il tempo di calcolo e fornisce informazioni sul comportamento della mesh e degli elementi senza ulteriori complicazioni. I risultati sono stati analizzati in due zone: all'interfaccia inserto/pelle per valutare la distribuzione delle tensioni sul piano e lontano da tale interfaccia per valutare le caratteristiche di convergenza della tensione. Izialmente è stato studiato l'inserto triangolare: nel modello l'inserto è stato modellato come solido in parte quadrangolare e in parte triangolare, quest'ultima definita vicino alla punta dove sono preponderanti i problemi di distorsione dell'elemento. Per le pelli sono stati utilizzati elementi quadrangolari perché si possono minimizzare i problemi legati alla distorsione degli elementi in tutte le regioni delle pelli stesse (nelle vicinanze della punta dell'inserto c'è solo una leggera asimmetria). Come risultato c'è una forte concentrazione di tensione sulla punta dell'inserto, mentre ciò non avviene nella regione di interfaccia pelle/inserto: si ha, perciò, una densità della mesh maggiore nella punta dell'inserto dove si hanno i valori più alti della tensione dovuti sia alla geometria, sia alle condizioni di carico del componente. È evidente che le

zone di contatto inserto/pelle devono avere la stessa mesh: è essenziale la connessione tra i nodi dell'inserto e della pelle. Gli elementi utilizzati sono brick per l'inserto e shell per la pelle. È stata studiata, poi, la convergenza delle tensioni nella zona vicino all'inserto aumentando la densità della mesh finché la tensione non ha raggiunto un certo valore (valore di convergenza della soluzione). Questo non ha implicato necessariamente che la tensione ha raggiunto l'esatta soluzione perché entrano in gioco altri fattori come la distorsione degli elementi. È stato deciso di non fare tale analisi di convergenza perché il campo di tensione è estremamente complesso e varia rapidamente. Però è chiaro che un alto ordine di elemento unito a un'ottima densità della mesh genera le corrette condizioni al contorno e produce anche caratteristiche di tensione che altrimenti non sarebbero ottenute. Dalle analisi effettuate la regione sulla punta dell'inserto ha mostrato difficoltà nel produrre le condizioni al contorno corrette, inoltre, le componenti di tensione si devono annullare, ma poiché l'analisi non mostra questo si può pensare all'esistenza di tensioni singolari decidendo, così, di studiare tale variazione attraverso lo spessore dell'inserto. È stata posta l'attenzione non solo sulla rappresentazione delle tensioni e sulla convergenza, ma anche sul tempo di calcolo e sulla dimensione del modello che creano problemi sulle risorse impiegate: dimensione dell'hard disk e accessibilità a stazioni di lavoro (workstation). Per assicurarsi che le pelli (elementi bidimensionali) e l'inserto (elemento tridimensionale) siano posizionati in piani corretti e che sia soddisfatta la compatibilità tra gli elementi, sono usati collegamenti rigidi tra il piano centrale delle pelli e la superficie superiore dell'inserto. Questi collegamenti producono una connessione fisica tra i nodi posizionati nel piano x-y ma a diversa altezza z, possiedono una rigidità assiale molto grande prevenendo il collasso lungo la direzione z. Alcuni aspetti del modello si sono trascurati, come le tensioni di taglio interlaminare. Sulla base di aver effettuato un mesh parametrica, di particolare interesse è l'area che circonda la punta dell'inserto, qui è stata variata la densità della mesh per due ragioni: la prima dipende dalle condizioni di carico (le forze in un modello agli elementi finiti vanno applicate ai nodi) e dalle restrizioni dovute alla taglia del modello (dimensioni fisiche sull'hard disk), la seconda la fatto che in questa zona si avrebbero elementi troppo distorti che produrrebbero un'eccessiva approssimazione dei risultati ottenuti (tensioni e deformazioni). Allora in questa zona molto critica gli elementi quadrangolari distorti sono stati suddivisi in elementi triangolari molto più regolari, migliorando, così, la possibilità di ottenere risultati il più corretti possibile, in relazione al fatto che sulla punta dell'inserto c'è un elevato gradiente di tensione e quindi si sono prodotti facilmente risultati molto approssimati. In una prima fase gli elementi triangolari sono stati inseriti manualmente, ma vista l'impossibilità di inserire un numero elevato di elementi, successivamente, sono stati inseriti automaticamente via software. Questo ha permesso di inserire un maggior numero di elementi vicino alla punta dell'inserto senza introdurre elementi eccessivamente distorti, producendo una mesh più uniforme e regolare.

Nell'inserto a naso arrotondato (Blunt nose) non si può effettuare una mesh parametrica per la complessità della forma dell'inserto, perciò, la mesh è stata generata sulla base dei risultati ottenuti dall'analisi precedente sugli inserti triangolari. Inoltre, nel considerare la forma e la taglia degli elementi per il calcolo delle tensioni e delle deformazioni, si deve porre l'attenzione anche alla costruzione geometrica del componente. L'inserto a naso arrotondato è caratterizzato da una punta a forma di semicerchio e l'accuratezza della mesh dipende dalla scelta e dalla densità degli elementi e dalla funzione di forma definita per l'elemento. Per questa ragione un elevato numero di elementi è stato generato su tale zona, essi, però, hanno una distorsione eccessiva per la valutazione dei risultati. Una diversa mesh è stata considerata per le pelli, ma è importante che la mesh vicino all'inserto sia il più uniforme e regolare possibile. Verso l'estremità esterna delle pelli gli elementi diventano meno regolari e uniformi (maggiore distorsione) ma ciò comporta un effetto trascurabile sul campo di tensione vicino all'inserto. In una seconda fase è stato deciso di diminuire il numero di elementi solidi dell'inserto per ridurre il numero della taglia del database (spazio sull'hard disk) e il tempo di calcolo. Quindi si è generata una mesh più uniforme e omogenea sulla punta dell'inserto che è la zona più critica come per l'inserto triangolare. L'inserto rettangolare ha una distorsione minore rispetto ai primi due e, quindi, è stata realizzata una mesh parametrica con elementi quadrangolari di tipo shell per le pelli e brick per l'inserto. Dopo aver sviluppato una meshatura adatta alla geometria dell'inserto è stata studiata la possibilità di usare sottomodelli per migliorare l'accuratezza della soluzione, soprattutto nella zona in vicinanza dell'inserto dove c'è un alto gradiente di tensione che richiede una mesh raffinata e ben strutturata con elementi molto più piccoli. Tuttavia senza l'uso di una mesh libera (free meshing) ottenere una mesh con elementi di taglia diversa nelle varie zone del modello è difficile, perciò, per la generazione del modello, è stato utilizzato un tool interno al software. Nelle analisi iniziali l'honeycomb è stato omissso per semplicità, ma sono stati evitati spostamenti lungo la direzione z: questo per simulare comunque gli effetti del core. Questo approccio è chiaramente sbagliato perché si trascura l'effetto Poisson di contrazione all'interfaccia pelle/inserto. Introdurre il core significa usare degli elementi solidi e, quindi, aumentare il numero di equazioni che occorrono per risolvere il problema. È stato stimato l'effetto della presenza dell'honeycomb sia sulle tensioni che sugli spostamenti vicino e lontano dall'inserto. Comunque, la principale zona d'interesse è l'interfaccia tra inserto e pelle, quindi, un compromesso accettabile è stato quello costruire sottomodelli in cui solo nella zona vicino all'inserto è presente l'honeycomb, mentre lontano da essa sono stati evitati spostamenti lungo z come nell'analisi iniziale. Poiché nella zona vicino all'inserto il campo di tensione è tridimensionale con valori di forza rilevanti si richiederebbe un'analisi non lineare in cui si considerino le non linearità sia geometriche (dovute a deformazioni eccessive che causano variazioni nella geometria) che del materiale (causando l'insorgere della plasticità). Però le analisi sperimentali attraverso prove di foto elasticità hanno mostrato che le curve

carico/allungamento hanno un andamento di tipo lineare, mentre, le analisi di non linearità del materiale simulerebbero lo stato di tensione e la rottura del componente per alti valori del carico, però, se gli effetti della plasticità sono localizzati allora si possono effettuare analisi lineari. I criteri di rottura utilizzati dipendono dalle caratteristiche del componente: se il materiale usato è alluminio allora si utilizza il criterio di von Mises, se invece il materiale utilizzato è fibra di carbonio o Kevlar allora si impiega il criterio della massima tensione.

Edoardo G Pilotti

2.5 Lavori sperimentali

Un lavoro sperimentale è stato effettuato dell'ESA con un manuale che ha lo scopo di fornire tutte le informazioni necessarie per disegnare, dimensionare, costruire e verificare in maniera corretta tutti i sistemi di inserti e fornire una procedura di standardizzazione per il disegno e le prove sperimentali sugli inserti. Tutte le informazioni presentate nel manuale sono state fornite dall'ERNO sotto contratto ESA. Nella prima parte del manuale si descrivono i componenti di un sistema sandwich con inserti, ponendo l'attenzione sul disegno. Successivamente si descrivono le proprietà delle pelli, del core e del potting. La capacità dell'inserto è influenzata dalla rigidità flessionale delle

lamine $B = \frac{E_f f^3}{12(1-\nu_f^2)}$ calcolata per facce isotrope. Poiché le facce dei

sandwich sono di tipo anisotropo si effettua l'uguaglianza tra la rigidità flessionale della lamina anisotropa con una lamina isotropa equivalente:

$E_f = \sqrt{E_x E_y}$ e $\nu_f^2 = \nu_x \nu_y$. Tutti i provini del manuale hanno la caratteristica di avere le facce di alluminio di spessore pari a:

$f_{Al} = f_{an} \sqrt[3]{\frac{\sqrt{E_x E_y} \cdot (1-\nu_{Al}^2)}{E_{Al}(1-\nu_x \nu_y)}}$. Tale relazione si ottiene uguagliando le

rigidezze flessionali delle facce anisotrope con quelle delle facce equivalenti in alluminio. Unica caratteristica che accomuna tutte le prove è l'uguaglianza delle lamine, tutte le altre caratteristiche vengono variate. Infatti, il core in honeycomb può essere costituito da diversi materiali: alluminio, Nomex (fibra aramidica di brevetto della Du Pont) o di GFRP (materie plastiche rinforzate con fibre di vetro); gli spessori dei fogli possono essere diversi, così come le dimensioni delle cellette che formano l'honeycomb. Quindi si descrivono le proprietà del core per inserti soggetti a carichi di trazione o compressione:

modulo di elasticità trasversale ($G_c = \frac{G_w}{3}$), dove G_w è il modulo di elasticità trasversale secondo la direzione W mentre G_c è quello equivalente del core; la forza di taglio...

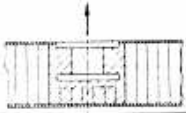
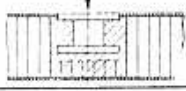
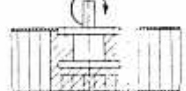
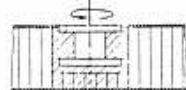
Gli inserti studiati nel manuale sono di tipo potted con una resina epossidica di tipo Lekutherm X227, perciò va studiato anche il comportamento meccanico di tale tipo di resina. Questa ha le caratteristiche di peso ridotto e elevata viscosità. Le caratteristiche meccaniche di tale tipo di resina vengono riassunte nella tabella seguente:

Densità γ_R [kg/dm ³]	0,6-0,7
Tensione di rottura per trazione $\sigma_{R \text{ crit}}$ [N/mm ²]	14
Tensione di rottura per compressione $\sigma_{R \text{ crit}}$ [N/mm ²]	36
Tensione di rottura a taglio $\tau_{R \text{ crit}}$ [N/mm ²]	10
Modulo di elasticità longitudinale E_R [N/mm ²]	2300
Temperatura massima ammissibile [°C]	100

Tab 2.3 Caratteristiche meccaniche della resina

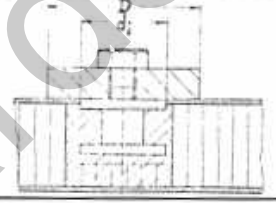
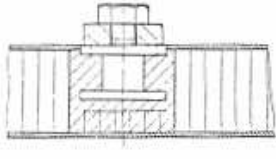
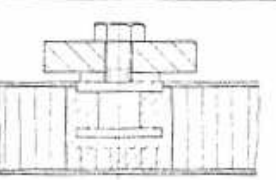
Dopo aver spiegato le varie configurazioni possibili dell'inserto e il montaggio si analizzano le condizioni di carico per il dimensionamento dell'inserto. Per produrre un inserto con un collegamento corretto occorre che la superficie di contatto tra l'elemento esterno e il pannello in cui è inserito l'inserto sia larga almeno quanto il potting. Per il calcolo della capacità portante degli inserti si considera un coefficiente di sicurezza di $j=1.5$. I modi di rottura del sistema studiato per effetto di una sollecitazione di carico normale di trazione possono essere diversi a seconda dell'altezza del potting e del core. Infatti a parità di altezza del potting aumentando l'altezza del core si passa da un sistema fully potted, in cui la rottura avviene per sollecitazioni di taglio nel core, a un sistema partially potted in cui, fino a una certa altezza del core, si ha la rottura per trazione del core e a un'altezza maggiore si ha la rottura del potting sotto l'inserto. Si effettua, poi, il dimensionamento dell'inserto per le diverse condizioni di carico o per combinazioni di esse.

Cap.2: Studio degli inserti su pannelli sandwich

			For load capability see Section
a		Load normal to plane of the sandwich away from the surface "Tensile Load"	2.1.1
b		Load normal to the plane of the sandwich towards the surface "Compressive Load"	2.1.2
c		Load in plane of the facing "Shear Load"	2.1.3
d		Bending load $\pm$	2.1.4
e		Torsional load $\pm$	2.1.5

Tab. 2.4 Possibili carichi a cui è sottoposto l'inserto: a) trazione, b) compressione c) taglio, d) momento flettente e) momento torcente

Innanzitutto si deve analizzare la corretta condizione di carico come in figura:

a		contact area greater than the potted area
b		contact area smaller than the insert flange area <u>incorrect design</u>
c		shimming plate smaller than the potted area <u>incorrect design</u>

Tab 2.5 Possibili condizioni di montaggio: a) montaggio corretto, b) e c) montaggio errato

1. La prima condizione di carico studiata è quella di carico normale alle facce di trazione o compressione. La capacità dell'inserto viene rappresentata in diagrammi che sono funzione dell'altezza dell'inserto con lo spessore delle facce come parametro. In tutti i diagrammi si fa riferimento a facce in alluminio Al 2024 a un potting in schiuma sintetica con caratteristiche meccaniche pari a: $\sigma_{R \text{ crit } t \text{ min}} = 8 \text{ N/mm}^2$ e $\sigma_{R \text{ crit } t \text{ typ}} = 11 \text{ N/mm}^2$ in cui si considera incluso anche un fattore di concentrazione delle tensioni $K_t \leq 1,8$. Ciascun diagramma, poi, viene rappresentato per un tipo particolare tipo di core (3/16-5052-0.007...), per un certo diametro ($d_i = 9-11-14-17.5-22 \text{ mm}$) e per una certa altezza dell'inserto. Le tipologie di core che vengono prese in considerazione sono tre: 3/16-5052-0.007 che sono cuori di alluminio dove il primo numero rappresenta la taglia delle celle dell'honeycomb espresse in pollici, il secondo rappresenta il tipo di lega e il terzo rappresenta lo spessore dei fogli di alluminio che costituiscono l'honeycomb; HRH10-3/16-2.0, HRP-3/16-4.0 sono cuori dove il primo numero rappresenta il tipo rispettivamente in NOMEX e GFRP, il secondo la tipologia della cella, il terzo la densità del core. Va evitata, inoltre, il carico per il quale si ha la rottura del potting, come indicato nei grafici, che si ha per una certa altezza dell'altezza del core, infatti, se si verifica la rottura del potting allora non si ha più la capacità di carico che si richiedeva per inserto.

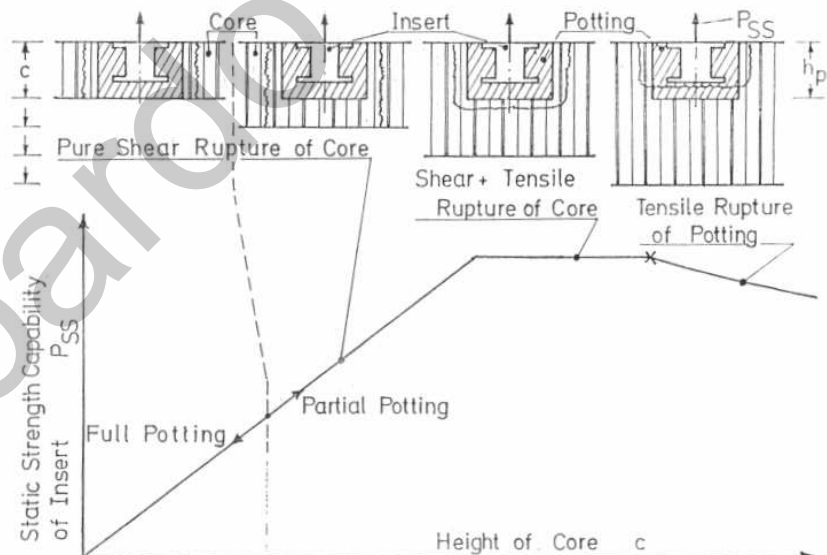


Fig. 2.17 Grafico che descrive la rottura dell'inserto caricato in trazione al variare dell'altezza del core, nella parte superiore sono descritte anche le zone di rottura

La capacità degli inserti viene studiata per altezze dell'inserto pari a $h_i = 9 \text{ mm}$ ma si può estendere la capacità portante dell'inserto a valori

generici utilizzando la traslazione delle curve come in figura seguendo la relazione $C'^* = C' + h_i^* - h_i$ dove C'^* è il nuovo valore di rottura sotto il potting o sotto l'inserto che corrisponde alla nuova altezza h_i^* .

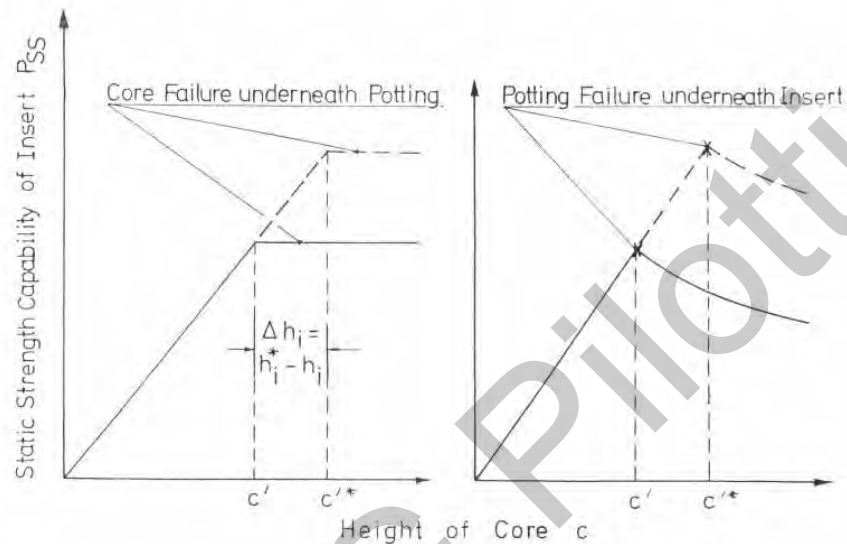


Fig. 2.18 Nei grafici si descrive la traslazione dei grafici al variare dell'altezza dell'inserto

2. Tutte le considerazioni fatte valgono sia per un elemento caricato in trazione sia per un elemento caricato in compressione: variano però i carichi.
3. La seconda condizione di corico studiata è il taglio. Dopo aver constatato un corretto montaggio ci si accorge che una parte del carico viene sopportata dalle facce e una parte dal core.

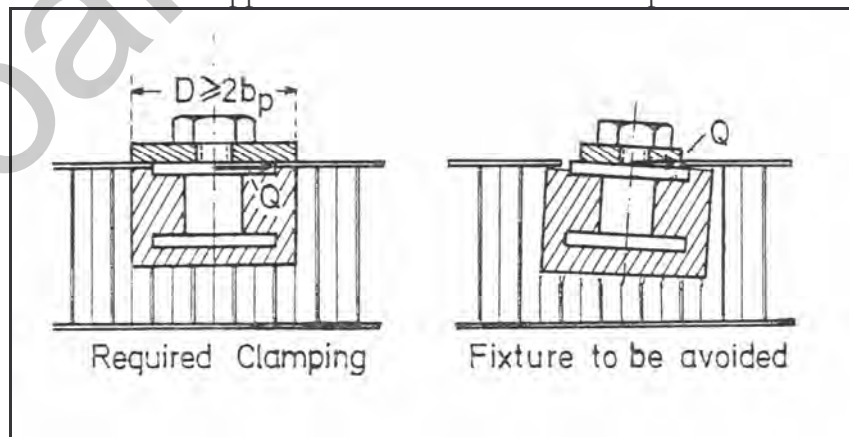


Fig. 2.19 Montaggio corretto (a sinistra) ed errato (a destra) di un inserto caricato a taglio

4. La parte del carico sopportata dalle facce dipende dal materiale usato, dal numero di lamine utilizzate e dalla loro disposizione, mentre una piccola parte del carico viene sopportata dal core (piccola perché la rigidità del core è molto minore di quella delle facce). Il carico di taglio che l'inserto può sopportare è dato dalla seguente formula semiempirica pari alla somma dei due contributi: $Q_{ss} = 2f \cdot b_p \cdot \sigma_{fy} + 8b_p^2 \cdot \tau_{wcrit}$ valida per $b_p \leq 11$ e dove b_p è il raggio del potting che vale $b_{pmin} = 0.93192 \cdot b_i + 0.874 \cdot S_c - 0.66151$ con S_c pari alla taglia delle celle del core, τ_{wcrit} è la tensione di rottura a taglio nella direzione W, σ_{fy} è la tensione di rottura delle facce, f è lo spessore della faccia superiore. Se $b_p \geq 11$ allora si sovradimensionerà l'inserto prendendo come valore $b_p=11$.

5. La terza condizione di carico è il momento flettente.

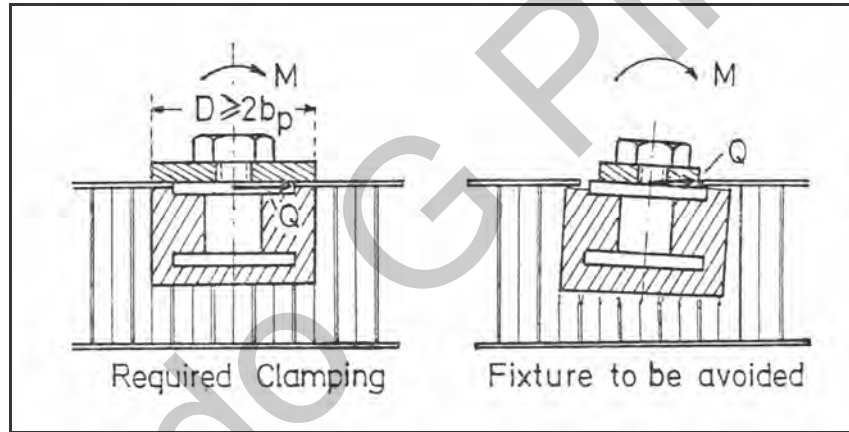


Fig. 2.20 Montaggio corretto (a sinistra) ed errato (a destra) di un inserto caricato a flessione

6. Questa condizione di carico, possibilmente deve essere evitata, ma nei casi in cui questo non è possibile, dopo aver assicurato un corretto montaggio si calcola il carico flettente ammissibile con la seguente formula: $M_{ss} = P_{ssc} \cdot b_i$ dove P_{ssc} è il carico ammissibile per compressione e b_i è il raggio dell'inserto.
7. Un'altra condizione di carico è il carico torsionale, anche questa condizione di carico si deve cercare di evitare, possibilmente utilizzando due inserti che trasformano il carico di torsione in due carichi di taglio. Il caso più sfavorevole è la rottura per taglio dell'interfaccia tra core e potting senza considerare le altre parti del sistema. Il carico torsionale ammesso da core metallici può essere determinato dalla seguente formula: $T_{ss} = 4\pi \cdot b_R^2 \cdot t_0 \cdot \tau_{0crit}$ dove b_R è il raggio del potting, t_0 è lo spessore dei fogli che costituiscono il core, τ_{0crit} è la tensione di rottura a taglio del core. Nel caso di core

costituito da lamine di materiale non metallico il carico torsionale ammissibile va determinato con tests.

8. Infine vanno studiate le combinazioni di carico che possono agire sul singolo inserto.

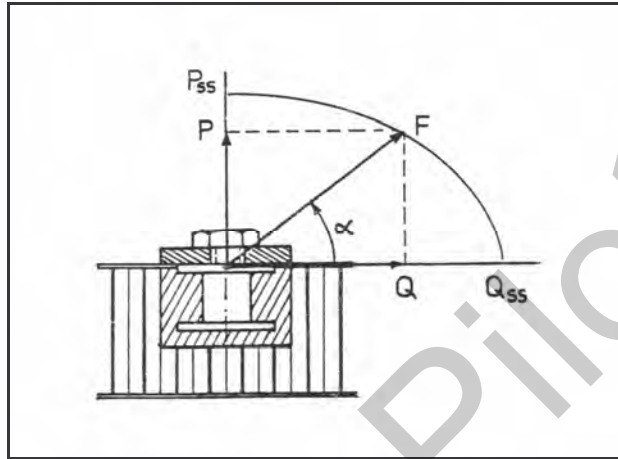


Fig. 2.21 Inserto caricato da una forza generica

Se P è il carico normale, Q il carico di taglio, M il carico flettente, T il momento torcente e i carichi col pedice SS i carichi ammissibili, allora la capacità portante dell'inserto viene determinata dalla seguente

formula:
$$\left(\frac{P}{P_{ss}}\right)^2 + \left(\frac{Q}{Q_{ss}}\right)^2 + \left(\frac{M}{M_{ss}}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_{ss}}\right)^2 \leq 1.$$

Le prove sperimentali vengono eseguite a temperatura ambiente. La temperatura è un fattore di notevole influenza sulla resistenza dei provini, per questo, il manuale fornisce i criteri cautelativi di ausilio al progettista per applicazioni a temperature diverse da quella ambiente: per temperature comprese tra $-160^{\circ}\text{C} \leq t \leq 40^{\circ}\text{C}$ non si ha nessuna riduzione della capacità di carico, se $t > 40^{\circ}\text{C}$ (ma sempre minore di 100°C perché oltre questa temperatura la resina in esame perde le sue proprietà) si assegna un grafico per valutare la variazione di resistenza, se invece $t > 100^{\circ}\text{C}$ si sconsiglia l'uso di questa resina e tutte le valutazioni fatte perdono validità, se infine le temperature sono cicliche tra $-160^{\circ}\text{C} \leq t \leq 120^{\circ}\text{C}$ si considera una resistenza ridotta del 10%.

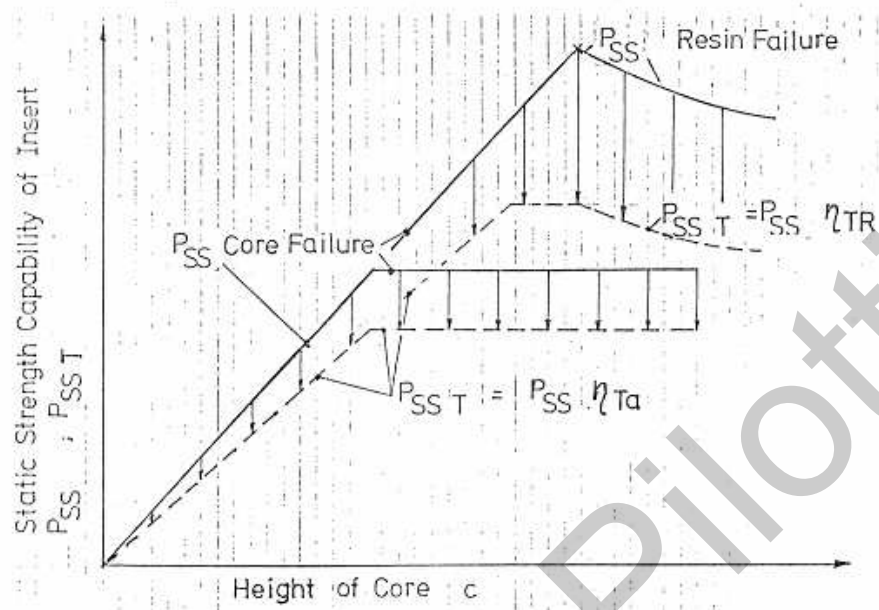


Fig. 2.22 Grafico che indica la variazione della capacità portante dell'inserto per temperature maggiori di 40°C

Infine si trascurano gli effetti dovuti all'umidità, al vuoto e alla radiazione elettromagnetica, si studiano configurazioni con un certo numero di inserti, l'effetto di bordo, la vita a fatica degli inserti, la realizzazione degli inserti, i test per ottenere le proprietà di interesse e la valutazione della qualità.

Nei problemi di dimensionamento è molto importante studiare gli effetti dovuti a un numero elevato di inserti, infatti nei casi reali queste condizioni sono normalmente verificate, poiché aziende che operano in questi settori devono dimensionare un numero elevatissimo di inserti per collegare le varie parti di una struttura o rinforzare un certo elemento costruttivo. Il manuale spiega l'effetto della mutua interferenza di due inserti caricati nella stessa direzione, di due inserti caricati in direzione opposta, di una serie di inserti caricati nella stessa direzione, di una serie di inserti caricati in direzione opposta e di un gruppo di inserti caricati nella stessa direzione.

1. Se due inserti vengono caricati nella stessa direzione, la capacità di resistenza statica di ogni inserto si riduce per effetto del campo di tensione dell'altro inserto, in accordo alla formula seguente: $P_{SS1}^* = \eta_{IS1} \cdot P_{SS1}$ dove P_{SS1}^* è la capacità ridotta dell'inserto 1 per effetto dell'inserto 2, P_{SS1} è la capacità iniziale dell'inserto 1 senza l'influenza dell'inserto 2, mentre η_{IS1} è il coefficiente di interferenza dell'inserto 1 quando è caricato nella stessa direzione dell'inserto 2, analogamente per l'inserto 2: $P_{SS2}^* = \eta_{IS2} \cdot P_{SS2}$. Se la distanza tra gli assi degli inserti è misurata da a , allora se $a \leq 5(b_{P1} + b_{P2})$

$$\eta_{IS1} = \frac{b_{P_1} \cdot b_{P_2}}{1 + \frac{b_{P_1}}{b_{P_2}}} \left(1 + \frac{a}{5b_{P_1}} \frac{1}{\left(1 + \frac{b_{P_1}}{b_{P_2}} \right)} \right),$$

$$\eta_{IS2} = \frac{\left(\frac{b_{P_1}}{b_{P_2}} \right)^{-1}}{1 + \left(\frac{b_{P_1}}{b_{P_2}} \right)^{-1}} \left(1 + \frac{a}{5b_{P_1}} \cdot \frac{b_{P_1}/b_{P_2}}{\left(1 + \frac{b_{P_1}}{b_{P_2}} \right)^{-1}} \right) \quad \text{dove } b_{P_1} \text{ e } b_{P_2} \text{ sono}$$

rispettivamente il raggio del potting dell'inserto 1 e dell'inserto 2. Se, però, $a > 5(b_{P_1} + b_{P_2})$ allora la mutua interferenza di entrambi gli inserti è trascurabile, infatti, $\eta_{IS1} = \eta_{IS2} = 1$. Se l'inserto 2 è soggetto a un carico P_2 che è più basso della capacità ridotta P_{SS2}^* dell'inserto, si ha così una riduzione dell'influenza sull'inserto 1. La riduzione della capacità di carico dell'inserto 1 è data da $\eta'_{IS1} = 1 - (1 - \eta_{IS1}) \frac{P_2}{P_{SS2}^*}$. Questo caso può essere rilevante se entrambi gli inserti non sono simultaneamente caricati alle loro capacità di carico ridotte P_{SS1}^* e P_{SS2}^* . η_{IS1} e η_{IS2} sono rappresentati nel grafico seguente:

2. Nel caso di due inserti adiacenti caricati simultaneamente in direzione opposta ($P_1 = -P_2$), la capacità di carico di ogni inserto è leggermente ridotta dal campo di tensione dell'altro inserto: $P_{SS}^* = P_{SS} \cdot \eta_{IC}$ dove P_{SS}^* è la capacità ridotta di un inserto per effetto dell'altro inserto, P_{SS} è la capacità iniziale di un singolo inserto mentre η_{IC} è il coefficiente di interferenza per effetto del carico: se $a \leq 5(b_{P_1} + b_{P_2}) \Rightarrow \eta_{IC} = 0.9$ mentre se $a > 5(b_{P_1} + b_{P_2}) \Rightarrow \eta_{IC} = 1$.
3. Il caso di una serie di inserti caricati nella stessa direzione è trattato considerando che il primo e l'ultimo inserto della serie è influenzato solo dall'inserto adiacente, perciò $P_{SS1}^* = \eta_{IS1} \cdot P_{SS1}$ come per il primo caso. Gli inserti intermedi sono influenzati, invece, sia dall'inserto a sinistra che da quello a destra di ciascuno. La capacità ridotta di ciascun inserto diventa, così, $P_{SSi}^* = P_{SSi}(\eta_{ISl} + \eta_{ISr} - 1)$ dove η_{ISl} e η_{ISr} sono rispettivamente il coefficiente di interferenza dell'inserto intermedio relativo all'inserto di sinistra e di destra, tali valori sono calcolati con le formule precedenti relative a due inserti caricati nella stessa direzione.
4. Il caso di due serie di inserti caricati in direzione opposta può essere stimata considerando che per il primo e l'ultimo inserto vale la relazione seguente:

$P_{SS1}^* = P_{SS1} \cdot \eta_{IS1} \cdot \eta_{IC}$, mentre per gli inserti intermedi vale la relazione seguente: $P_{SS1}^* = P_{SS1} \cdot (\eta_{ISl} + \eta_{ISr} - 1) \cdot \eta_{IC}$ dove $\eta_{IC} = 0.9$ per $a \leq 5(b_{P1} + b_{P2})$ mentre se $a > 5(b_{P1} + b_{P2})$ allora $\eta_{IC} = 1$.

5. Infine viene studiato il caso di un gruppo di inserti caricati nella stessa direzione. Per inserti uguali ed equidistanti la capacità di carico del gruppo di inserti vale $P_{SS1}^* = P_{SS1} \cdot \eta_G$ dove η_G è il coefficiente di interferenza per un gruppo di inserti equidistanti e dipendente dal numero di inserti e vale:

$$\eta_G = 2 \left(\frac{n-1}{n} \eta_{IS} + \frac{1}{n} - 0.5 \right) \text{ dove } n \text{ è il numero di inserti nel gruppo}$$

mentre η_{IS} è il coefficiente di interferenza per due inserti caricati nella stessa direzione calcolata con le formule già usate per due inserti caricati nella stessa direzione che nel caso particolare vale $\eta_{IS} = 0.5 \left(1 + \frac{a}{10} b_p \right)$.

Le equazioni precedenti sono valide per $\frac{a}{b_p} \leq 10$, invece, se $\frac{a}{b_p} > 10 \Rightarrow$

$$\eta_G = \eta_{IS} = 1.$$

Il manuale studia, infine, l'effetto di bordo sulle capacità statiche dell'inserto. I casi presi in esame sono due: il caso di carico di trazione e il caso di carico di taglio su un inserto caricato in vicinanza del bordo esterno libero.

1. Nel primo caso la capacità di carico dell'inserto si riduce secondo la formula: $P_{SS}^* = P_{SS} \cdot \eta_{EN}$ dove η_{EN} è il coefficiente di margine per inserti caricati in trazione che vale $\eta_{EN} = 0.55 \cdot \sqrt{e/b_p} - 0.05 e/b_p$ per $\frac{e}{b_p} \leq 5$, mentre $\eta_{EN} = 1$ per $\frac{e}{b_p} > 5$ dove e rappresenta la distanza tra centro dell'inserto e estremità libera del pannello.

2. Il caso di inserto caricato di taglio in vicinanza del bordo esterno del pannello si studia analogamente al caso precedente. La capacità di carico di taglio si riduce secondo la formula seguente: $Q_{SS}^* = Q_{SS} \cdot \eta_{EQ}$ dove η_{EQ} è il coefficiente di margine per inserti caricati di taglio che vale $\eta_{EN} = 0.66 \cdot \sqrt{e/b_p} - 0.06 e/b_p$ per $\frac{e}{b_p} \leq 3$, mentre $\eta_{EN} = 1$ per $\frac{e}{b_p} > 3$.

2.6 Analisi di pannelli sandwich con core in riempitivo

In questo capitolo vengono affrontati una nuova tipologia di pannelli sandwich: quelli con core in materiale riempitivo come schiuma. Gli articoli su cui si basa lo studio sono i più recenti e per questo pur essendo di composizione diversa da quelli precedentemente analizzati vengono esaminati sia per una questione di completezza sia perché di ultima evoluzione. Si sa bene che ogni discontinuità nelle proprietà del materiale comporta effetti locale che si manifestano come cambiamenti istantanei sia nella tensione normale delle facce sia nella tensione normale che in quella di taglio nel core. Questo è dovuto a una ridistribuzione delle tensioni interne nelle vicinanze della discontinuità. Questa variazione di tensione non si può spiegare attraverso la teoria del taglio del primo ordine ma del terzo ordine. Il modello è adatto non solo per pannelli sandwich che contengono core di forma dritta ma anche a pannelli sandwich con inclusioni interne di forma qualsiasi, purché il raggio di curvatura dell'inclusione è maggiore della lunghezza caratteristica degli effetti locali. L'articolo inserti di tipo circolare per stimare analiticamente tutte le componenti di tensione e verificare tale analisi con il metodo agli elementi finiti, e, quindi, illustrare l'applicabilità di questo tipo di analisi.

Le convenzioni adottate nell'articolo sono state individuate nella figura seguente:

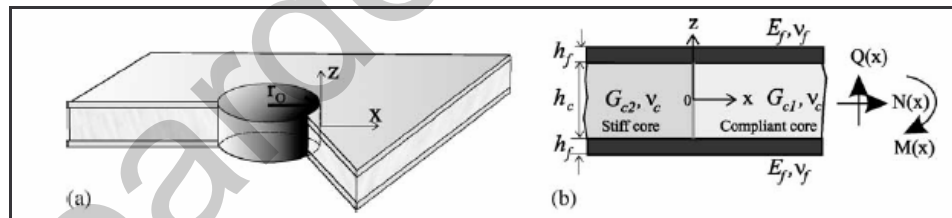


Fig. 2.23 Inserto circolare in un pannello sandwich (a), giunzione tra due core diversi con l'indicazione delle sollecitazioni globali (b)

dove con il pedice f si indicano le facce, con il pedice c2 si indica l'inserto mentre con il pedice c1 si indica il core. Di solito un inserto è fatto di un materiale più rigido e resistente del core e due sono i parametri più importanti per l'analisi teorica:

$$g = \sqrt{\left(\frac{G_{c1}}{G_{c2}}\right)} \quad \text{e} \quad \mu = \sqrt{\left(k_v \frac{G_{c1} h_c (h_c + h_f)^2}{E_f h_f^3}\right)} \quad \text{dove i pedici indicano il}$$

materiale a cui si riferiscono come già indicato, mentre $k_v = \frac{1-2\nu_c}{4(1-\nu_f)}$. Il

parametro g misura un'asimmetria delle proprietà elastiche del core, il parametro μ misura il rapporto tra la rigidezza flessionale del core e delle facce. Tenendo conto che le sollecitazioni si dividono tra il core (taglio) e le facce (forza normale e momento flettente) in accordo alla teoria classica, in questo caso si deve considerare anche che in questo caso si possono avere tensioni locali per l'effetto della discontinuità dei materiali. Queste tensioni locali sono dovute al momento flettente nelle facce σ_f , alla forza di taglio nel core $\tau_c = \tau_{zx}$ e una forza normale nel core $\sigma_c = \sigma_{zz}$. La tensione globale di taglio ($Q_0 = Q(x=0)$) all'interfaccia tra l'inserto e il core è il maggior parametro che determina il livello globale di tutte le tensioni. Se τ_0 è la tensione di taglio a tale

interfaccia introdotta nella forma $\tau_0 = \frac{Q_0}{h_c + h_f}$ allora le tensioni locali

possono essere espresse come segue:

$$\sigma_f = \tau_0 \cdot F_1(g, \mu, x) \cdot \frac{h_c (h_c + h_f)}{h_f^2}$$

$$\tau_c = \tau_0 \cdot F_2(g, \mu, x)$$

$$\sigma_c = \pm \tau_0 \cdot F_3(g, \mu, x)$$

dove si introducono tre funzioni calcolate come segue:

$$F_1 = (1 - g)k_\sigma \frac{c_1 \alpha_1 e^{-\alpha_1 x} + c_2 \beta_1 e^{-\beta_1 x}}{c_1 \alpha_1 + c_2 \beta_1} \quad x > 0$$

$$F_1 = (1 - g)k_\sigma \frac{c_3 \alpha_2 e^{+\alpha_2 x} + c_4 \beta_2 e^{+\beta_2 x}}{c_3 \alpha_2 + c_4 \beta_2} \quad x < 0$$

$$F_2 = 1 + \frac{k_\nu}{6\mu^2} (c_1 \alpha_1^2 e^{-\alpha_1 x} + c_2 \beta_1^2 e^{-\beta_1 x}) \quad x > 0$$

$$F_2 = 1 + \frac{k_\nu g^2}{6\mu^2} (c_3 \alpha_2^2 e^{+\alpha_2 x} + c_4 \beta_2^2 e^{+\beta_2 x}) \quad x < 0$$

$$F_3 = -\frac{k_\nu}{12\mu^2} (c_1 \alpha_1^3 e^{-\alpha_1 x} + c_2 \beta_1^3 e^{-\beta_1 x}) \quad x > 0$$

$$F_3 = +\frac{k_\nu g^2}{12\mu^2} (c_3 \alpha_2^3 e^{+\alpha_2 x} + c_4 \beta_2^3 e^{+\beta_2 x}) \quad x < 0$$

a questo punto calcolando k_σ , α_i ($i=1,2$), β_i ($i=1,2$) e c_i ($i=1 \div 4$) come segue:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{3}{2k_\nu}} (\sqrt{1+2\mu} + \sqrt{1-2\mu})$$

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{3}{2k_\nu}} (\sqrt{1+2\mu} - \sqrt{1-2\mu})$$

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{3}{2k_\nu}} (\sqrt{1+2\mu/g} + \sqrt{1-2\mu/g})$$

$$\beta_2 = \sqrt{\frac{3}{2k_\nu}} (\sqrt{1+2\mu/g} - \sqrt{1-2\mu/g})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -g^2 & -g^2 \\ \alpha_1 & \beta_1 & g^2 \alpha_2 & g^2 \beta_2 \\ \alpha_1^2 & \beta_1^2 & -g^2 \alpha_2 & -g^2 \beta_2 \\ \alpha_1^3 & \beta_1^3 & g^4 \alpha_2^3 & g^4 \beta_2^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g^2 - 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$k_\sigma = \frac{\sqrt{3k_\nu(1+2\mu)}}{\sqrt{2}(1+\mu(1+f_g))}$$

Cap.2: Studio degli inserti su pannelli sandwich

Si danno poi le carte per il calcolo delle funzioni F_1 , F_2 e F_3 al variare di g con $0,02 < \mu < 2$ per una più rapida valutazione di tali funzioni:

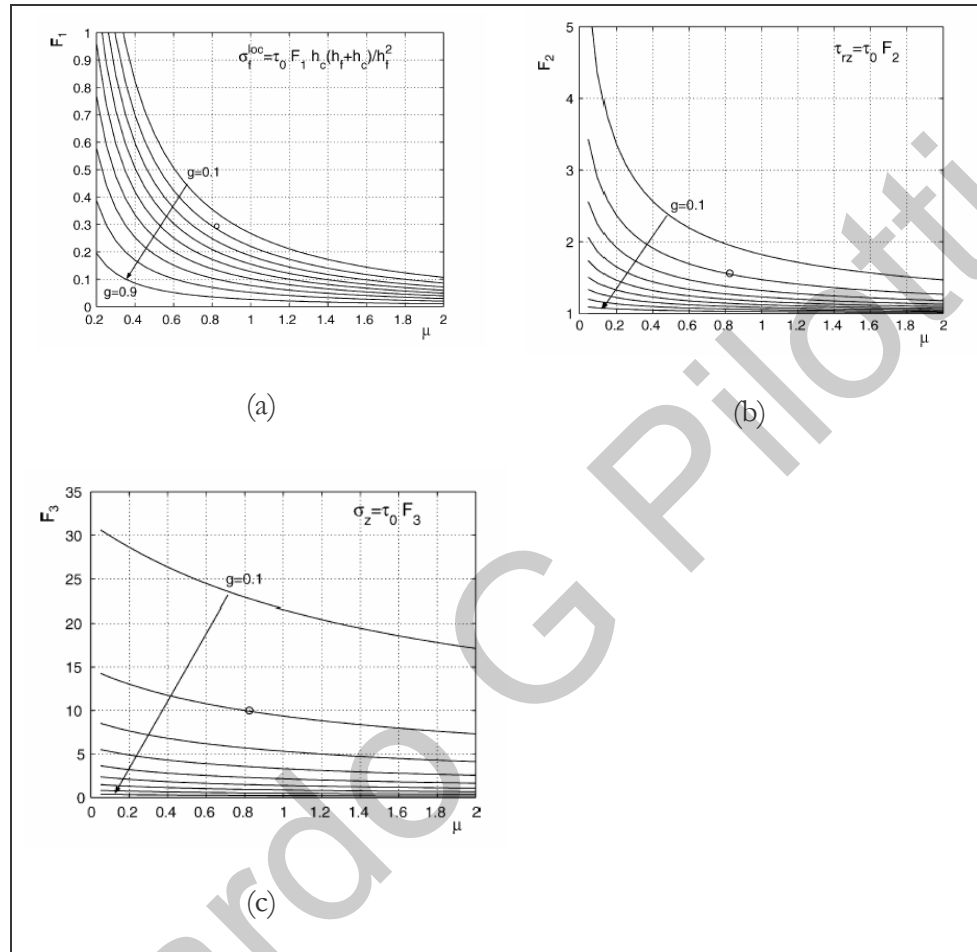


Fig. 2.24 Carte per il calcolo delle funzioni F_1 (a), F_2 (b), F_3 (c)

Si analizza poi un caso pratico di un'applicazione in campo navale di un pannello sandwich rinforzato con un inserto e utilizzato per il collegamento degli alberi alla nave attraverso un anello di metallo attaccato all'inserto cilindrico in compensato che sostituisce il core nel pannello come in figura:

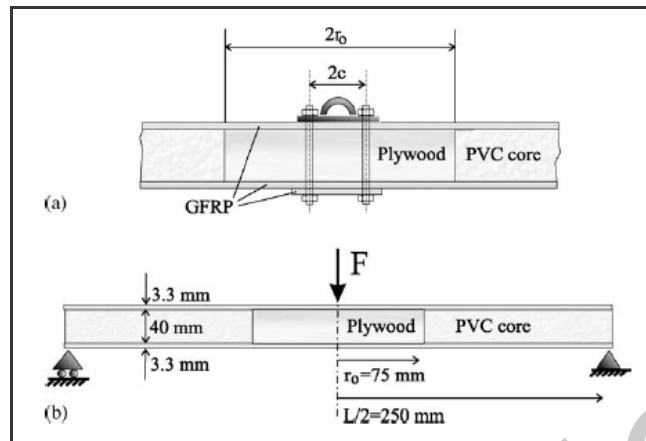


Fig. 2.25 Anello di metallo in un pannello sandwich usato per scopi nautici (a), pannello sandwich caricato centralmente

Lo scopo dell'inserto è di appianare le tensioni elevate indotte dal carico concentrato provocato dal carico esterno e allo stesso tempo di distribuire il carico all'esterno. Le caratteristiche geometriche del pannello sandwich sono riportate nel disegno precedente, quelle relative al materiale sono riportate nella tabella seguente mentre il carico esterno di compressione normale è di 25 kN.

	Spessore [mm]	Proprietà elastiche
Facce (vetro-E quadriassiale)	3,3	$E_f=16 \text{ GPa}$
		$\nu_f=0,3$
Core (schiuma PVC H100)	40	$E_c=16 \text{ GPa}$
		$\nu_c=0,3$
Inserto (compensto di betulla a 9 strati)	40	$G_{plyw}=16 \text{ GPa}$

Tab. 2.6 Caratteristiche del provino

Lo stato di tensione del pannello sandwich è stato valutato sia attraverso l'indagine teorica sia attraverso l'analisi agli elementi finiti utilizzando il codice Odessy. Il modello FEM è stato ridotto a un modello bidimensionale introducendo una simmetria rotazionale e utilizzando elementi isoparametrici a 8 nodi mentre la mesh lungo lo spessore è di 20 elementi: il numero di nodi per elemento e la densità della mesh possono portare a una rapida convergenza. Aumentare il numero di elementi a parità di meshatura significa

procedere a un h-refinement, mentre aumentare il numero di nodi per elemento a parità di mesh significa effettuare un p-refinement, una terza modalità di analisi è quella del substructuring, cioè incrementare la mesh solo nelle parti maggiormente sollecitate andando a studiare in dettaglio il singolo particolare sulla base dei risultati già ottenuti. Si ottiene una buona correlazione tra i risultati ottenuti con il metodo FEM e quelli analitici se si è usata una mesh sufficientemente densa.

I risultati ottenuti sono riassunti nei grafici seguenti:

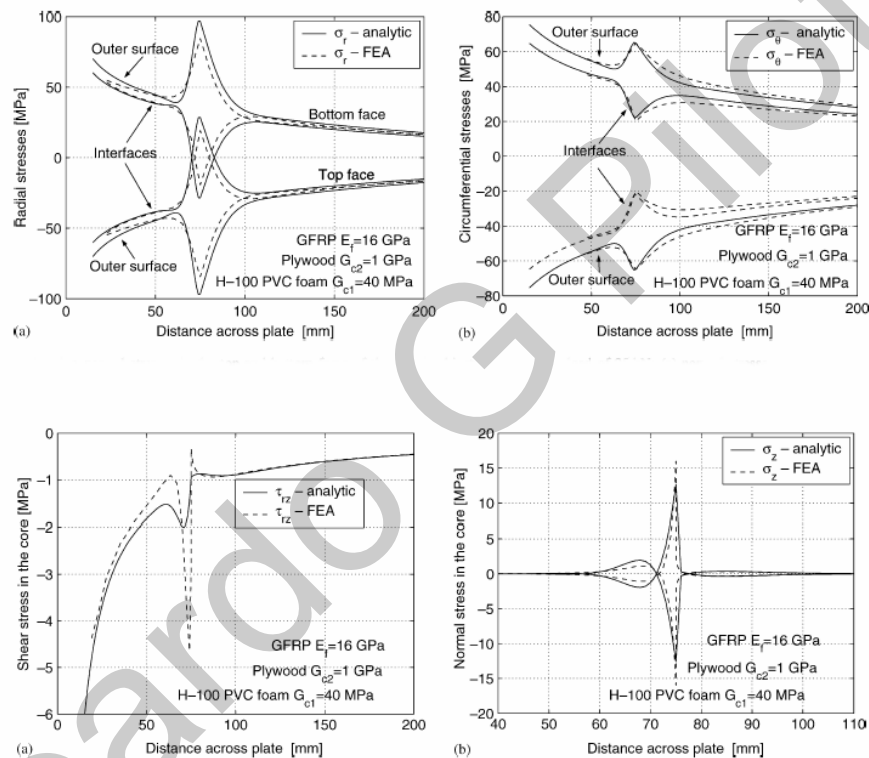


Fig. 2.26 I due grafici nella parte superiore indicano le tensioni radiale (a) e circonferenziale (b) al variare del raggio, i due grafici nella parte inferiore indicano le tensioni normale (a) e di taglio (b) al variare della distanza

Nelle prime due figure sono stati rappresentate le tensioni radiale e circonferenziale agenti sulle facce del pannello calcolate sia col metodo FEM sia col metodo analitico: da notare sia la congruenza dei risultati sia il fatto che all'interfaccia inserto/core si ha un picco dovuto alla discontinuità del materiale. Nelle altre due figure si rappresentano le tensioni di taglio e normali nel core calcolate ancora con entrambi i metodi di soluzione: questa volta, però, si deve notare che nel taglio i due andamenti non sono congruenti, gli autori giustificano ciò dicendo che la modellazione delle singolarità delle giunzioni è precaria e dipende dal sistema di analisi, inoltre, la modellazione

analitica si basa su una teoria dell'elasticità bidimensionale adatta a descrivere gli effetti locali nelle facce ma non nel core, infine i risultati del modello FEM, essendo governati da parametri come la taglia della mesh, le condizioni al contorno e di carico, possono non essere ottenuti in zone dove si ha la concentrazione di tensione. Si deve notare, infine, che il disegno reale differisce da quello precedente semplificato, infatti, per appiattire gli effetti locali del collegamento inserto/core si usano due sistemi: il primo consiste nell'usare un doppio rinforzo di pelli in GFRP che si sovrappongono alla giunzione, il secondo consiste, invece, nell'introdurre un potting tra il core e l'inserto.

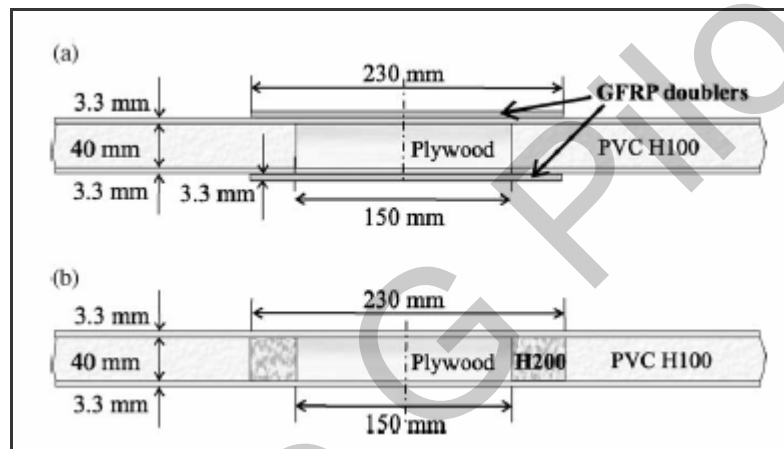


Fig. 2.27 Ottimizzazione del disegno di un pannello sandwich: rinforzo attraverso due pelli circolari di GFRP di spessore di 3.3 mm (a), e collegamento attraverso una schiuma H200 avente un modulo di elasticità tangenziale $G=100\text{MPa}$

Però, mentre nel primo caso si ha un appiattimento del picco di tensione alla giunzione, si crea un secondo picco di tensione sulle facce dove lo spessore del rinforzo scompare; nel secondo caso si genera un appiattimento che è tanto maggiore quanto più la rigidità del potting è vicina alla media tra la rigidità dell'inserto e quella del core.

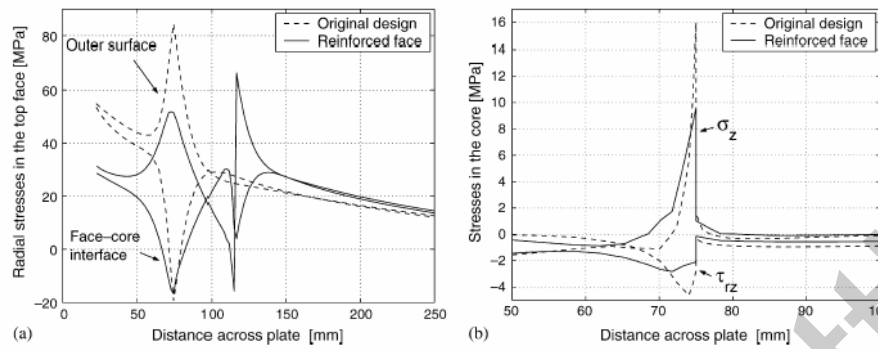


Fig. 2.28 Tensione radiale sulla pelle superiore (a) e tensione nel core (b) al variare della distanza per il pannello sandwich rinforzato con pelli in GFRP

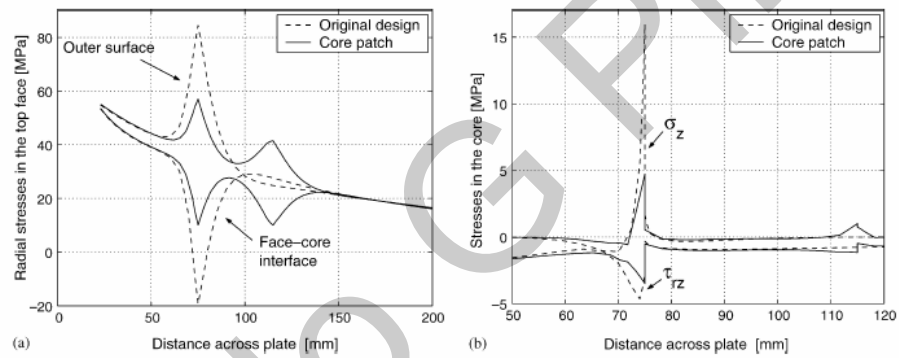


Fig. 2.29 Tensione radiale sulla pelle superiore (a) e tensione nel core (b) al variare della distanza per il pannello con il collegamento attraverso la resina H200

In un secondo articolo viene effettuato un confronto qualitativo tra le analisi teorica, FEM e sperimentale di due tipologie d'inserto, la prima di tipo cilindrica la seconda di tipo conico come mostrato in figura:

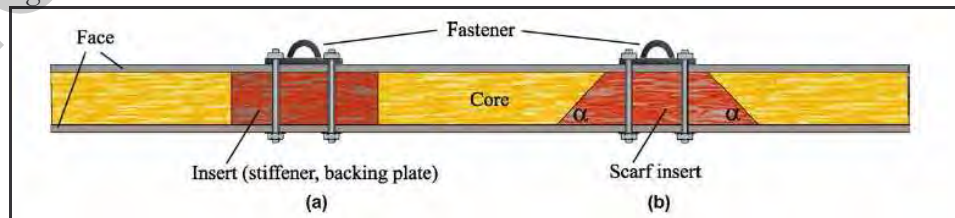


Fig. 2.30 Tipologie di inserto passante utilizzate in ambito nautico

Cap.2: Studio degli inserti su pannelli sandwich

L'articolo procede descrivendo qualitativamente le analisi fatte e per un inserto con caratteristiche geometriche e meccaniche riportate in figura si ottengono, con il metodo FEM, i risultati seguenti:

Table 1

Mechanic parameters of the constituents of the sandwich beams

	Modulus of elasticity E (MPa)	Shear modulus G (MPa)	Poisson's ratio ν	Yield strength σ_Y (MPa)	Shear yield strength τ_Y (MPa)
Faces: aluminum 7075-T6	70.000	—	0.32	340	—
Core: PVC foam Divinycell H130	175	57	0.32	$2.6^{\text{comp}}/3.4^{\text{tens}}$	1.8
Insert: Birch plywood	7070 ^a	530 ^a	0.31 ^a	31	—
	1130 ^b	130 ^b	0.05 ^b		

^a In-plane characteristics.

^b Transverse characteristics.

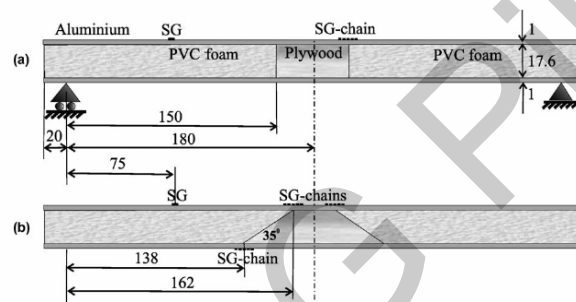


Fig. 2.31 Caratteristiche geometriche e meccaniche delle due tipologie di inserto studiate

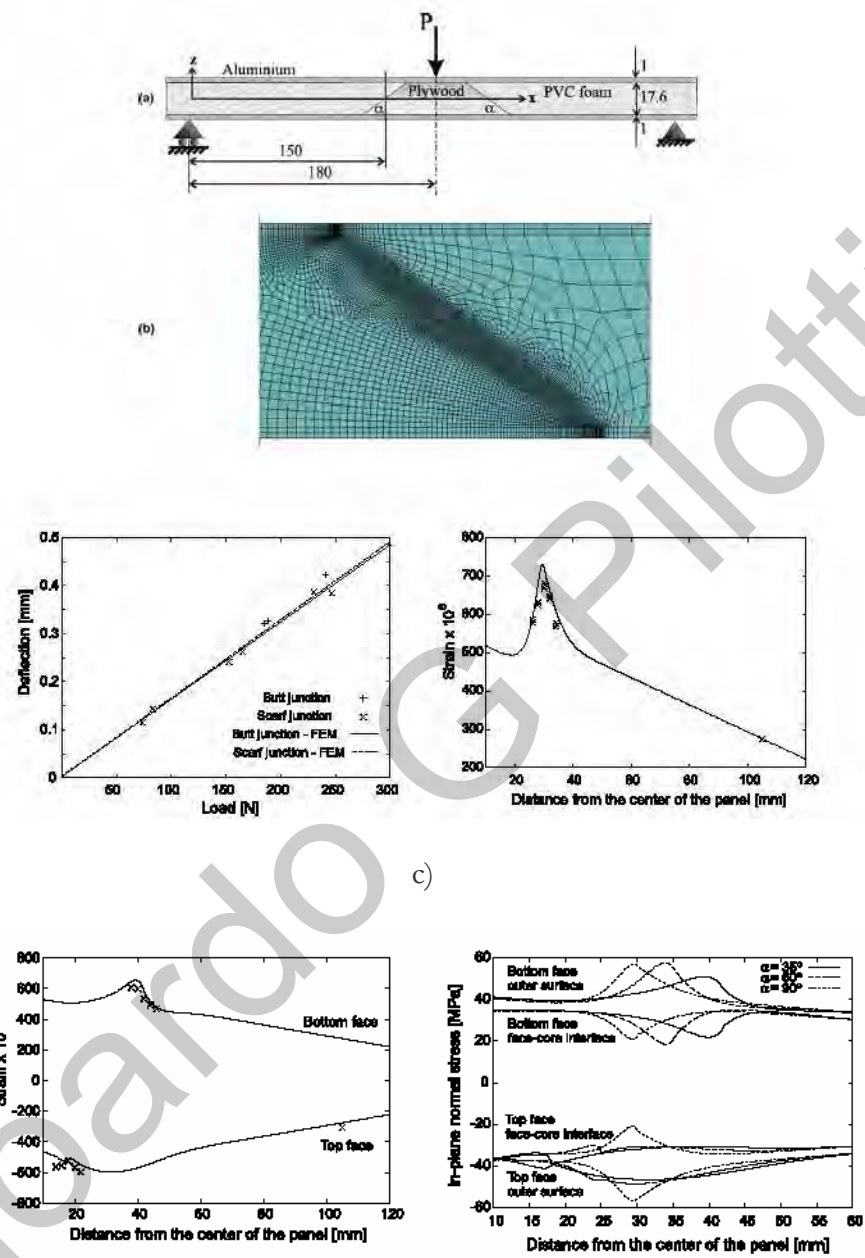


Fig. 2.32 Modello geometrico su cui si sono calcolati i risultati (a), modellazione FEM dello stesso modello nella zona di contatto core/inserto (b), risultati ottenuti (c)

Cap.3 Dimensionamento degli inserti

3.1 Esempio di dimensionamento degli inserti

Si è considerato un sistema di quattro inserti a cui è collegato un sistema di massa $m=11$ kg e sottoposto ad un'accelerazione $a=20g$ m/s^2 . Il pannello sandwich a cui sono collegati gli inserti ha un core di alluminio di spessore pari a $c=30$ mm 3/16-5052-0.007, lo spessore delle facce è pari a $f=0.3$ mm. Il coefficiente di sicurezza è pari a $j=1.5$

$$F_T = 11 \cdot 20 \cdot g = 2200 N$$

$$P_{ult} = \frac{F_T \cdot j}{4} = 825 N$$

Selezioniamo un inserto di diametro $d_i=11$ mm e dal grafico a pag.81-82 del manuale si può notare che per un valore di $f=0.3$ mm e $c=30$ mm il carico $P_{ss}=1090$ N in trazione mentre $P_{ss}=900$ N in compressione. I valori trovati sono maggiori dei valori trovati per ciascun inserto P_{ult} .

Per il taglio si applica la relazione seguente già trovata:
 $Q_{ss} = 2f \cdot b_p \cdot \sigma_{fy} + 8b_p^2 \cdot \tau_{wcrit}$ dove $b_{pmin} = 0.93192 b_i + 0.874 S_c - 0.66151$
 come già calcolato

$$b_{pmin} = 8.63 \text{ mm}$$

$\tau_w = 0.32$ N/mm² come si può vedere da pag.28 del manuale per core in alluminio.

$$f = 0.3 \text{ mm}$$

$\sigma_{fy} = 270$ N/mm² come si può vedere a pag.30 del manuale per pelli in alluminio.

$$\Rightarrow Q_{ss} = 1589 \text{ N}$$

Consideriamo anche sia la mutua interferenza tra due inserti, sia l'effetto di bordo.

Per la mutua interferenza tra due inserti poiché $a=200$ mm e $b_{p1}=b_{p2} \Rightarrow$
 poiché $a > 5(b_{p1} + b_{p2}) \Rightarrow$

$$\eta_{is} = 1$$

Per considerare l'effetto di bordo tra due inserti poiché $e=40$ mm $\Rightarrow$ poiché

$$\frac{e}{b_p} \leq 5 \Rightarrow \eta_{EN} = 0.55 \cdot \sqrt{\frac{e}{b_p}} - 0.05 \frac{e}{b_p} \Rightarrow$$

$$\eta_{EN}=0.95$$

$$P_{MAX}=1090 \times 1 \times 0.95=1035 \text{ N} < P_{ult}=825 \text{ N} \text{ (dimensionamento corretto per inserti di diametro maggiore di } d_i=11 \text{ mm)}$$

Il carico studiato è solo quello a trazione perché questa è la condizione di carico che è presente nell'esempio. Se ci sono anche condizioni di compressione e/o taglio vanno anche considerate queste condizioni, tenendo conto anche delle riduzioni di carico dovute alle serie di inserti e agli effetti di bordo per effetto di carichi di taglio.

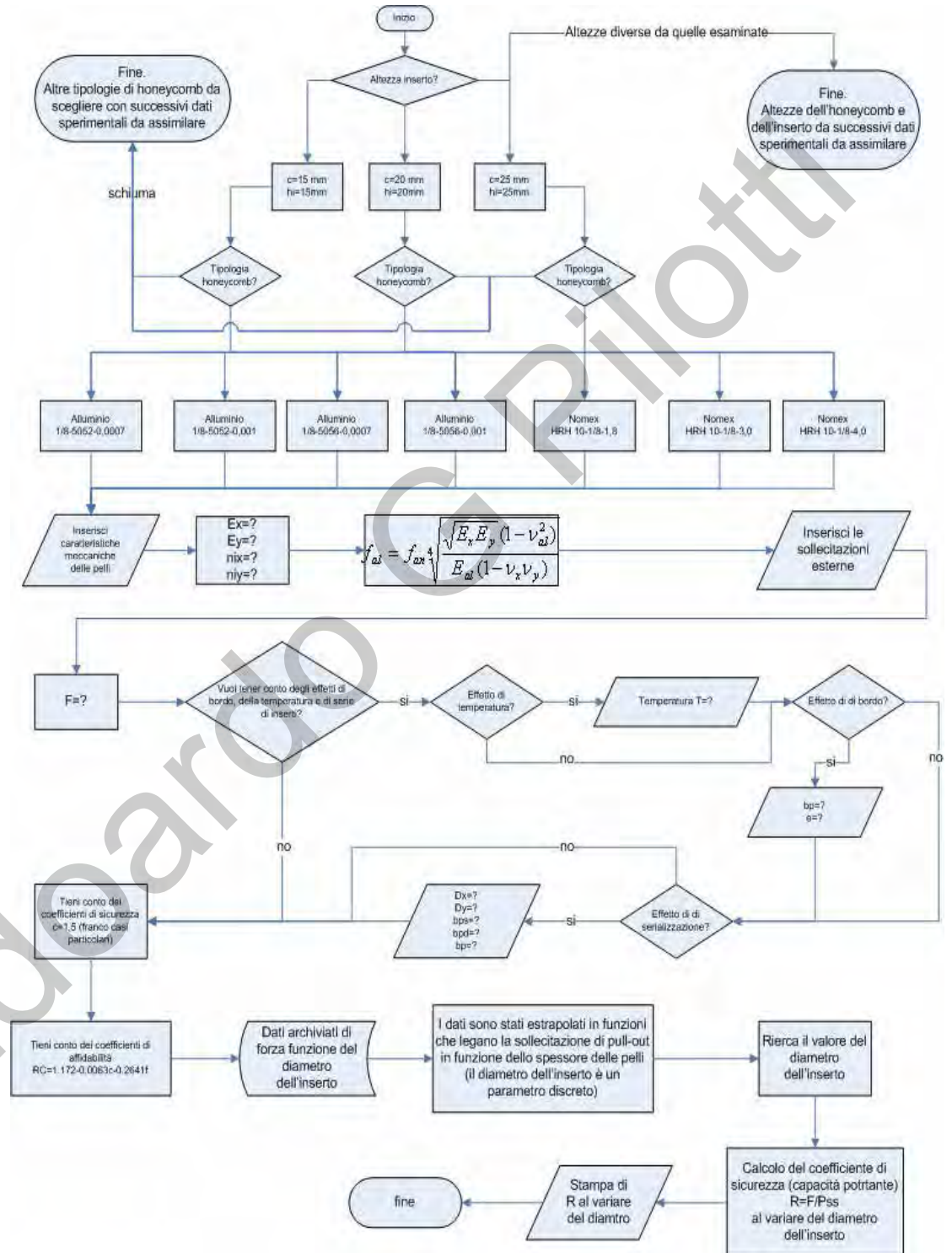
3.2 Tool di dimensionamento

Dopo aver formulato un quadro del materiale bibliografico sull'argomento, è stata analizzata la procedura di dimensionamento degli inserti alla prova di pull-out secondo il manuale pubblicato dall'ESA¹. L'obiettivo adottato in tale contesto è quello di dimensionare un inserto applicato ad un pannello sandwich di spessore $c=15$ mm con diverse tipologie di honeycomb: alluminio e nomex con forma delle celle esagonali da 1/8", oppure schiume strutturali.

¹ Capitolo precedente

Cap.3: Dimensionamento degli inserti

Il programma sviluppato è basato sull'algoritmo di seguito mostrato:



Successivamente è stato costruito un programma mediante il linguaggio di programmazione C++ Builder 6.0 che ben si presta alla realizzazione di programmi anche di elevata complessità. Il vantaggio dell'utilizzo di questo linguaggio di programmazione di alto livello è principalmente quello di essere object oriented; cioè può realizzare degli oggetti che semplificano la risoluzione dell'algoritmo in fase di progettazione e ne facilitano lo sviluppo. Inoltre si ha anche la possibilità di utilizzare dei "form" per la realizzazione di un programma a finestre più facilmente interattivo; esso è stato ottenuto in due versioni: un applicativo DOS molto semplice e un applicativo WINDOWS anch'esso semplice, ma con interfaccia più gradevole ed intuitiva. Il programma prevede l'impiego di due finestre di inserimento dati: nella prima si introducono quelli relativi all'altezza ed alla tipologia di honeycomb, oltre ad eventuali coefficienti correttivi come mostrato in fig. 3.1.



Fig. 3.1 Prima finestra di dialogo

Tale finestra contiene anche una sezione di output.

La seconda finestra (fig. 3.2) consente l'inserimento del set di dati riferito alla geometria del pannello e alle proprietà delle pelli.

Cap.3: Dimensionamento degli inserti

Fig. 3.2 finestra di inserimento dati

Per la procedura di dimensionamento sono stati estrapolati i diagrammi proposti nel manuale dell'ESA in diagrammi del tipo in fig. 3.3.

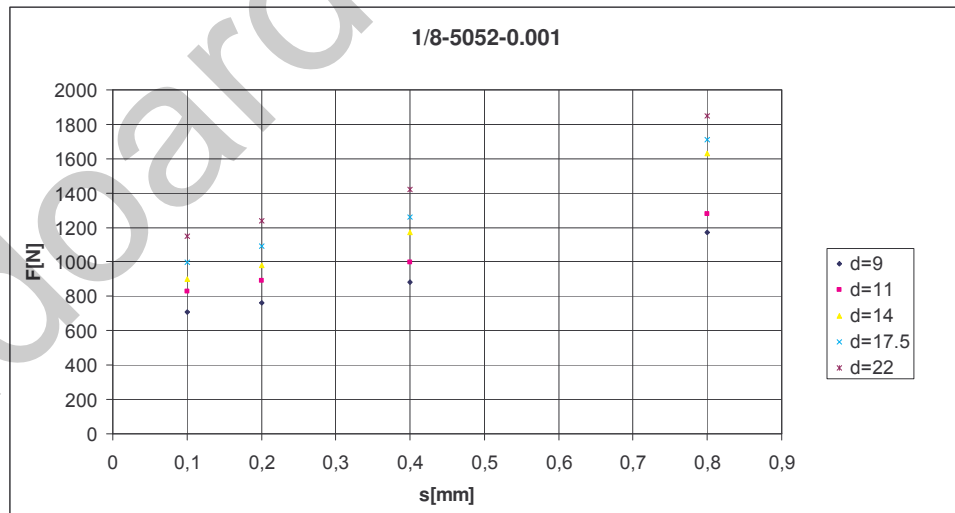


Fig. 3.3 dati estrapolati dal manuale dell'ESA

Data la limitazione dei dati sperimentali al variare del diametro dell'inserto e dato che si ha una limitazione dello spessore delle pelli in alluminio (l'equivalente in fibra di carbonio avrebbe spessore $s=0.1\div0.8$ mm), è stata operata una estrapolazione in un intervallo più ampio di quello adottato nel manuale, come mostrato nella fig 3.4.

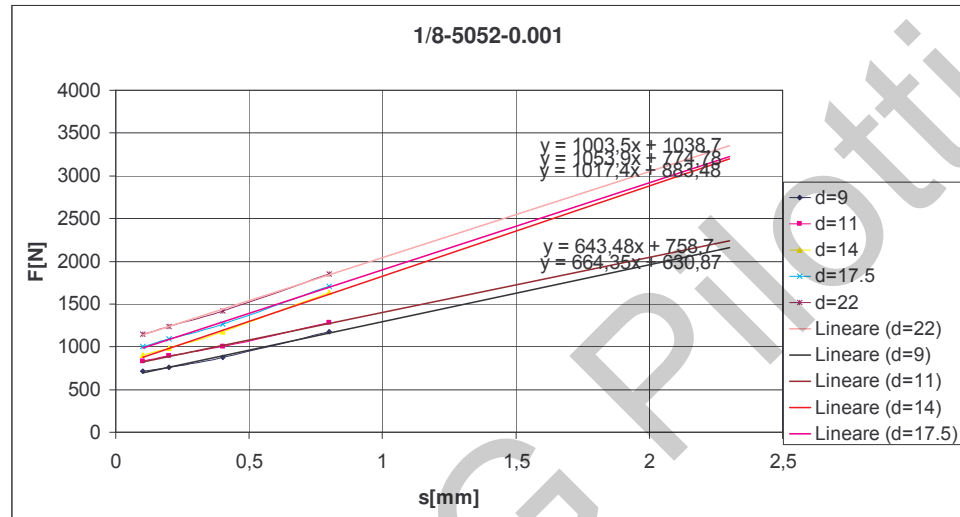


Fig. 3.4 interpolazione dei dati sperimentali e linea di tendenza al di fuori di tale intervallo e relative equazioni

Sono state introdotte delle linee di tendenza per ogni tipologia di honeycomb (in questo caso Alluminio 1/8-5052-0.001) al variare del diametro dell'inserto ($d=9 - 11 - 14 - 17,5 - 22$ mm). Le equazioni trovate sono state quindi utilizzate per il calcolo del coefficiente di sicurezza $R=F/P_{ss}$, dove F è il carico a cui è sottoposto l'inserto e P_{ss} è il carico limite fornito dal grafico. Il programma sviluppato consente di mettere in relazione le tipologie di honeycomb e la relativa altezza (pari a quella dell'inserto) con le dimensioni dell'inserto resistente a tale sollecitazione o, più precisamente, fornisce il coefficiente di sicurezza sopra definito per ogni diametro di inserto. Le estrapolazioni e i diagrammi originali del manuale ESA, nonché il listato del programma sono contenuti in appendice B.

In una fase successiva si può prevedere di estendere le possibilità d'impiego a una più ampia tipologia d'inserti associando al programma un data-base in cui inserire i carichi limite ottenibili mediante simulazioni numeriche o prove sperimentali.

Cap.4 Modellazione con gli elementi finiti

4.1 Costruzione dei modelli

In questo paragrafo si vuole indagare come costruire modelli FEM che possano essere utilizzati per lo studio degli inserti posti all'interno di pannelli sandwich. Questo strumento di simulazione è molto potente, anche se dovranno essere valutate ipotesi semplificatrici quali l'isotropia trasversale dell'honeycomb, l'infinita rigidità dell'inserto e l'isotropia delle pelli². Nella fase di costruzione del modello è importante, dopo aver costruito la geometria, stabilire il grado di discretizzazione, la scelta dei tipi di elemento e i punti di applicazione dei carichi e dei vincoli; essi influenzano in maniera più o meno evidente la soluzione del problema. Per tutte le analisi si è utilizzato il programma ANSYS 8.0³ che permette di effettuare le simulazioni per determinare lo stato tensionale all'interno del pannello sandwich nella zona dell'inserto. Nel presente caso sono state analizzate diverse tipologie di modelli: le differenze tra di essi risiede nella diversa tipologia di elementi utilizzati e nella geometria. Tre sono le tipologie di inserti analizzati con la stessa geometria e proprietà meccaniche fornite negli articoli scientifici⁴:

- Inserto passante con spessore di 20mm
- Inserto passante con spessore di 10mm
- Inserto fully potted

Lo scopo di questo studio è di ottenere dei risultati confrontabili con quelli ottenuti dai modelli analitici già esaminati negli articoli scientifici per poter testare la validità dei diversi modelli. Lo studio è stato esteso, quindi, alle tipologie di provini esaminate nel manuale estendendone il campo di validità.

La fase di costruzione dei modelli è una fase delicata dello studio; infatti, la scelta della geometria, del tipo di elemento, e della densità della mesh, come noto, condizionano l'accuratezza dei risultati; inoltre, la generazione di un modello può essere utilizzata su larga scala se la sua soluzione è rapida altrimenti si può pensare di utilizzarlo per indagini locali.

I modelli analizzati sono stati di tre tipologie (fig. 4.1÷4.3):

- Assialsimmetrico
- 3D
- Full 3D

² Vedi pag. 54-55

³ Appartenente al gruppo SAS IP

⁴ Vedi cap.2.3 pag. 52

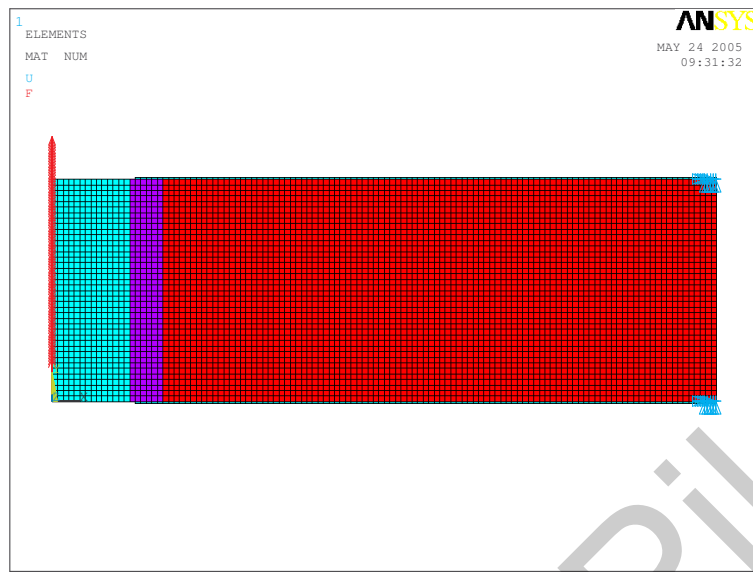


Fig. 4.1 modello assialsimmetrico con inserto passante

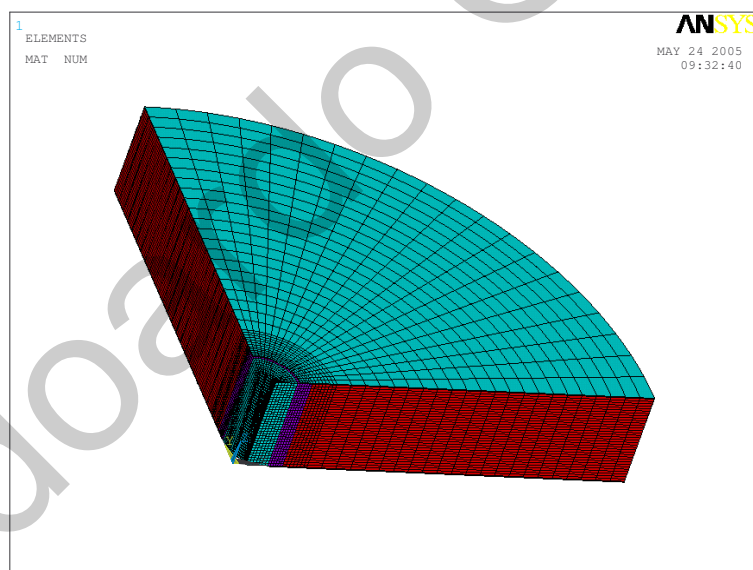


Fig. 4.2 modello 3D con inserto passante con modellazione di $\frac{1}{4}$ del provino

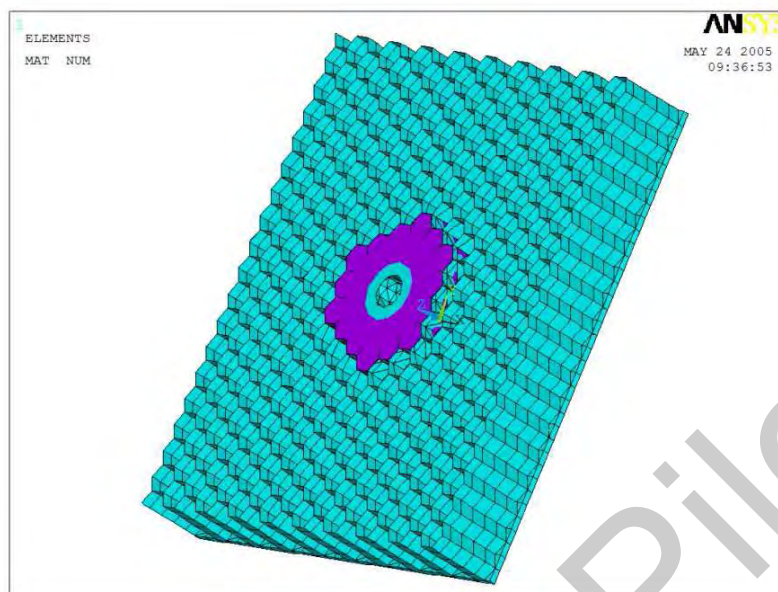


Fig. 4.3 modello full 3D di un inserto fully potted: vista in sezione

Esse hanno dei livelli di rappresentazione del modello fisico sempre più rigorosi, a scapito della rapidità di generazione dei modelli e dei tempi di analisi.

Analizziamo brevemente queste diverse tipologie.

La prima si ottiene rappresentando la sezione trasversale del provino, scegliendo opportunamente il tipo di elemento (plate93) si impone che tale sezione disegnata sul piano x-y sia simmetrica rispetto all'asse y, per l'imposizione dei carichi essi sono applicati su un singolo keypoint ed è il programma a ripartirli su tutta la superficie circolare se si imposta correttamente l'opzione di carico simmetrico. I pregi di questa rappresentazione si riscontrano nella rapidità di generazione del modello e della sua analisi da parte del software, di contro, però, non viene rappresentata la terza direzione, inoltre, nella realtà la zona del potting non presenta solo la resina riempitiva ma anche alcune celle dell'honeycomb non forate che incrementano la resistenza stessa della resina, infine, si deve modellare il potting con un diametro equivalente che nel presente caso viene scelto essere quello "effettivo" b_p ⁵ perché ciò comporta una sottostima dei carichi ammissibili in fase di progettazione a vantaggio della sicurezza⁶. La fase di discretizzazione è molto semplice e rapida, non essendoci state difficoltà nel

⁵ Vedi Insert design handbook pag. 35-39 si distinguono b_R (real potting) il raggio reale del potting come la media delle distanze delle cellette riempite di potting e b_p (effective potting) raggio effettivo del potting che è la massima distanza della curva di involuppo dei fogli delle cellette a doppio spessore che contengono il potting: al suo esterno ci sono fogli delle celle a singolo spessore che proprio per questo sono maggiormente cedevoli e giungono a rottura.

⁶ Vedi Analysis and design of sandwich plates with inserts – a high-order sandwich plate theory approach by O.T.Thomsen e W.Rits

generare mesh con elementi di forma quadrilatera senza distorsioni eccessive. La fase di risoluzione del modello da parte del software è molto rapida per il numero limitato dei g.d.l. del sistema e ciò ha permesso di indagare nei punti caratterizzati da concentrazione di tensione, con opportune operazioni di infittimento della mesh, senza avere degli incrementi notevoli nei tempi di risoluzione. La scelta dei materiali ricade su quello isotropo equivalente perché questi sono i valori presenti negli articoli scientifici, in realtà il provino dovrebbe essere modellato con elementi ortotropi per differenziare il comportamento nelle diverse direzioni. Il tipo di elemento utilizzato per queste analisi è stato il PLATE 83: esso fornisce la possibilità di avere un modello assialsimmetrico per cui la modellazione viene effettuata nel piano xy con y asse di simmetria, è un elemento quadrangolare che possiede 8 nodi con 2 g.d.l. per ogni nodo. Si ha la possibilità di utilizzare materiali ortotropi, tenendo conto che il materiale ortotropo deve essere anche assialsimmetrico, il carico viene impartito nella sua totalità sull'asse di simmetria perché il modello viene analizzato dal programma come se fosse tridimensionale, si ha anche la possibilità di considerare carichi in una qualunque direzione e non simmetrici. Il numero di elementi viene ottenuto effettuando una meshatura automatica di tipo mappato e di livello medio, ottenendo così degli elementi quadrati di 0,5 mm di lato.

La seconda tipologia di modelli è stata ottenuta modellando il sistema in modo tridimensionale con opportune semplificazioni: l'honeycomb è stato considerato come se esso fosse un materiale omogeneo le cui caratteristiche sono state considerate essere di tipo ortotropo⁷, per semplicità il potting è stato modellato come se fosse un corona cilindrica con raggio pari a b_p ⁸, il modello è stato studiato su un settore cilindrico di 90° introducendo degli opportuni vincoli di simmetria che hanno ridotto i g.d.l. del sistema riducendo le capacità di memoria richieste in fase di "solve" e, conseguentemente, anche i tempi di calcolo. I vincoli di simmetria sono presenti nel programma che impone che ai nodi sul piano di simmetria xz vengano impediti le rotazioni attorno all'asse x e z e la traslazione lungo all'asse y, mentre ai nodi sul piano di simmetria yz vengano impediti le rotazioni attorno all'asse y e z e la traslazione lungo l'asse x.

Si deve osservare che la modellazione si riferisce a un core omogeneo mentre nella realtà esso è costituito da lamierini piegati e incollati tra loro per formare cellette di tipo esagonale (Alluminio 1/8-5052-0.0007 o Nomex HRH 10-1/8-1.8...). Perciò, modellare il core come un materiale omogeneo è un'approssimazione plausibile se si considerano le caratteristiche ortotrope dell'honeycomb e si vuole studiare il comportamento globale della struttura, cioè, le tensioni a cui è sottoposto il modello vengono considerate come una

⁷ L'honeycomb ha caratteristiche globali diverse a seconda delle direzioni su cui agiscono le sollecitazioni, ciò comporta che esso pur avendo una geometria complessa può essere approssimato come materiale omogeneo purché le sue caratteristiche globali siano equivalenti a quelle del materiale cellulare vedi cap.2.2 pag 47 e appendice C

⁸ Vedi note 5 e 6

media delle tensioni che agiscono sulle celle esagonali del pannello. Tutto questo ha comportato che si è avuta una modellazione più vicina alla realtà, proprio per la tridimensionalità del problema, ma a scapito di un notevole incremento dei tempi di soluzione del problema per un incremento marcato del numero dei g.d.l. globali.

Nella fase di suddivisione della geometria in elementi finiti si è cercato, inoltre, di evitare distorsioni degli elementi, ma, dopo aver discretizzato una zona della geometria, due dimensioni di ciascun elemento sono fissate, e, quindi, per evitare distorsioni, risulterebbe fissata anche la terza dimensione; ma allora si avrebbe una densità della mesh eccessiva che impedirebbe la risoluzione del modello con i mezzi di calcolo a disposizione, oppure se ne avrebbe una troppo grossolana che impedirebbe di avere una buona distribuzione dei risultati. Si è preferito avere, allora, una discretizzazione più spinta e con minori distorsioni nella zona attorno al potting in cui i dati sono più interessanti perché si ha la rottura per pull-out dell'inserto⁹ mentre lontano da questa zona sono state accettate anche distorsioni e dimensioni degli elementi di maggior entità. Infine, il carico è stato applicato sui nodi dell'inserto in alluminio lungo il suo diametro interno, anche se nella realtà esso viene applicato con una vite e questo si può simulare con la suddivisione del carico da applicare sull'inserto per il numero di nodi del diametro interno dell'inserto. Le condizioni di vincolo, invece, vengono applicate sul diametro esterno della geometria del modello e, poiché non influiscono sui risultati, viste le dimensioni della geometria, sono state inserite delle cerniere sferiche parte più esterna della geometria in corrispondenza delle pelli¹⁰. Per quanto riguarda il calcolo a rottura si considera raggiunta la rottura al raggiungimento del limite elastico nei diversi punti della struttura, confrontando direttamente lo stato tensionale della struttura con le caratteristiche di resistenza fornite fornitori dei diversi materiali. In questo caso i tipi di elementi utilizzati sono il SOLID 186 con cui sono stati modellati tutte le parti solide del provino tranne le pelli modellate, invece, con lo SHELL 91. Il primo elemento è un elemento di tipo solido a facce esagonali anche curve con 20 nodi per elemento e 6 g.d.l. per nodo, il secondo, invece, è un elemento bidimensionale quadrangolare nello spazio con 8 nodi per elemento e 6 g.d.l. per nodo, esso ha la possibilità di modellare anche elementi stratificati. La dimensione di ciascun elemento della mesh è di circa 0,5 mm di lato nella zona del potting mentre a distanza rilevante da esso gli elementi sono allungati con un rapporto tra le dimensioni di circa 6 volte.

L'ultimo modello analizzato è stato quello in cui l'honeycomb è stato modellato con la sua geometria effettiva: l'honeycomb è stato disegnato come

⁹ Vedi manuale dell'ESA pag. 65

¹⁰ Si può notare che per le dimensioni longitudinali elevate dei provini, poiché nelle soluzioni dei modelli analitici si nota che a una certa distanza dal potting non si hanno più effetti nello stato tensionale (le tensioni tendono a un valore asintotico), la disposizione dei vincoli esterni sulle pelli o su tutto lo spessore non lo influenza se non in maniera marginale: non si ha interferenza delle reazioni vincolari sullo stato tensionale del modello. Vedi tesi Ricerca teorica e sperimentale sul comportamento meccanico degli inserti metallici in pannelli sandwich di D. Galante

un insieme di cellette esagonali da $1/8'' \approx 3,2 \text{ mm}^{11}$ alte 15mm (spessore del core) poi si è sottratto un foro pari al raggio dell'inserto in cui è stato disegnato l'inserto stesso, mentre lo spazio tra inserto e honeycomb è stato riempito di materiale omogeneo (il potting) che ha riempito anche le cellette tagliate. Questo modo di procedere si avvicina molto più alla realtà perché da un lato simula in maniera più efficace i diversi materiali e si può caratterizzare anche il comportamento locale delle cellette del nido d'ape andando a valutare quali sono le cellette più sollecitate, dall'altro, però, ha incrementato notevolmente i tempi di generazione ed analisi del modello. Questa strada è stata intrapresa anche per la difficoltà di reperire le caratteristiche ortotrope dei materiali che costituiscono l'honeycomb, data la scarsa disponibilità di questi dati in letteratura. Nascono, però, una serie di problemi che vanno affrontati, primo fra tutti la posizione effettiva dell'inserto all'interno del pannello sandwich, infatti, in questo caso, essa fa variare la disposizione delle tensioni all'interno dell'honeycomb; in realtà si studia una configurazione particolare che rappresenta la distribuzione statistica dell'inserto all'interno del pannello sandwich, mentre le configurazioni possibili sono pressoché infinite. In secondo luogo la geometria diventa complessa data la necessità di far coincidere i punti comuni delle diverse superfici per rendere possibile la discretizzazione senza problemi di vincoli interni di continuità, la cui mancanza potrebbe rendere alcune parti labili e impedire l'analisi del sistema. Da ultimo, data la notevole complessità geometrica non si è potuto procedere a un infittimento adeguato di tutte le parti del modello e questo ha portato a risultati che hanno avuto riscontri solo qualitativi senza poter affermare con certezza in questa fase di analisi quanto il modello simuli correttamente la realtà senza dover introdurre ulteriori complicazioni a livello numerico¹². Gli elementi utilizzati sono il SOLID 186 con cui è stato discretizzato il potting e l'inserto, il SHELL 93 e il SHELL 91 con cui sono state meshate rispettivamente le cellette dell'honeycomb e le pelli. Il primo elemento è di tridimensionale a pareti anche curve di tipo tetraedrico con 10 nodi per elemento e 6 g.d.l. per nodo, il secondo elemento è di tipo piastra con elementi quadrilateri e con 8 nodi per elemento e 6 g.d.l. per nodo, discorso analogo per l'elemento SHELL 91 che ha la possibilità di disporre elementi shell sovrapposti. La meshatura presenta un solo elemento lungo la larghezza dei fogli dell'honeycomb per la difficoltà a ottenere le soluzioni di modelli molto discretizzati. Le altre parti del modello sono state discretizzate con elementi triangolari (le pelli) o tetraedrici (potting e inserto), evitando distorsioni eccessive di forma sugli elementi generati.

¹¹ Vedi pag. 18 Insert design handbook dell'ESA

¹² Queste prove sono state effettuate considerando solo il comportamento elastico lineare dei materiali, un'ulteriore evoluzione può essere l'introduzione delle non linearità dei materiali considerando anche il comportamento elasto-plastico dell'honeycomb e il fatto che i materiali a contatto non stabiliscono dei vincoli infinitamente rigidi come i contatti nodali ma vincoli cedevoli rappresentabili più efficacemente con elementi di contatto

4.2 Modelli analizzati

I primi modelli analizzati sono quelli già presentati negli articoli scientifici[2] [3], essi hanno lo scopo di riprodurre dei casi già trattati analiticamente per eseguire analisi comparative con i risultati già ottenuti e analizzati dagli autori¹³ per poter validare i risultati ottenuti con il modello FEM. Oltre alle tipologie d'inserto considerate negli articoli, sono stati generati, poi, modelli che riproducono la tipologia d'inserto usata nel manuale ESA, per avere uno strumento di confronto che permetta di verificare la tipologia d'inserti contenuta nel manuale in funzione del carico ammissibile ed eventualmente avere a disposizione uno strumento con cui dimensionare configurazioni diverse per forma e materiale. Ciò consentirebbe di ampliare progressivamente il database disponibile ai fini della progettazione. Si riportano le grandezze più interessanti nelle tabelle 4.1 e 4.2

Tipo inserto	$h_c=h_p$ [mm]	h_i [mm]	R [mm]	b_p [mm]	b_i [mm]	f [mm]
Passante	10	10	150	30	10	1
Passante	20	20	60	10	7	0,2
Fully potted	20	9	60	10	7	0,2

Tab. 4.1 Caratteristiche geometriche dei provini

Facce:		
	E=	71500 MPa
	ν =	0.3
Potting:		
	E=	2500 MPa
	G=	930 MPa ($\nu=0.344$)
Honeycomb:		
	E_{11} =	0.1 MPa
	E_{22} =	0.1 MPa
	E_{33} =	310 MPa
	G_{12} =	0.1 MPa
	G_{13} =	138 MPa
	G_{23} =	138 MPa

Tab. 4.2 Caratteristiche dei materiali del pannello

¹³ Vedi cap. 2.3 pag. 52 e 2.7 pag. 91

Nella costruzione dei modelli sono stati utilizzati sia il modello assialsimmetrico che quello 3D, mentre il modello full 3D è stato utilizzato solo successivamente nella modellazione di provini sperimentali di cui non si aveva la conoscenza di risultati derivanti dal modello analitico; nel primo caso per avere a disposizione un mezzo di calcolo veloce che ci permettesse di raggiungere risultati accettabili senza l'impiego di risorse elevate, il secondo per avere un modello più performante in termini di affidabilità e precisione della soluzione anche a scapito dei tempi di risoluzione del problema. La modellazione FEM richiede alcune considerazioni sia per la geometria che per le condizioni di vincolo. Particolare attenzione deve essere posta nella definizione della transizione inserto-potting-honeycomb. I vincoli adottati sul provino sono delle cerniere sferiche applicate all'estremità delle pelli, infatti, questi provini nella prova di pull-out vengono fissati attraverso dei morsetti che bloccano il provino senza comprimere eccessivamente il core interno¹⁴. Le condizioni di carico vengono realizzate attraverso una vite di acciaio inserita nell'inserto, nel modello FEM, invece, poiché la zona di interesse è quella in prossimità del potting, il carico agente su ciascun nodo si inserisce dividendo il carico per la porzione effettivamente modellata (il modello 3D viene modellato per $\frac{1}{4}$ del volume totale) e questo valore per il numero di nodi considerati: infatti la zona di interesse critico è sufficientemente lontana sia dalla zona di vincolo che dalla zona di carico e, quindi non ne risulta influenzata se non in modo marginale.

Nella fig. 3.5 e 3.6 si mostrano due esempi di modellazione FEM in cui è possibile distinguere le diverse zone: inserto, potting, honeycomb e pelli nei diversi colori.

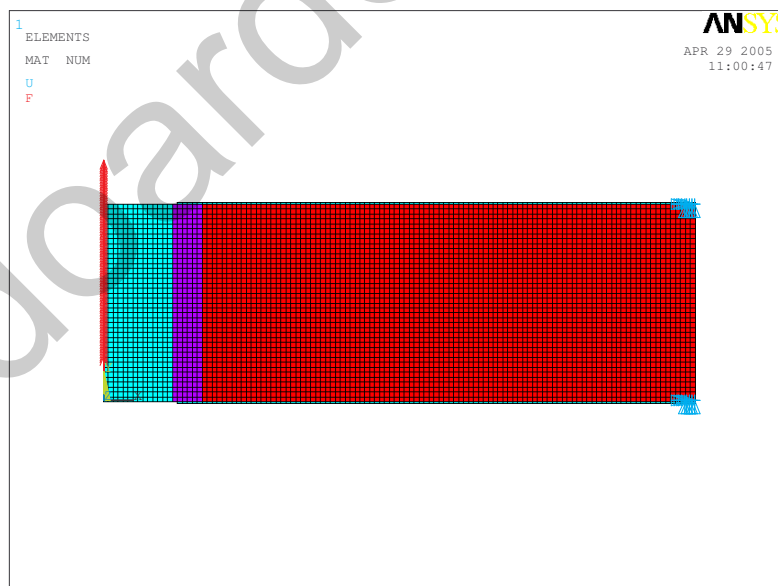


Fig. 4.1 Inserto passante modello assialsimmetrico

¹⁴ Le condizioni di vincolo e di carico sono le stesse applicate negli articoli di O.T.Thomsen

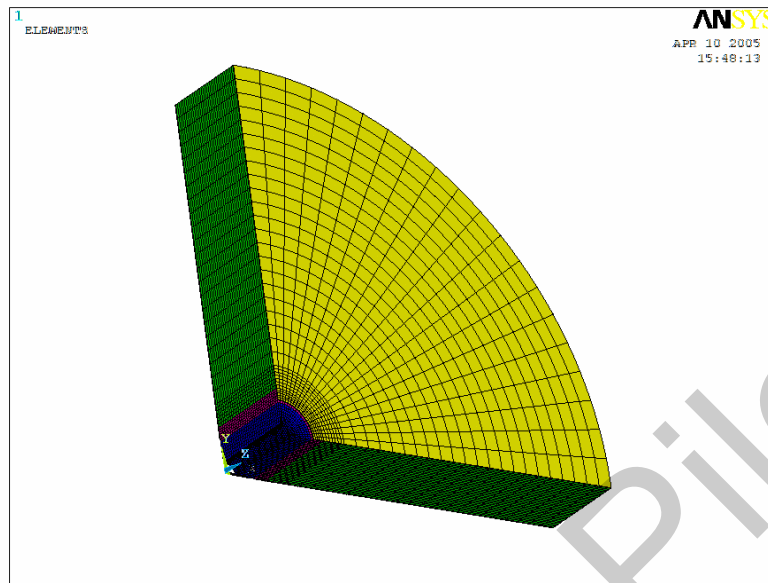


Fig.4.2 inserto passante modello 3D

L'analisi dei modelli FEM fornisce i risultati ottenuti per il confronto diretto con i modelli analitici. Si nota una leggera incongruenza tra i modelli analitici; i risultati non sono pienamente rispondenti in quanto entrambi i modelli sono approssimati. I modelli analitici considerano la resina trasversalmente isotropa con rigidezza nulla nel piano di isotropia e ciò comporta che le tensioni tangenziali τ_{rz} sono indipendenti dalla coordinata z e le tensioni normali σ_z sono dipendenti linearmente con la coordinata z . Il modello FEM adotta nell'interfaccia tra potting e honeycomb dei vincoli nodali che non considerano il reale comportamento di adesione potting-inserto e potting-honeycomb. I risultati ottenuti sono stati elaborati insieme a quelli estratti dagli articoli scientifici per tracciare dei risultati comparativi.

4.3 Inserto passante

In questo paragrafo vengono confrontati i risultati numerici dei modelli FEM e analitico relativi a due inserti passanti le cui caratteristiche sono state elencate nelle tabelle 4.1 e 4.2. Il carico applicato ad essi è di 1000N in direzione ortogonale al pannello sandwich (pull-out). Il modello FEM è stato mostrato nelle figure 4.4 e 4.5:



Fig. 4.4 inserto passante di altezza $h_c=10\text{mm}$, modello assialsimmetrico

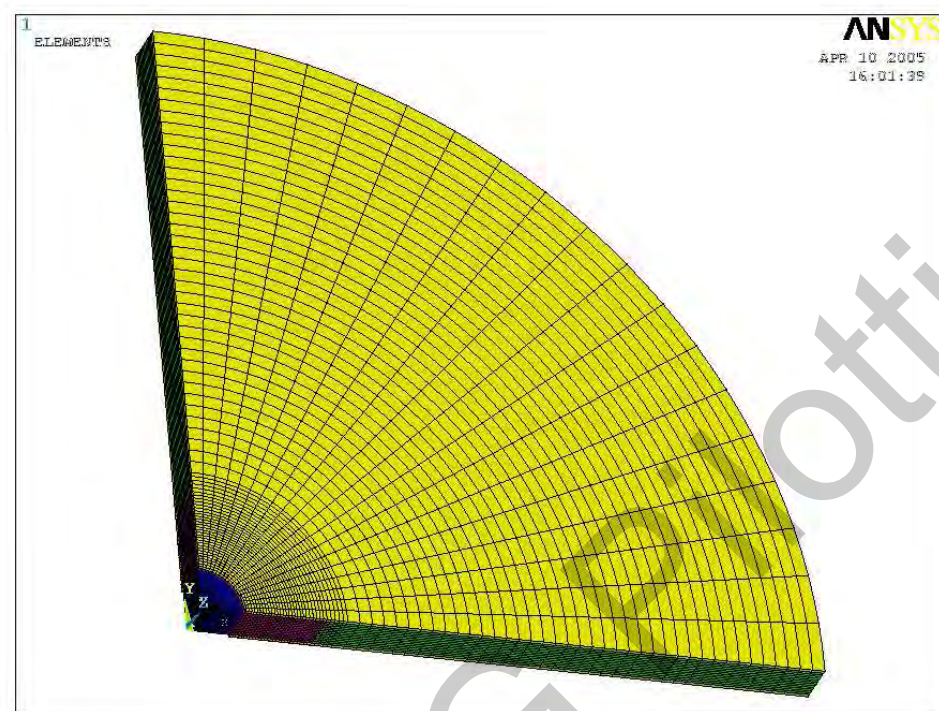


Fig. 4.5 inserto passante di altezza $h_c=10\text{mm}$, modello 3D

I risultati ottenuti con il metodo FEM sono confrontabili con quelli analitici forniti dai modelli alle derivate parziali risolti con il metodo di Runge-Kutta-Fehlberg¹⁵ e se le densità di mesh sono confrontabili tra i diversi modelli anche i risultati ottenuti lo sono. I risultati si discostano da quelli analitici nel potting, soprattutto all'interfaccia resina-inserto, mentre nella zona dell'inserto i risultati non vengono forniti dal modello analitico perché quest'ultimo, per semplicità, viene assunto infinitamente rigido, in quello FEM, invece, lo si ipotizza di alluminio. Poiché i risultati diventano tanto meno attendibili quanto più ci si avvicina alla zona di carico e di vincolo, i grafici che descrivono l'andamento delle tensioni all'interno del provino sono attendibili solo nella zona attorno al potting e in buona parte dell'honeycomb, ed è proprio per questo che essi sono stati rappresentati proprio in questa zona. Nei grafici le parti del provino sono state rappresentate differenziandole con colori diversi come mostrato nelle figure da 4.5 e 4.8.

Le figure 4.6 e 4.7 descrivono lo stato tensionale normale e tangenziale per sollecitazione di pull-out per il provino assialsimmetrico, mentre le figure 4.8 e 4.9 lo descrivono per per quello 3D; si può notare che entrambe le tipologie descrivono molto bene qualitativamente gli andamenti analitici, anche se sono evidenti differenze per i valori massimi che si accentuano con l'aumento della densità di mesh.

¹⁵ Vedi Analysis and design of sandwich plates with inserts... by O.T.Thomsen and W.Ritz

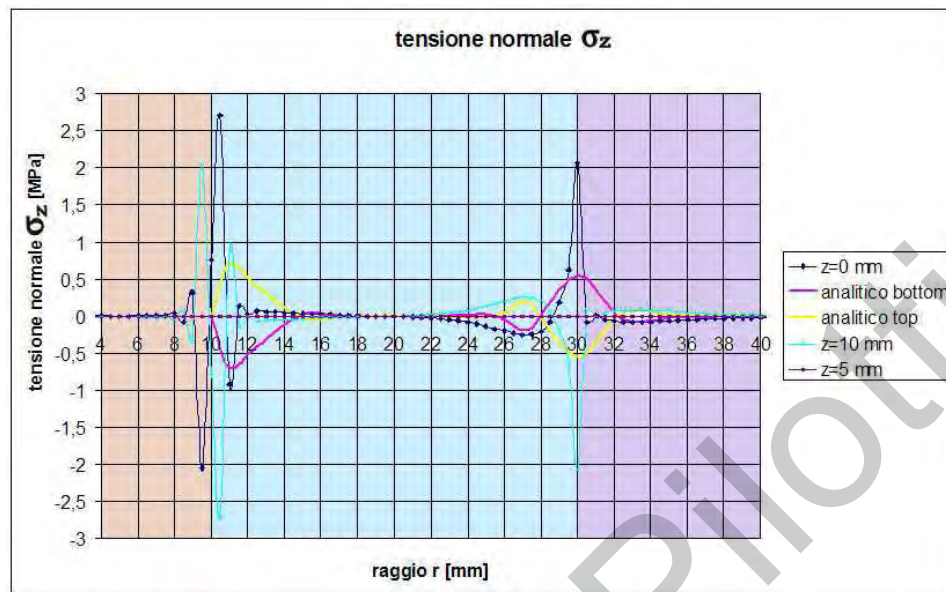


Fig. 4.6 tensione normale del modello assialsimmetrico

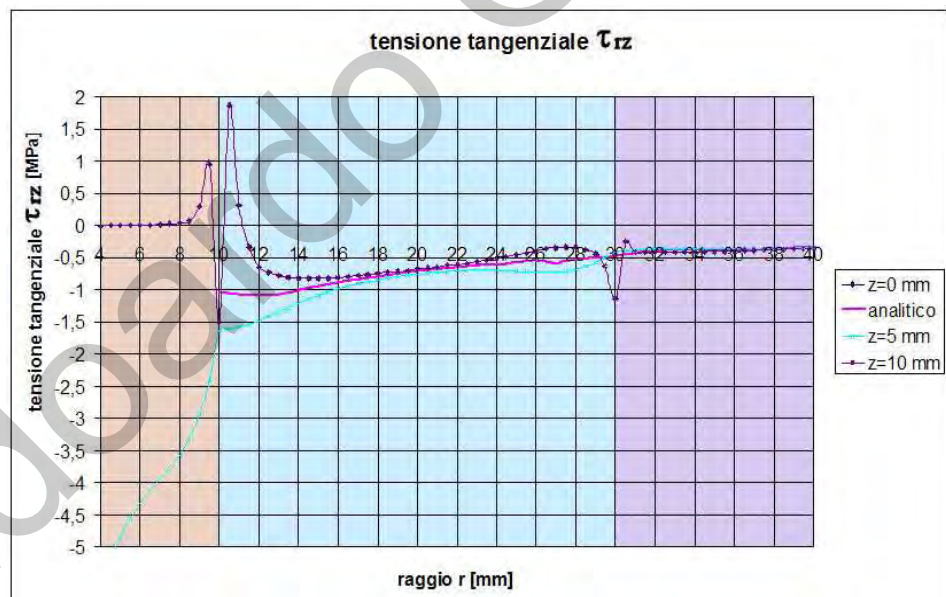


Fig. 4.7 tensione tangenziale del modello assialsimmetrico

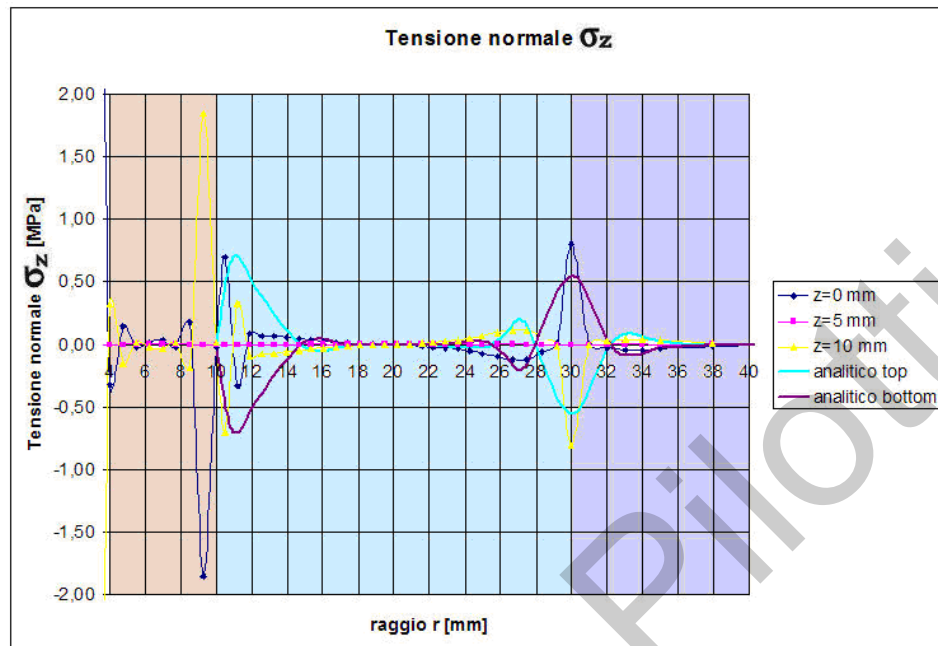


Fig. 4.8 tensione normale per il modello 3D

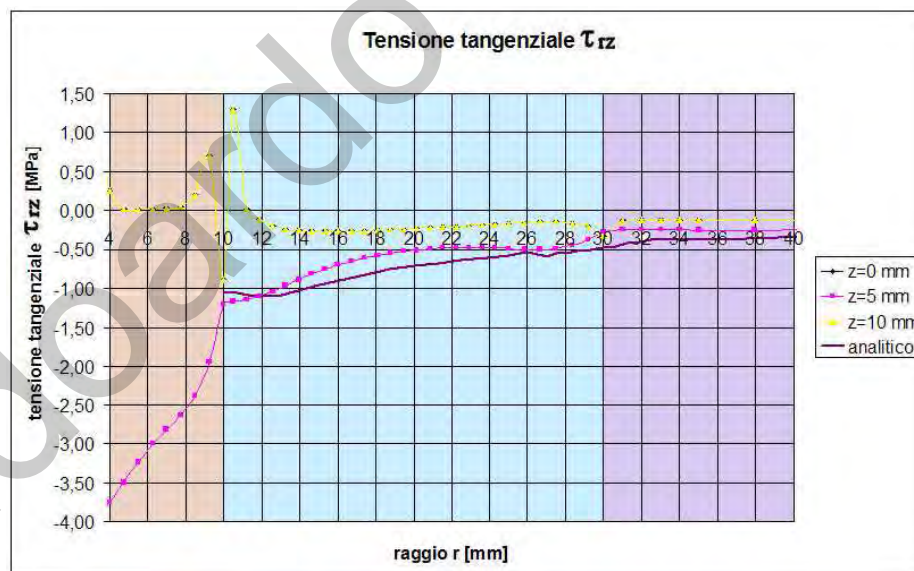


Fig. 4.9 tensione tangenziale per il modello 3D

In maniera analoga sono state effettuate le analisi per l'altra geometria di inserto passante¹⁶ presente nella bibliografia: le figure 4.10 e 4.11 ne mostrano la forma della sezione del modello assialsimmetrico e di quello 3D.

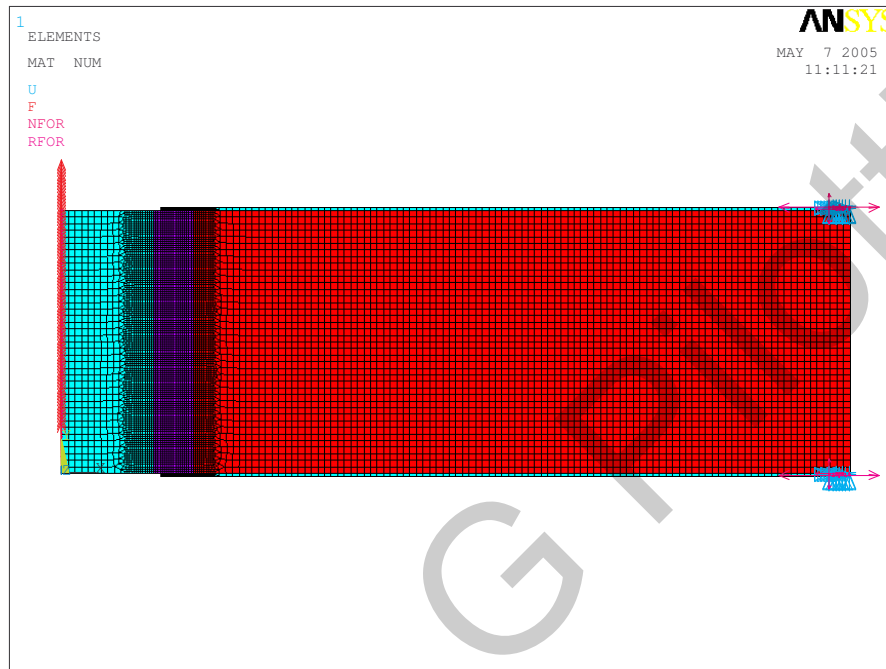


Fig. 4.10 modello assialsimmetrico con inserto passante di altezza $h_c=20\text{mm}$

¹⁶ Vedi tabella 4.1

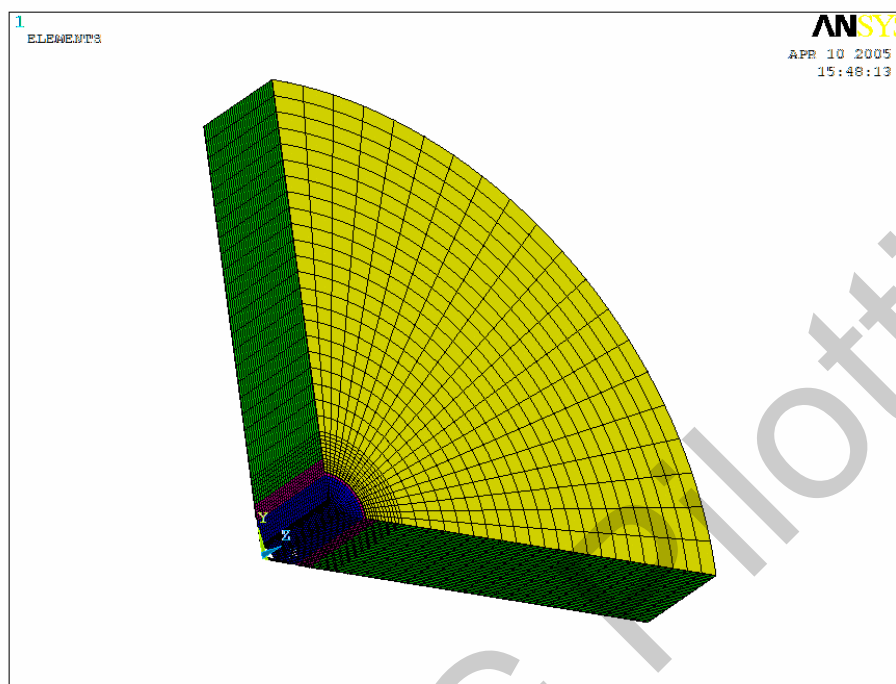


Fig. 4.11 modello 3D con inserto passante di altezza $h_c=20$ mm

Nei grafici seguenti sono state rappresentate le tensioni normali e tangenziali al variare della distanza dall'asse dell'inserto a diverse quote. Anche in questo caso si nota che il modello 3D porta a dei risultati meglio confrontabili con quelli analitici rispetto al modello assialsimmetrico. Si nota, poi, che la discretizzazione del modello 3D è meno densa rispetto all'altra tipologia e, poiché i picchi sono meno evidenti, si può ipotizzare la presenza di singolarità della distribuzione di tensione. Essi sono, evidentemente, associabili a discontinuità geometriche: nel punto in cui le pelli non sono più presenti si genera effetto d'intaglio e le tensioni generate incrementano il loro valore all'aumentare della densità di mesh; un altro punto da dover analizzare è quello sull'inserto, infatti, anche qui si nota lo stesso fenomeno e ciò sembra essere dovuto al passaggio di due materiali con caratteristiche di rigidità molto diverse tra loro come la schiuma riempitiva e l'inserto in alluminio. Da un punto di vista strutturale la zona di interesse è quella dell'honeycomb e del potting perché in realtà sono queste le zone che giungono a rottura¹⁷ dipendentemente dalla geometria dell'inserto all'interno del pannello sandwich.

¹⁷ Vedi insert design handbook pag. 65

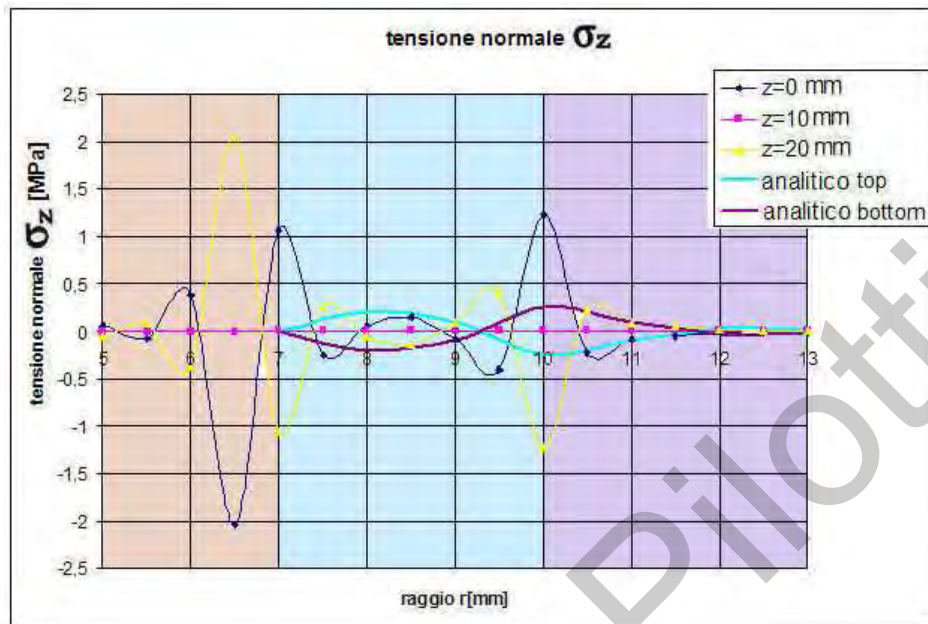


Fig. 4.12 Tensioni normali per modello assialsimmetrico

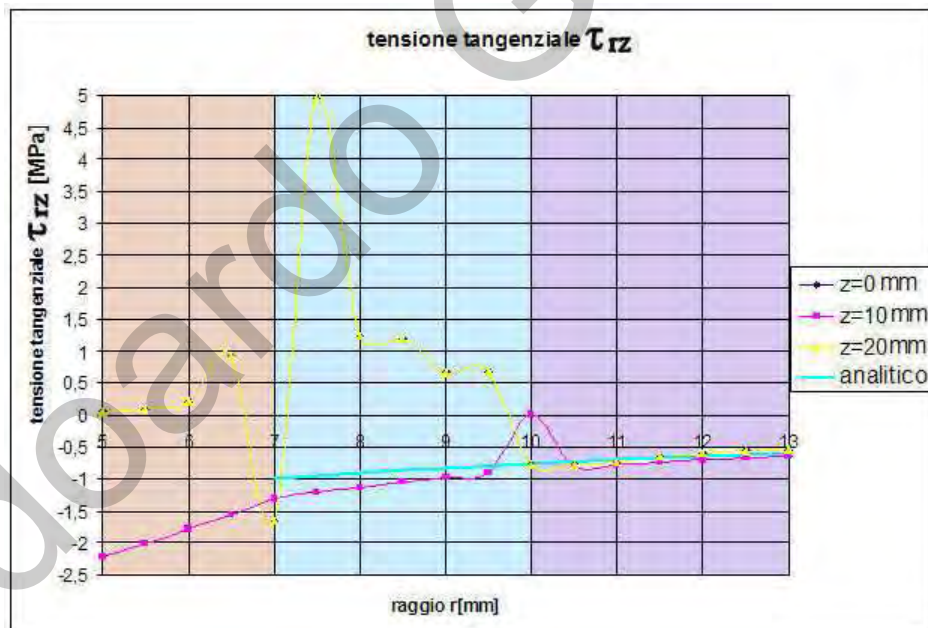


Fig. 4.13 Tensioni tangenziali per modello assialsimmetrico

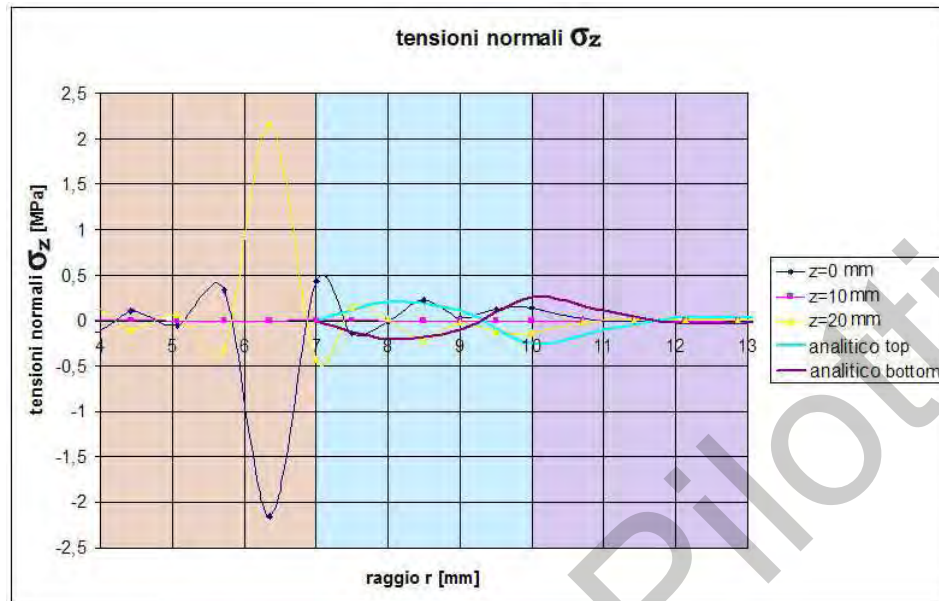


Fig. 4.14 Tensioni normali per modello 3D

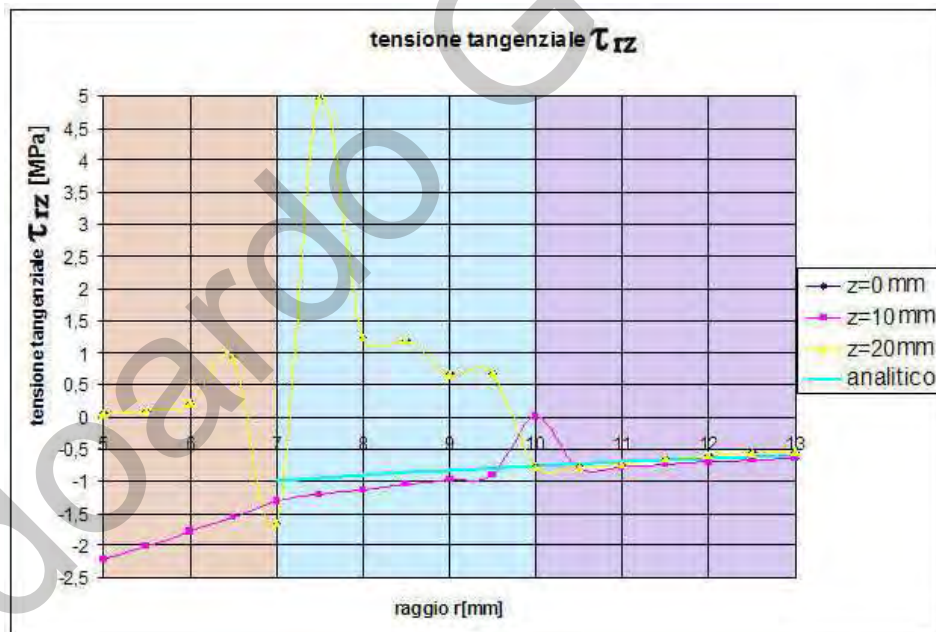


Fig. 4.15 Tensioni tangenziali per modello 3D

Si può concludere questo paragrafo dicendo che per densità di mesh confrontabili, come si può evincere dai grafici, i risultati sono tra loro confrontabili, anche se il modello assialsimmetrico risulta più soggetto al fenomeno di intensificazione delle tensioni nelle zone in cui anche il modello matematico mostra la presenza di picchi, anche se di entità minore.

L'effetto della tipologia della modellazione influenza gli spostamenti massimi come risulta dalla tabella 4.3. I valori ottenuti si riferiscono a una forza normale $F_z=1000\text{N}$.

Inserto passante $h_c=10\text{mm}$				
	assialsimmetrico	$U_{Z\text{ MAX}}=$	0,27155	mm
	3D	$U_{Z\text{ MAX}}=$	0,262371	mm
	Errore percentuale	$\epsilon=$	3,38%	
Inserto passante $h_c=20\text{mm}$				
	assialsimmetrico	$U_{Z\text{ MAX}}=$	0,129894	mm
	3D	$U_{Z\text{ MAX}}=$	0,157074	mm
	Errore percentuale	$\epsilon=$	17,3%	

Tab. 4.3 Spostamenti massimi ottenuti per inserti passanti

Si può notare che gli spostamenti massimi nelle due modellazioni sono ridotti perché il pannello sandwich con tali caratteristiche è molto rigido e, quindi, in campo elastico gli spostamenti sono molto piccoli, inoltre, essi sono maggiori per il modello da 10mm e ciò implica che l'effetto flessionale viene in parte compensato dall'incremento delle pelli più spesse, ma non completamente per le sue maggiori dimensioni trasversali. Nel modello da 20 mm spicca uno scostamento percentuale molto elevato dello spostamento nel passare da un modello all'altro, ciò è sicuramente dovuto al fatto che il nido d'ape nel modello assialsimmetrico viene adottato come materiale isotropo equivalente, e ciò comporta che gli effetti del taglio si sentono maggiormente in questo secondo modello che risulta più tozzo (honeycomb di maggiore spessore¹⁸). Osservando i grafici sulle tensioni normali si può osservare che nella zona di interfaccia honeycomb potting si ha una inversione del segno delle tensioni: la zona superiore dell'honeycomb è in trazione, mentre quella inferiore è compressa¹⁹. Questo fenomeno è dovuto alla deformazione locale delle pelli associata al trasferimento dei carichi dall'inserto al pannello. Questo fenomeno viene rappresentato nella figura seguente (fig. 4.16) in cui si nota che il comportamento può avvenire secondo due modalità: effetto incastro o effetto cerniera. Nel primo caso non si ha una variazione del segno della curvatura e delle tensioni sulle pelli mentre nel secondo si manifestano entrambi i fenomeni. È chiaro che nel modello FEM, come nel modello analitico, si manifesti la prima modalità poiché il vincolo tra i diversi materiali è un vincolo nodale rappresentato tra gli elementi attraverso il vincolo di continuità²⁰, ciò comporta che il sistema in questa zona si avvicina

¹⁸ si deve ricordare che nei pannelli sandwich è l'honeycomb a reagire a taglio. Vedi Analysis and design of sandwich plates with inserts... by O.T.Thomsen and W.Ritz

¹⁹ Vedi fig. 4.6, 4.8, 4.12, 4.14, 4.45, 4.51

²⁰ Il vincolo di continuità del SOLID 186 è un vincolo tra due elementi vicini che possiedono per ciascun nodo 6 g.d.l., poiché su ciascuno di essi si instaurano reazioni vincolari prevale l'effetto cerniera

maggiormente all'incastro che alla cerniera. L'effetto che si genera è il cambiamento di segno delle tensioni normali che agiscono sulle pelli, nonché della curvatura (fig. 4.16): la zona superiore che dovrebbe risultare compressa diventa tesa, e viceversa, come si può osservare in fig. 4.6, 4.8, 4.12, 4.14, 4.45, 4.51.

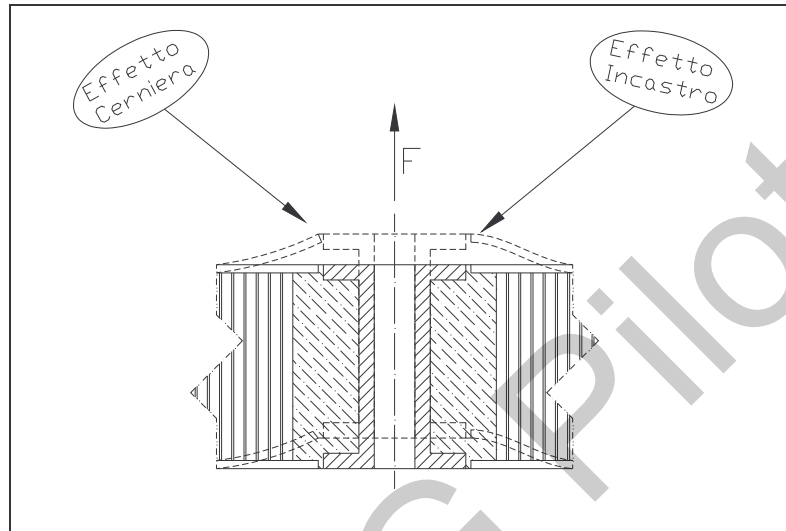


Fig. 4.16 Prova di pull-out: diverse possibilità di comportamento

4.4 Inserto fully potted²¹

Anche per questa tipologia di inserti è stata effettuata un'analisi comparativa tra il modello analitico e la modellazione FEM, con la stessa procedura descritta nei paragrafi precedenti, utilizzando sia il modello assialsimmetrico che quello 3D. Le figure 4.17 e 4.18 sono le rappresentazioni di queste due tipologie di modellazione.

²¹ la differenza sostanziale tra inserto fully potted e partially potted consta nel fatto che nel primo caso la resina raggiunge lo skin inferiore nell'altro caso ciò non avviene. Poiché l'altezza del potting è determinata dalla relazione $h_p = h_i + 7$, avere l'una o l'altra tipologia d'inserto dipende dalla differenza tra altezza dell'honeycomb e quella dell'inserto. Cambiano, però, le modalità di rottura: all'aumentare dall'altezza dell'honeycomb a parità di altezza d'inserto la rottura passa dalla zona dell'honeycomb in prossimità del potting fino a quella del potting in prossimità dell'honeycomb. Manuale ESA sugli inserti pag. 65.

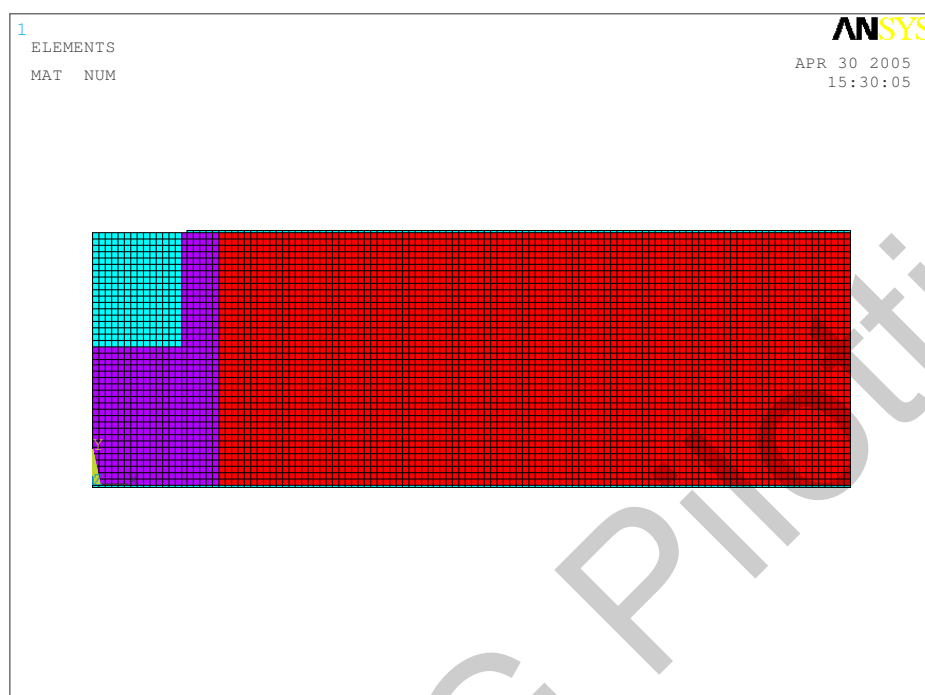


Fig. 4.17 modello assialsimmetrico con inserto fully potted

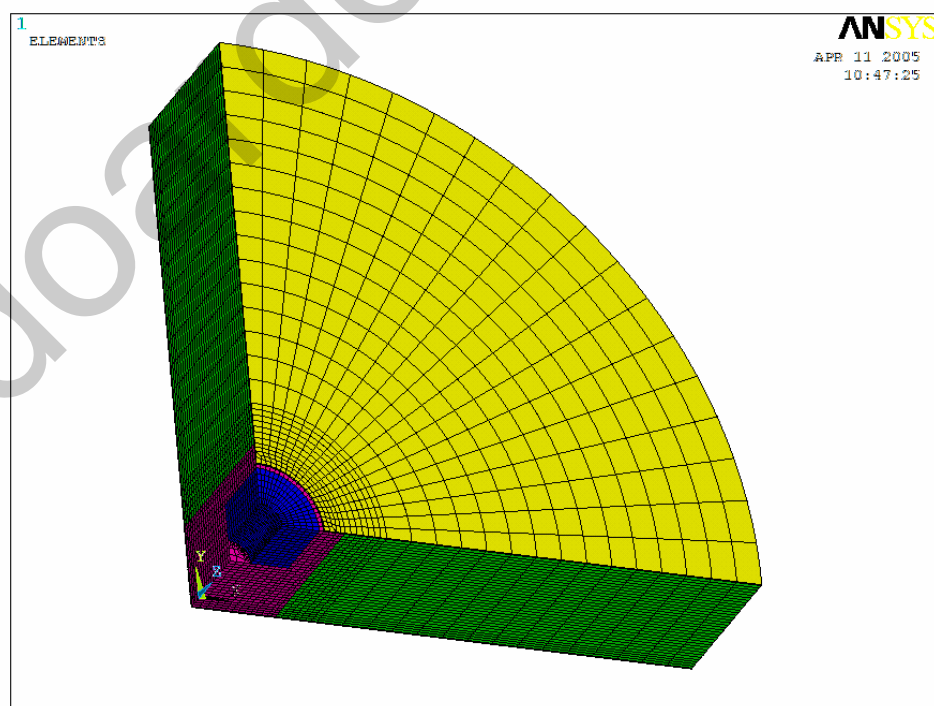


Fig. 4.18 modello 3D con inserto fully potted

Lo stato tensionale presente sulle pelli inferiore e superiore all'interfaccia honeycomb-potting-insero e alla quota che corrisponde al piano di separazione inserto potting (altezza $h-h_i$), viene rappresentato nei grafici seguenti e posto a confronto con i risultati analitici.

Le figure 4.19÷4.22 mostrano le tensioni normali e tangenziali, dapprima del modello assialsimmetrico e poi di quello 3D.

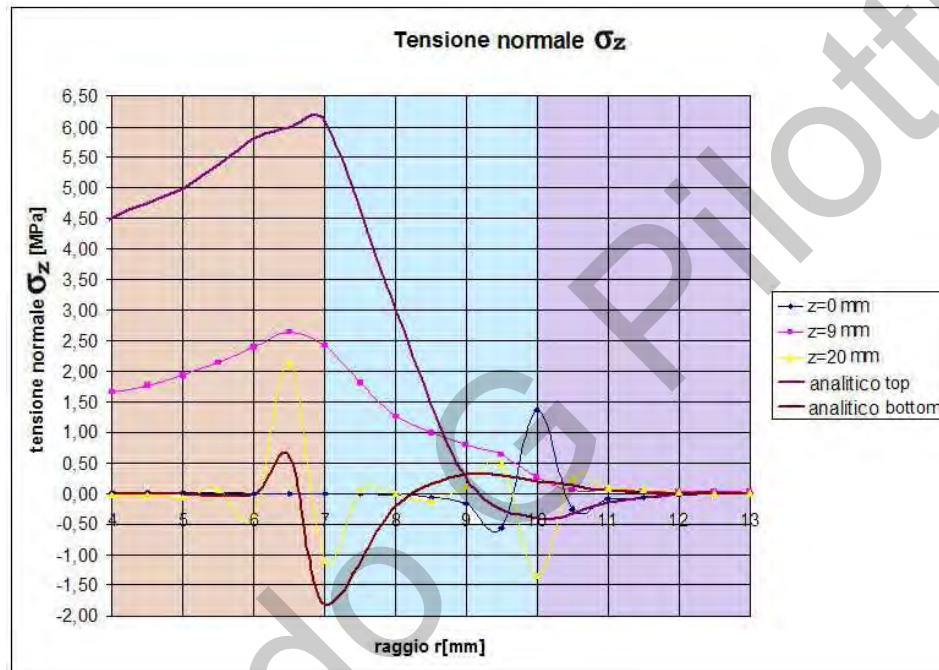


Fig. 4.19 Tensioni normali dell'inserto fully potted, modello assialsimmetrico

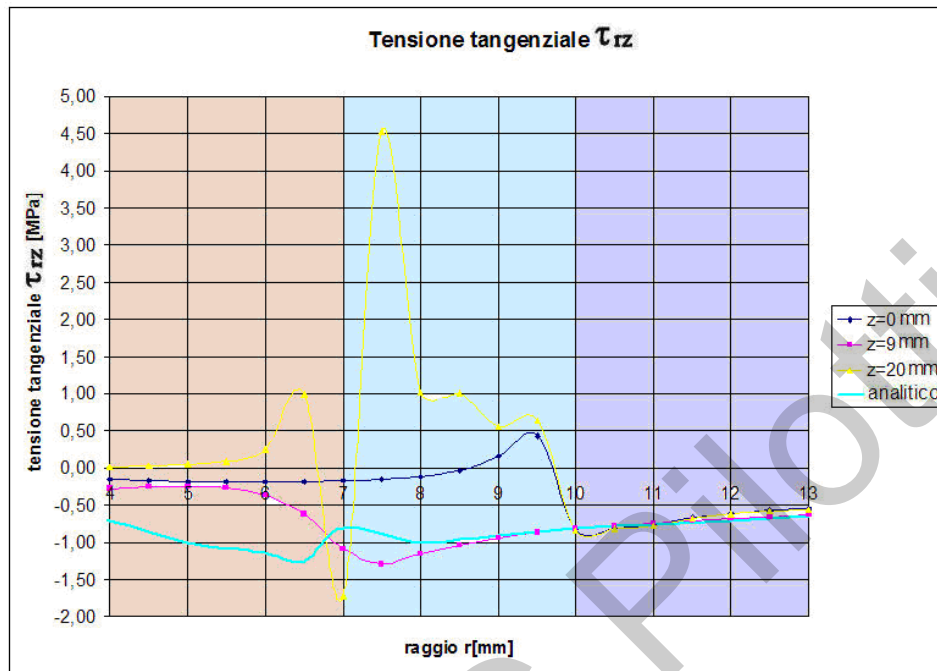


Fig. 4.20 Tensioni tangenziali dell'inserto fully potted, modello assialsimmetrico

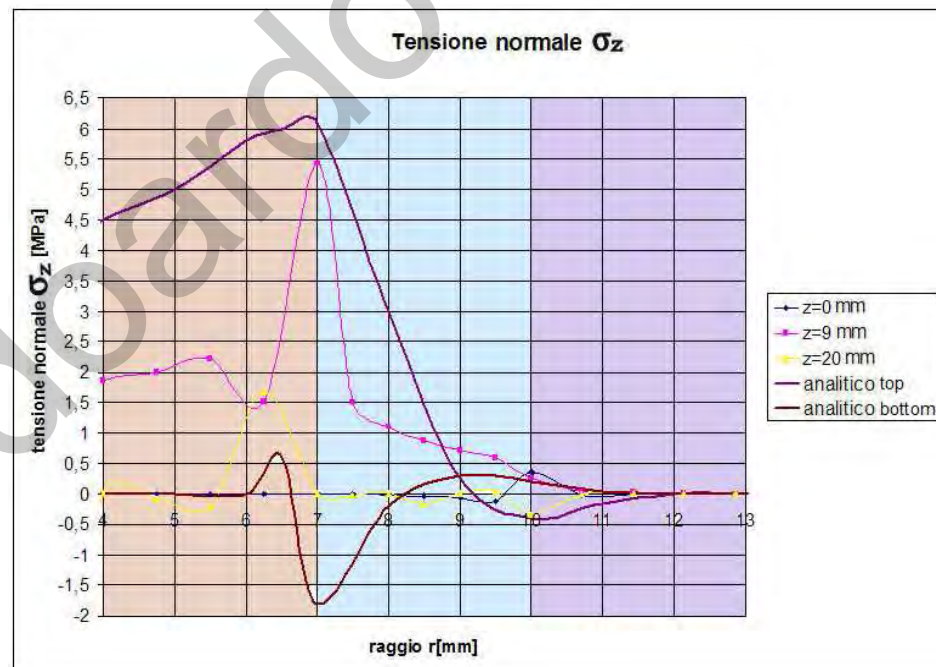


Fig. 4.21 Tensioni normali dell'inserto fully potted, modello 3D

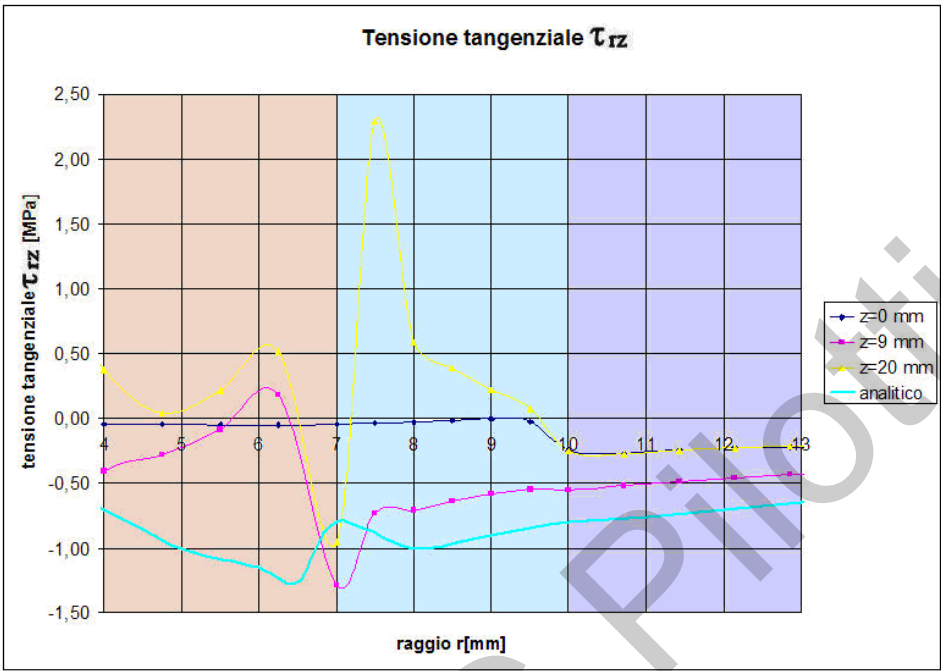


Fig. 4.22 Tensioni tangenziali dell'inserto fully potted, modello 3D

Il fenomeno di inversione delle tensioni normali nella zona dell'honeycomb si verifica anche per questa tipologia di provini, come mostrato nelle figure 4.19, 4.21 e 4.56. Si può osservare subito che, non essendoci più la simmetria rispetto al piano centrale del provino, il campo tensionale non risulta più simmetrico come nel caso di inserti passanti, e le sollecitazioni tangenziali sulle pelli risultano più coincidenti. Il massimo valore delle tensioni si manifesta all'interfaccia inserto-potting: questo è, tuttavia, un fenomeno locale e si può supporre la presenza di tensioni singolari (che aumentano all'aumentare della densità di mesh²²) determinate dalla transizione fra due materiali molto diversi in termini di rigidità.

Questa tipologia d'inserti, sottoposta a una forza di pull-out di 1000N, è caratterizzata dagli spostamenti massimi indicati in tabella 4.4.

Inserto fully potted				
Modello	Assialsimmetrico	$U_{Z\ MAX}$	0,129	mm
Modello	3D	$U_{Z\ MAX}$	0,127	mm
	Errore percentuale	e	1,55%	

Tab 4.4 Spostamenti massimi ottenuti dalle due tipologie di modellazione

Si può notare che i modelli forniscono valori e possono pertanto essere, in tal caso, utilizzati indifferentemente.

²² Vedi cap. 4.7

4.5 Inserti ricoperti

Gli inserti ricoperti rappresentano una categoria differente da quelle precedentemente esaminate,²³ in quanto le pelli lo ricoprono completamente, senza la necessità di realizzare il potting. Queste tipologie di inserti sono state analizzate in altri due articoli scientifici²⁴, anche se utilizzate in applicazioni diverse da quelle per cui vengono realizzate in azienda²⁵, come l'ambito navale...

Qui è stato analizzato un provino con pelli formate da tre strati di tessuti in fibra di carbonio e da un core costituito da nomex con celle esagonali, mentre si è evitato di rappresentare la resina strutturale. Il modello FEM viene ora rappresentato nella figura 4.23 in cui le diverse parti sono rappresentate con colori diversi.

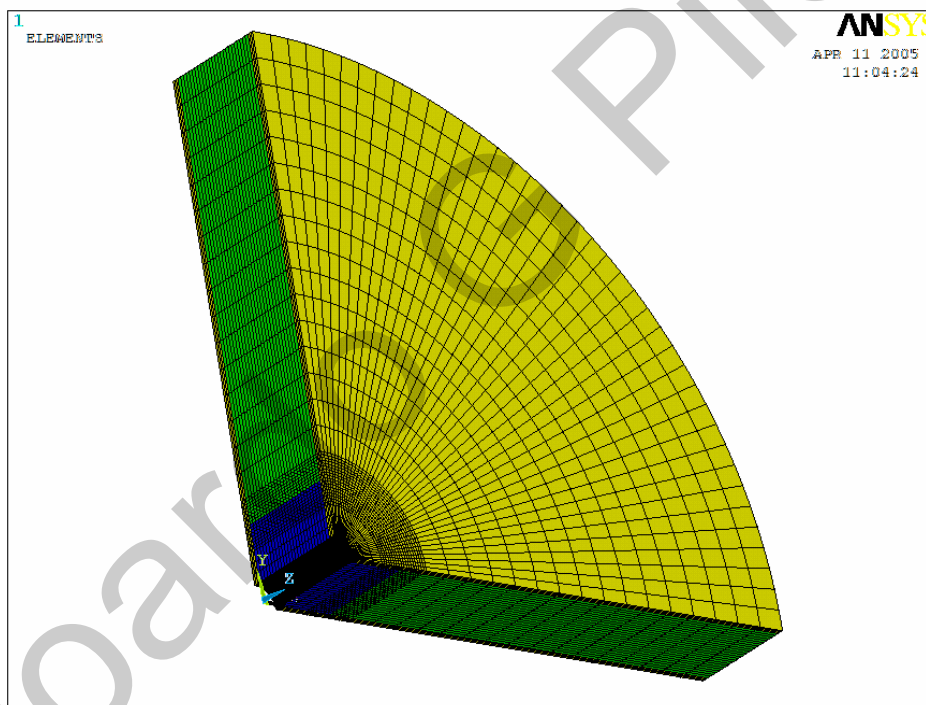


Fig 4.23 Inserto ricoperto, modello 3D

²³ la classificazione degli inserti consta di tre livelli principali: inserti ricoperti, potting e saldati o avvitati, ciascuna delle quali si può dividere in diverse forme. Per maggiori dettagli vedi insert design handbook pag. 8.

²⁴ Vedi Structurally graded core inserts in sandwich panels by E. Bozevolnaya and A. Lyckegaard e Local effects in the vicinity of inserts in sandwich panels by E. Bozevolnaya, A. Lyckegaard, O.T.Thomsen and V. Skvortsov

²⁵ Atr Group

Proprio la presenza di pelli in fibra di carbonio, ha portato a evitare l'adozione del un modello assialsimmetrico che comporterebbe l'introduzione di ulteriori approssimazioni²⁶ che renderebbero poco efficace l'analisi senza dover introdurre grandezze equivalenti e da utilizzarsi per ottenere un modello che non eccessivamente approssimato ma nello stesso tempo leggero e di rapida soluzione.

Nella tabella 4.5 elenchiamo le caratteristiche del provino soggetto a una sollecitazione di 3000N; inoltre, le dimensioni longitudinali dell'inserto sono di 15mm mentre quelle dell'intero provino sono di 100mm.

Tipologia di sandwich: ordinaria			
	Lamine:	Honeycomb: Nomex	Adesivo: Film
N° di strati:	3		
Lay-up:	0-90/ $\pm$ 45/0-90		
t [mm] =	0.44		
E ₁ [MPa] =	65000		
E ₂ [MPa] =	65000		
ν =	0.15		
G ₁₂ [MPa] =	6000		
G ₁₃ [MPa] =	4500		
G ₂₃ [MPa] =	4500		
σ_{1t} [MPa] =	600		
σ_{1c} [MPa] =	570		
σ_{2t} [MPa] =	600		
σ_{2c} [MPa] =	570		
τ_{12} [MPa] =	90		
Altezza[mm]:		20	
Lato[mm]:		2	
E ₁ [MPa] =		5	
E ₂ [MPa] =		5	
E ₃ [MPa] =		138	
ν =		0,2	
G ₁₂ [MPa] =		5	
G ₁₃ [MPa] =		40	
G ₂₃ [MPa] =		25	
σ_3 [MPa] =		2,4	
τ_{13} [MPa] =		1,25	
τ_{23} [MPa] =		0,73	
σ_R [MPa] =			53
τ_R [MPa] =			27

Tab. 4.5 Caratteristiche dell'inserto ricoperto

²⁶ Sia l'honeycomb che i tessuti che formano le pelli hanno caratteristiche meccaniche diverse nel piano trasversale: è per questo che nel modello assialsimmetrico le diverse proprietà lungo le direzioni ortogonali sul piano delle pelli non possono essere diverse per la condizione di assialsimmetria, analogamente a quanto già visto per l'honeycomb. Si possono approssimare le pelli con la nota relazione che le trasforma in pelli in alluminio: vedi formula pag. 77.

In questo modello [1] non è presente la resina strutturale e ciò comporta un incremento notevole delle tensioni massime all'interfaccia inserto-honeycomb rispetto ai modelli in cui essa è presente²⁷: la resina, infatti, è benefica perché ridistribuisce facendo diminuire il picco di tensione presente all'interfaccia honeycomb-inserto²⁸ e aumentando, così, il carico sostenibile dall'inserto.

L'andamento delle tensioni normali al piano trasversale del provino è fornito nei grafici seguenti (fig. 4.24 – 4.25); il notevole incremento delle tensioni di picco sulle pelli rispetto alle situazioni già esaminate è dovuto anche al fatto che le pelli, ora, sono in fibra di carbonio con uno spessore maggiore rispetto ai casi precedenti: ciò comporta che esse hanno una rigidità maggiore che induce un aumento delle tensioni sulle pelli rispetto all'honeycomb.

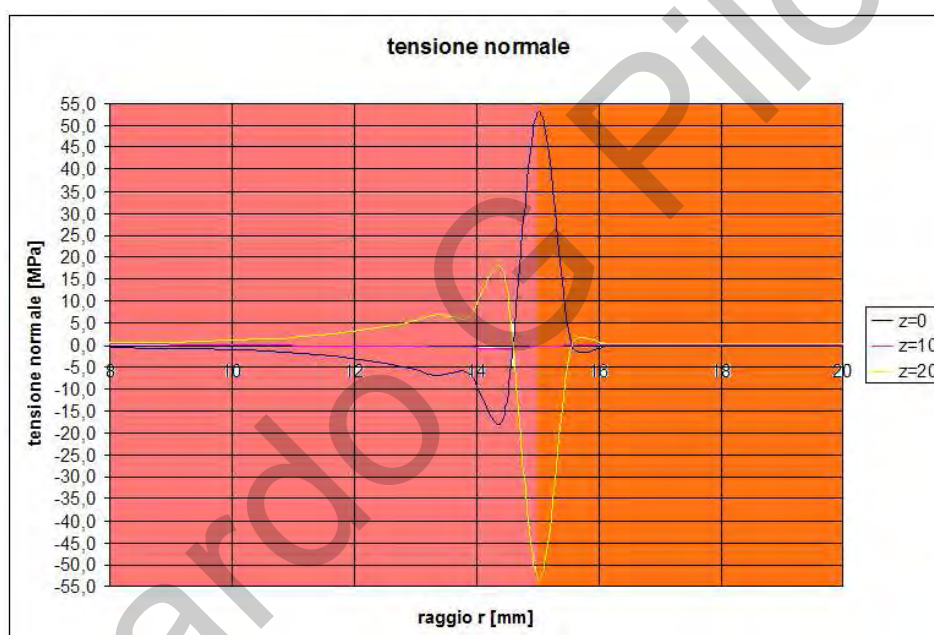


Fig. 4.24 Tensioni normali dell'inserto ricoperto

²⁷ Vedi pag. 16-18 e pag. 21-22

²⁸ Vedi Local effects in the vicinity of inserts in sandwich panels by E. Bozevolnaya, A. Lyckegaard, O.T.Thomsen and V. Skvortsov, un secondo metodo per effettuare una riduzione dei picchi di tensione effettuando una ridistribuzione dello stato tensionale è incrementare lo spessore delle pelli in corrispondenza della zona dell'inserto, per chiarimenti vedi lo stesso riferimento.

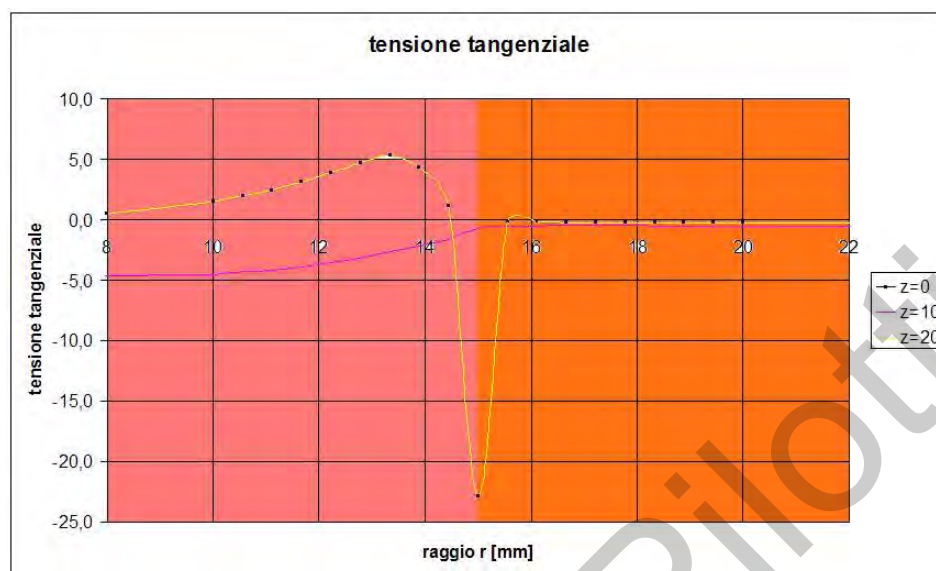


Fig. 4.25 Tensioni tangenziali dell'inserto ricoperto

Le stesse considerazioni fatte per i provini già esaminati valgono anche in questo caso, infatti, si nota il ribaltamento delle tensioni nella zona di interfaccia inserto-honeycomb dovuto all'instabilizzazione delle celle in prossimità dell'inserto: la maggiore rigidità dell'inserto rispetto al nido d'ape porta le pelli a inflettersi non più rispetto al piano medio del pannello ma rispetto al loro piano medio come risulta in fig. 4.24 e 4.26.

Le tensioni tangenziali vengono calcolate dal programma all'interfaccia pelle - honeycomb, ma su questi nodi comuni i valori si riferiscono alla pelle perché in figura 4.27 non si riscontra questo valore di picco nell'honeycomb. Tutto ciò è positivo ai fini del dimensionamento perché le pelli sono molto più resistenti del nido d'ape e quindi sopportano agevolmente tale valore, mentre per l'honeycomb le tensioni massime si hanno in corrispondenza della mezzeria (fig. 4.27), quindi l'andamento utile ai fini del dimensionamento è quello relativo al piano centrale (fig. 4.25).

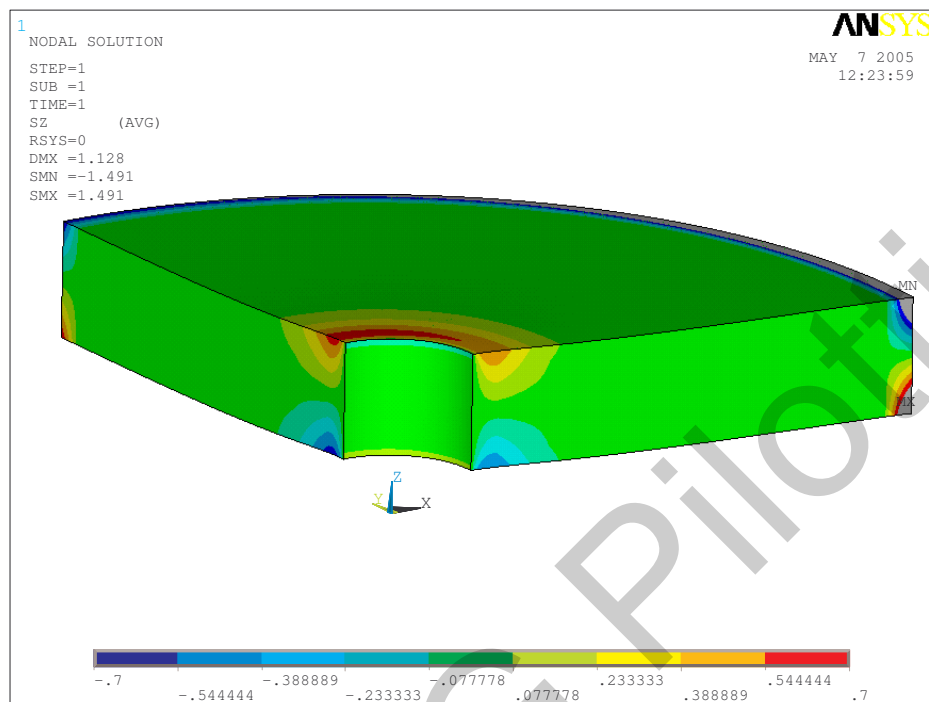


Fig. 4.26 andamento delle tensioni normali σ_z : honeycomb

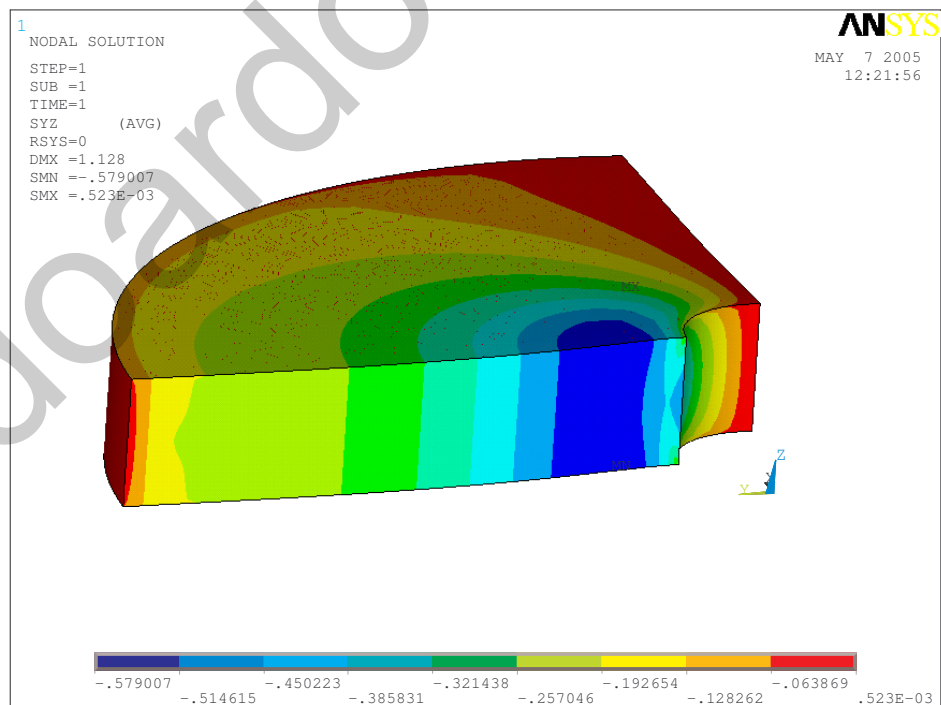


Fig. 4.27 andamento delle tensioni tangenziali τ_{xz} : honeycomb

4.6 Raffinamento della mesh

Il raffinamento della mesh è stato effettuato per cercare di individuare nelle zone in cui si manifestano i picchi di tensione la presenza di singolarità. L'obiettivo è quello di ottenere valori asintotici per alti valori della densità di mesh. Il raffinamento è stato applicato a tutti i modelli analizzati di tipo assialsimmetrico che ben si presta al raffinamento per la rapidità di calcolo e la leggerezza dei modelli, tuttavia, non si è potuto procedere oltre un certo valore di densità per l'impossibilità di estrarre manualmente sul foglio elettronico un numero eccessivo di valori numerici per individuare gli andamenti delle tensioni lungo le direzioni radiali del provino. Le analisi sono state realizzate sui modelli esaminati nei paragrafi 4.3 e 4.4 riportando nel seguito i risultati ottenuti da questa analisi.

1. *Inserto passante $b_c=20mm$* ²⁹

Nel seguito sono stati riportati i grafici relativi agli andamenti delle tensioni normali sulla pelle inferiore³⁰ e di quelle tangenziali su di essa³¹ e sul piano medio.

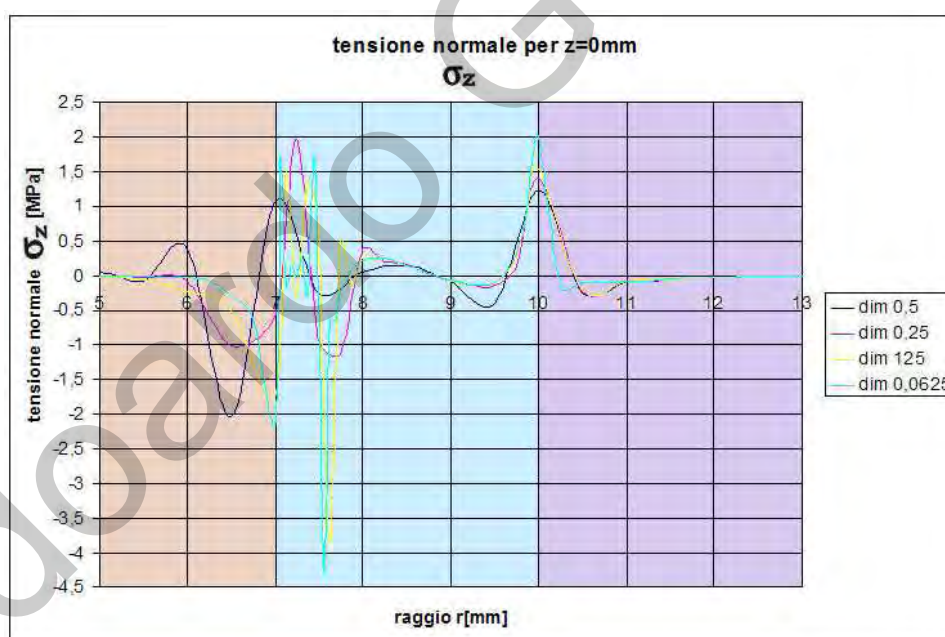


Fig. 4.28 tensioni normali sulla faccia inferiore per diverse densità di mesh

²⁹ Per vedere le caratteristiche geometriche e dei materiali vedi cap.4.3

³⁰ È stato riportato un solo grafico perché a tale sollecitazione reagiscono le pelli e vista la simmetria dei carichi e della struttura le tensioni normali sull'altra pelle si ottengono per ribaltamento di questi andamenti.

³¹ Sulla pelle superiore la tensione è analoga.

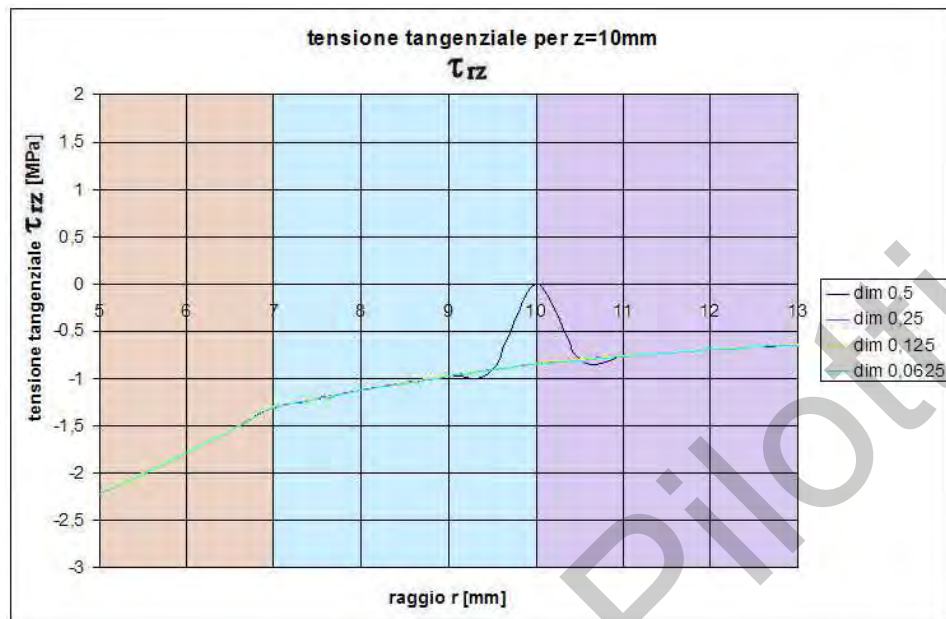


Fig. 4.29 tensioni tangenziali nel piano mediano per diverse densità di mesh

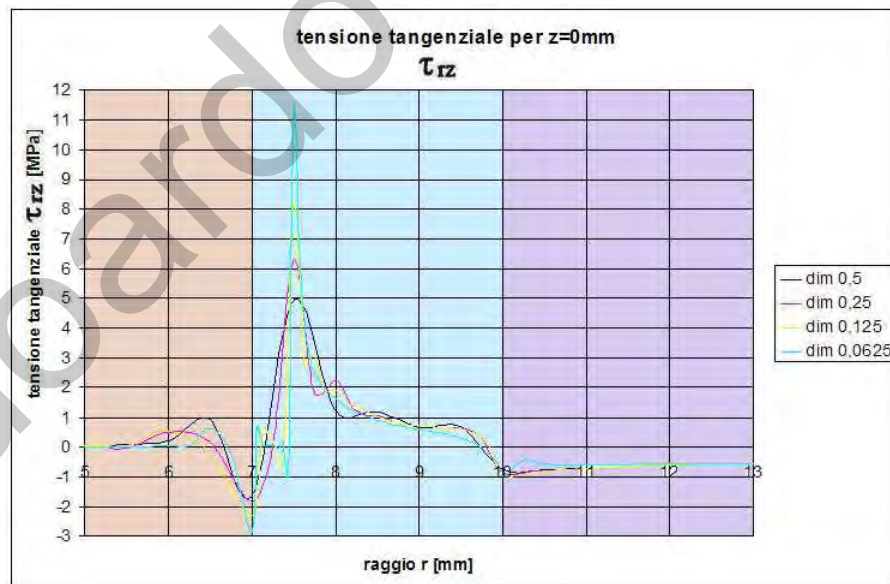


Fig. 4.30 tensioni tangenziali sulla faccia inferiore per diverse densità di mesh

Da questi due grafici (fig. 4.29 – 4.30) si può osservare che le tensioni tangenziali non presentano, all'interno del pannello, delle escursioni che variano al variare della discretizzazione, cosa che invece avviene sulle pelli per

effetto dell'intaglio: si può notare l'incremento evidente del picco nel grafico delle tensioni tangenziali (fig. 4.30). Per le tensioni normali, invece, si nota l'accentuarsi di un picco negativo oltre un certo valore della densità di mesh che sembra essere dovuto a fenomeni locali di bordo generati dall'effetto d'intaglio, mentre gli altri picchi, sembrano essere influenzati in maniera meno evidente dall'infittimento. Le tensioni normali e tangenziali sostenute dalle pelli possono raggiungere valori dell'ordine dei 100MPa (tensione ammissibile dell'alluminio 2024) e oltre, quindi i valori di picco di modulo così basso non influenzano la resistenza del provino. Nel piano centrale si ha un effetto benefico sulle tensioni tangenziali (fig. 4.29): qui si nota la scomparsa del picco, e la convergenza delle tensioni verso un andamento comune al variare della discretizzazione.

Nel grafico in fig. 4.29 si nota, infine, lo sdoppiamento di un picco di tensione dovuto alla presenza di più elementi nella stessa zona di materiale, di cui solo quelli estremi sono interessati dai fenomeni locali dovuti all'intaglio, mentre negli altri si ha una redistribuzione delle tensioni che portano il materiale a scaricarsi.

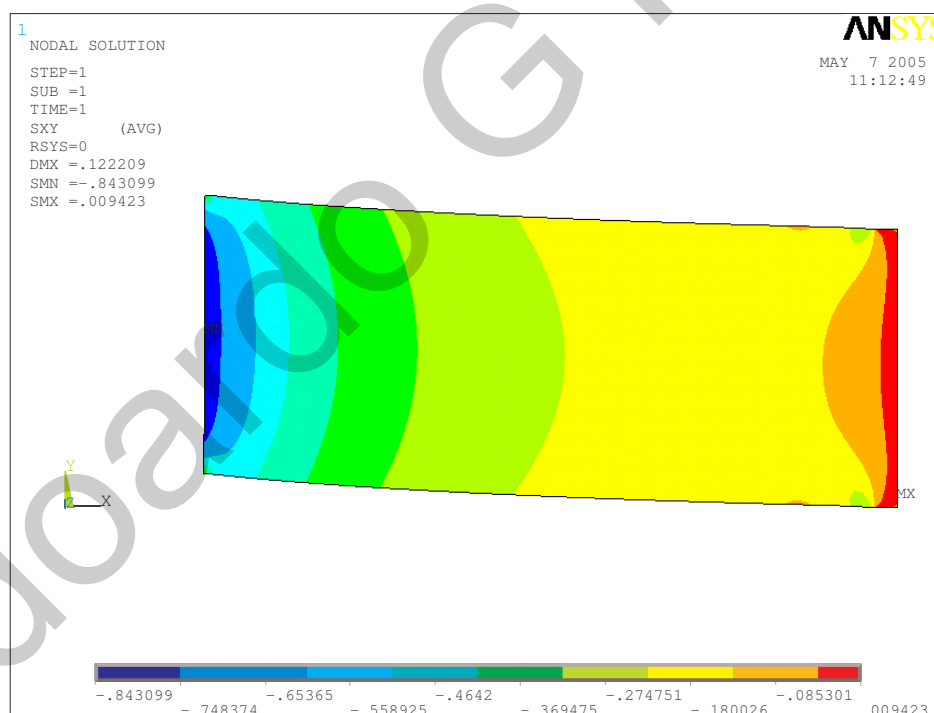


Fig. 4.31 andamento delle tensioni tangenziali nel core

2. Inserto passante $h_c=10mm$

La sovrapposizione quasi perfetta di questi grafici e le dimensioni longitudinali maggiori rispetto al provino precedente hanno portato ad arrestare l'infittimento della mesh a un livello inferiore: si è ottenuta una migliore sovrapposizione dei grafici, dovuta alla diversa configurazione

geometrica. Le maggiori dimensioni del potting trasversalmente e dello spessore delle pelli comporta una redistribuzione più evidente delle tensioni e ciò riduce la presenza delle tensioni singolari per il passaggio a materiali di caratteristiche molto diverse.

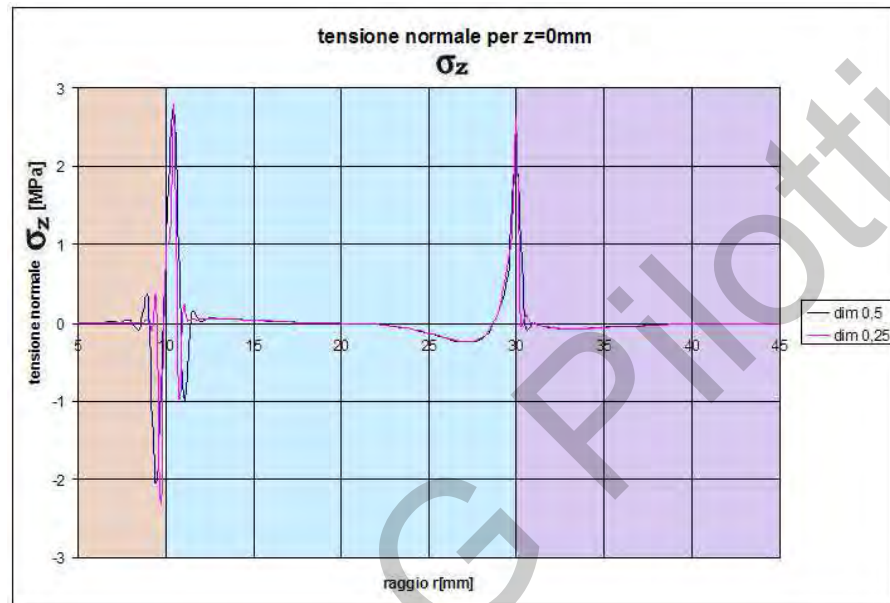


Fig. 4.32 tensioni normali sulla pelle inferiore per diverse densità di mesh

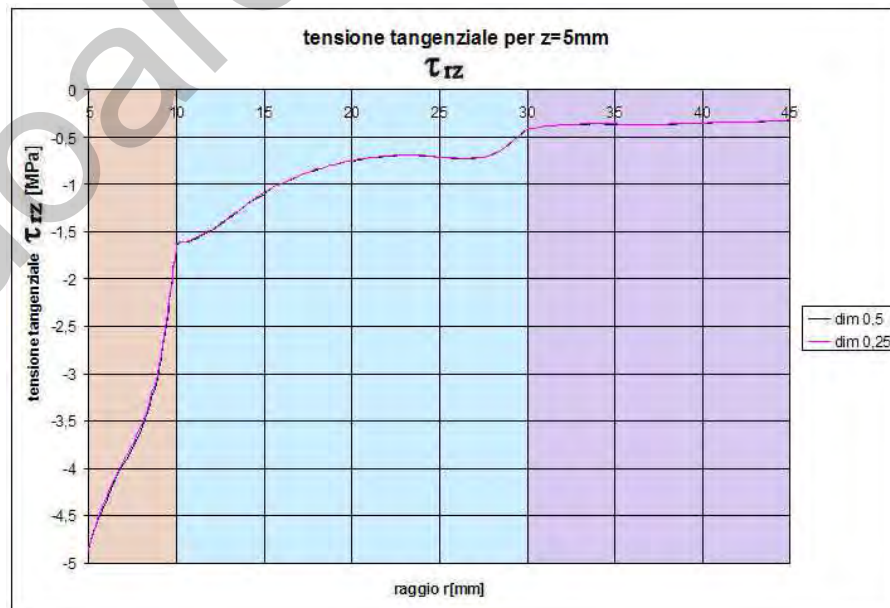


Fig. 4.33 tensioni tangenziali nel piano medio al variare della densità di mesh

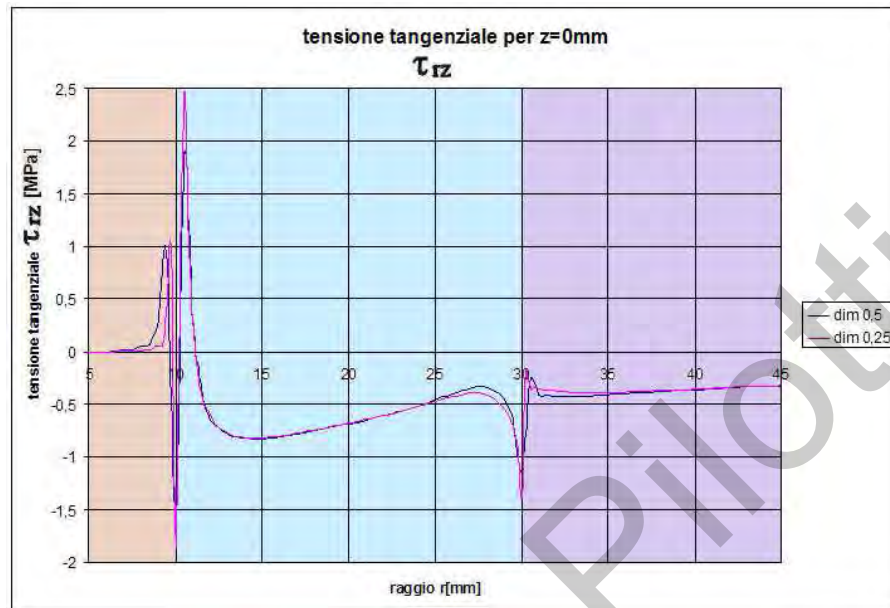


Fig. 4.34 tensioni tangenziali sulla pelle inferiore al variare della densità di mesh

Nel paragrafo 4.6, trattando la rottura del provino, si può osservare che la zona più sollecitata è l'honeycomb, quindi la presenza in essa dei picchi potrebbe far pensare che il dimensionamento risulti difficile, ma, in realtà, all'interfaccia, il programma FEA considera i valori numerici delle tensioni delle pelli e non del nido d'ape: ciò comporta che le tensioni dell'honeycomb sono minori di quelle risultanti dai grafici precedenti, cosa benefica ai fini del dimensionamento. Infatti, andando a rappresentare le sole tensioni di taglio dell'honeycomb non si verificano i picchi di tensione in corrispondenza dell'interfaccia (fig. 4.35): in realtà l'andamento corretto mostra che il massimo si verifica nel piano mediano.

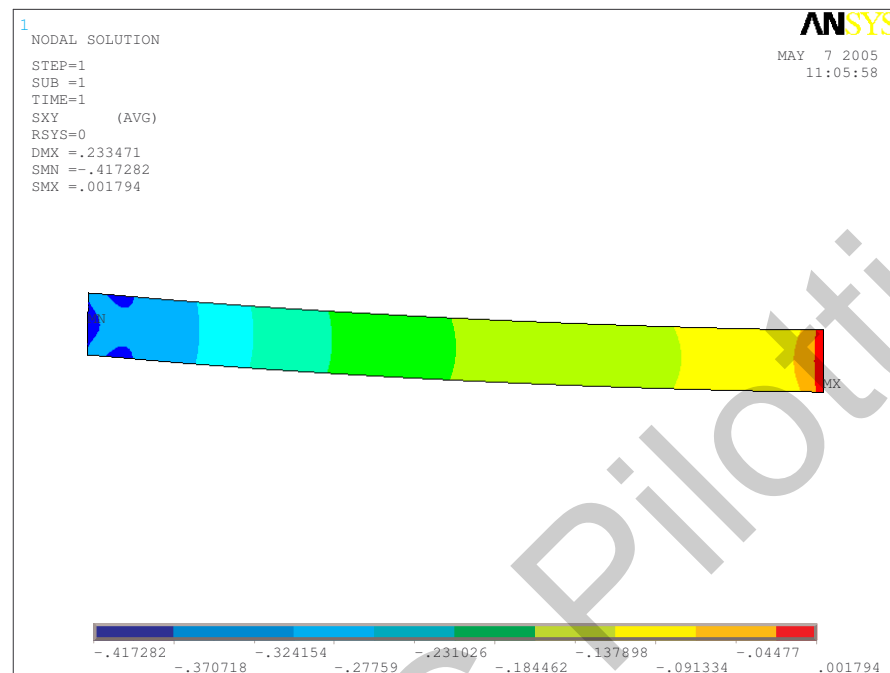


Fig 4.35 andamento delle tensioni tangenziali nel core

3. Inserto *fully potted*

Per questa tipologia d'inserto si sono estratti i risultati sui tre piani di riferimento³². Si rappresentano, quindi, gli andamenti al variare della discretizzazione (fig. 4.36 - 4.41). In questo caso, le tensioni normali sulle pelli non sono simmetriche così come le tensioni tangenziali risultano non sovrapponibili se sono riferite ad esse. I grafici seguenti (4.36÷4.38) mostrano gli andamenti delle tensioni normali per diversi valori della densità di mesh.

³² Vedi cap. 4.4

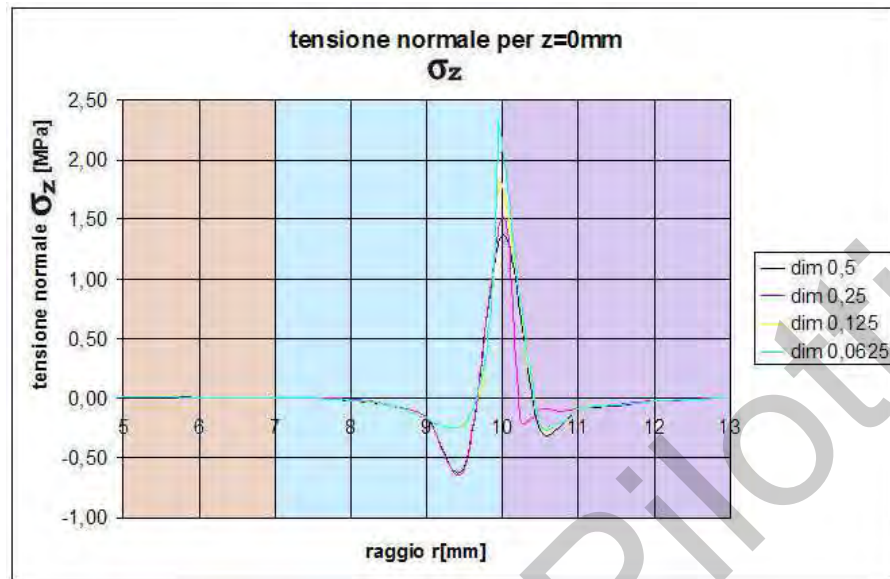


Fig. 4.36 tensioni normali sulla pelle inferiore al variare della densità di mesh

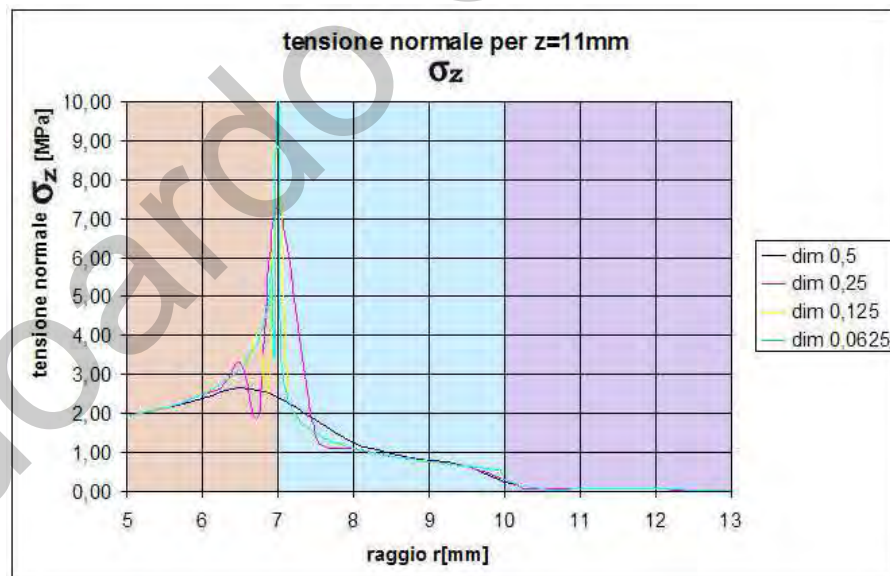


Fig. 4.37 tensioni normali sul piano $z=11\text{ mm}$ al variare della densità di mesh

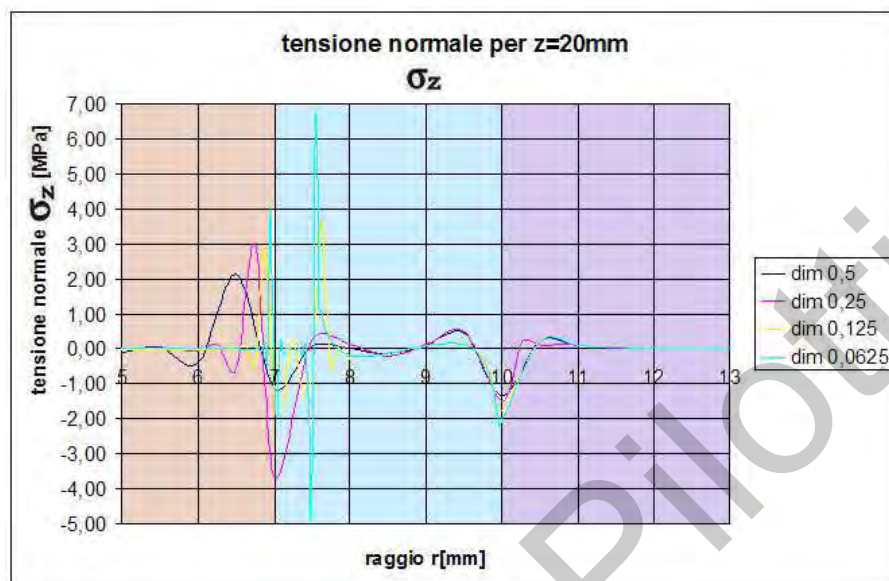


Fig. 4.38 tensioni normali sulla pelle superiore al variare della densità di mesh

Le tensioni normali dei primi due grafici (fig.4.36 – 4.37) mostrano andamenti qualitativi molto simili al variare della discretizzazione, quantitativamente, invece, si nota un notevole incremento dei picchi. Sulla pelle superiore, al contrario, le distribuzioni sono molto diverse tra loro: questo è dovuto agli effetti di bordo nei punti in cui cessa la presenza della pelle³³, inoltre, aumentando l'infiltramento si genera un ulteriore picco ($r=7,5$ mm), infatti, la presenza di più elementi in una zona dove ne era presente uno solo provoca lo sdoppiamento del massimo in due picchi posti alle sue estremità (internamente a questa zona, invece, i valori di tensione tendono ad annullarsi). Gli altri massimi di tensione mostrano una minore tendenza ad aumentare al variare della discretizzazione.

I grafici seguenti (fig. 4.39 ÷ 4.41) descrivono le tensioni tangenziali:

³³ Il punto in questione è stato preso a $r=7,5$ mm una distanza abbastanza piccola per permettere alle pelli di esplicare strutturalmente la loro funzione senza avere un collegamento diretto tra pelle e inserto scaricando strutturalmente la schiuma riempitiva.

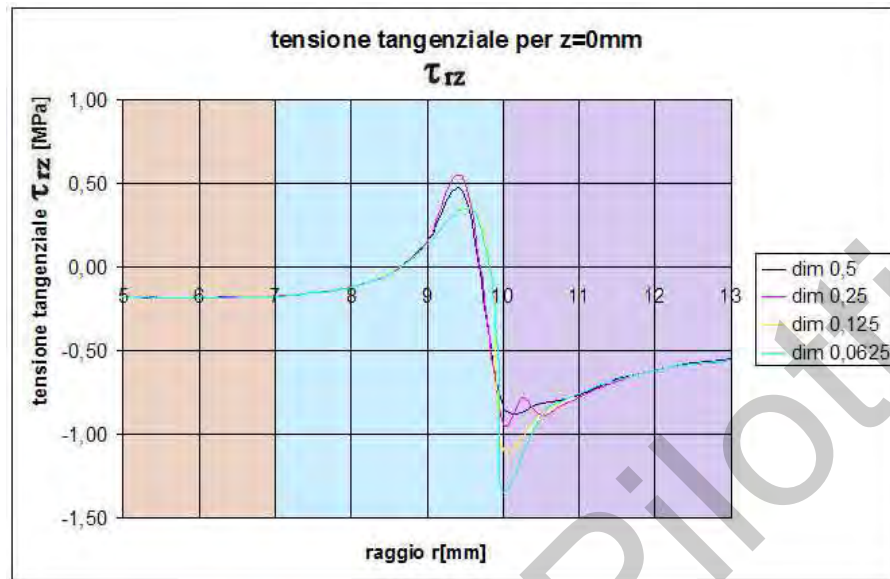


Fig. 4.39 tensioni tangenziali sulla pelle inferiore al variare della densità di mesh

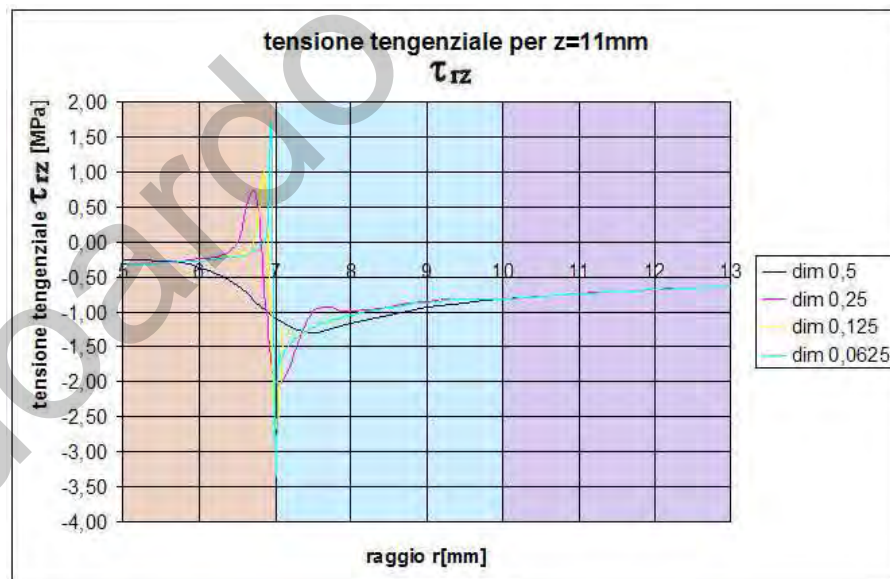


Fig. 4.40 tensioni tangenziali per $z=11\text{ mm}$ al variare della densità di mesh

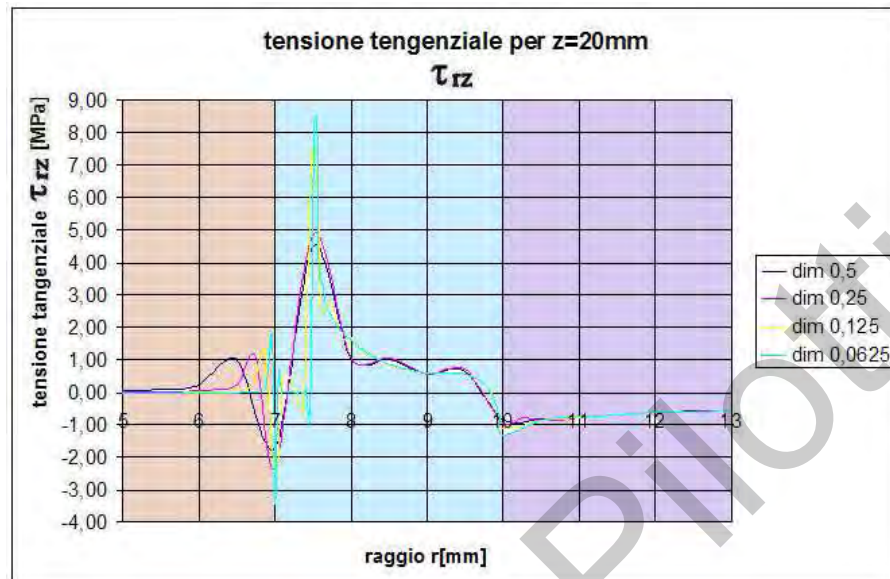


Fig. 4.41 tensioni tangenziali sulla pelle inferiore al variare della densità di mesh

Anche per i grafici in fig. 2.39 - 2.41 valgono le considerazioni fatte per quelli in fig. 2.36 - 2.38, notando, però, un incremento più marcato delle tensioni massime, e in particolare sulla pelle superiore dove si verifica l'effetto d'intaglio. Per questa tipologia d'inserto non si è riusciti a determinare i valori massimi asintotici per la difficoltà a estrarre manualmente un numero eccessivo dei valori nodali sul foglio elettronico, quindi non si è potuto stabilire quantitativamente il valore asintotico limite di tutti i picchi. Nell'appendice D sono riportati gli andamenti delle tensioni relative a ciascun inserto analizzato in questa sezione.

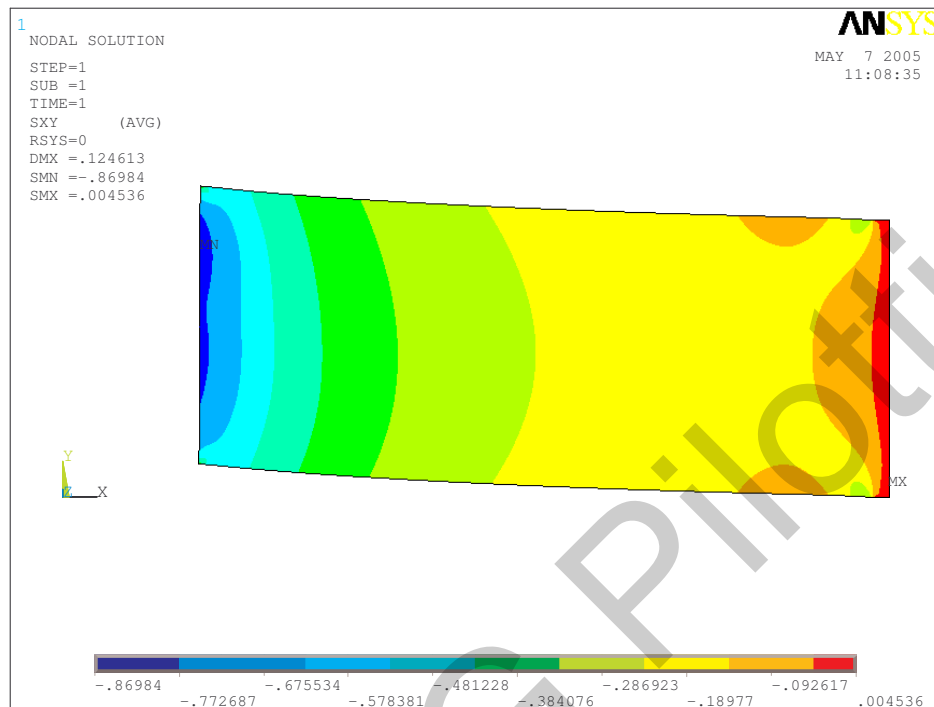


Fig. 4.42 andamento delle tensioni tangenziali nel core

4.7 Verifica a rottura

L'obiettivo finale è stabilire, per la condizione di carico imposta, se il provino raggiunge o meno la condizione di rottura. Poiché le simulazioni fatte sui provini sono di tipo elastico - lineare essa si considera raggiunta al limite elastico³⁴. Si effettua la verifica a rottura su tutte le parti del provino e se esse non raggiungono tali limiti, allora l'intero provino non raggiunge il limite elastico e supera il test. Il criterio di rottura utilizzato allo scopo è quello di von Mises per le parti in alluminio, che sono duttili, per le altre parti, invece, si utilizza il criterio della massima tensione³⁵. Nella tabella 4.6 si riportano i valori delle tensioni di rottura delle parti componenti il pannello sandwich.

³⁴ Per simulare la rottura in senso stretto si devono tenere in considerazione sia gli effetti dovuti alle grandi deformazioni attraverso analisi non lineari, e sia i fenomeni di plasticizzazione che intervengono oltre un certo livello di deformazione andando a considerare la curva elasto-plastica dei diversi materiali. L'ottenimento di queste curve per i diversi materiali è un ulteriore problema di reperibilità nella bibliografia o attraverso prove sperimentali.

³⁵ L'honeycomb si comporta in maniera diversa nelle varie direzioni

Inserto e pelli				
	Al 2024	$\sigma_R =$	448	MPa
Potting				
	Bulk epoxy polymer	$\sigma_R =$	60	MPa
Honeycomb				
	3/16-5056-0.0007	$\sigma_{C\ crit\ t} =$	3,36	MPa
		$\sigma_{C\ crit\ c} =$	0,82	MPa
		$\tau_{C\ crit} =$	0,68	MPa
		$\tau_{W\ crit} =$	0,34	MPa
		$\tau_{L\ crit} =$	0,72	MPa

Tab 4.6 Caratteristiche meccaniche delle parti componenti il pannello

Si verifica ora quanto detto sui provini di cui sono state fatte le analisi FEM:

1. *Inserto passante $b_c=20mm$*

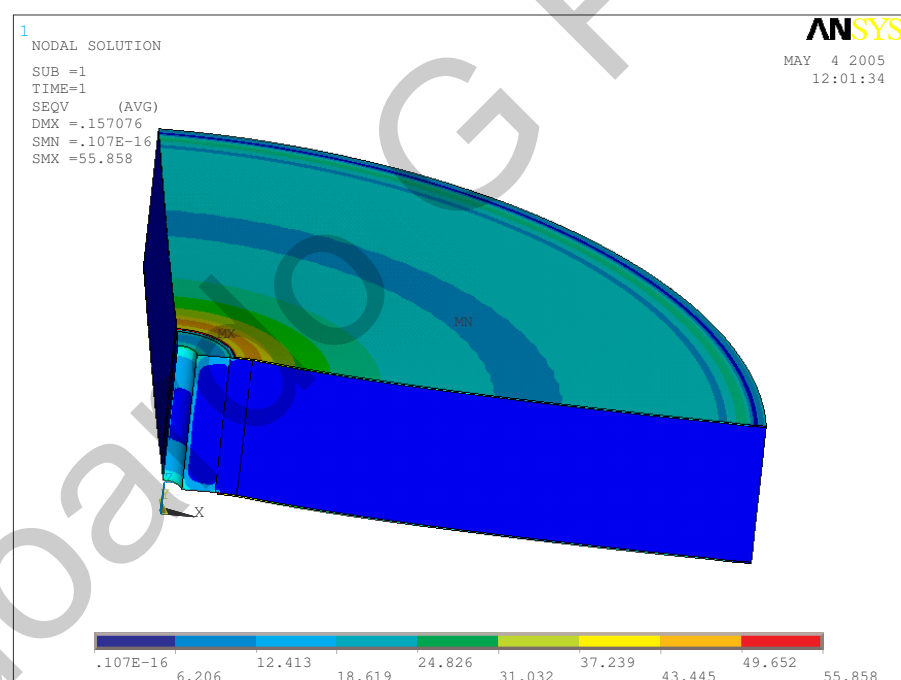


Fig. 4.43 tensioni di von Mises

La fig. 4.43 mostra lo stato tensionale dell'intero provino prendendo come riferimento il metodo di von Mises: la tensione equivalente risulta essere $\sigma_{eq}=55,858$ MPa. Le pelli e l'inserto hanno una tensione di rottura $\sigma_R=448$ MPa, considerando un coefficiente di sicurezza $c=2^{36}$, la tensione ammissibile è $\sigma_{amm}=224$ MPa; poiché $\sigma_{eq} \leq \sigma_{amm}$ l'inserto e le pelli non giungono a rottura. Il potting ha una tensione di rottura $\sigma_R=60$ MPa, quindi la sua tensione ammissibile sarà $\sigma_{amm}=30$ MPa adottando lo stesso coefficiente di rottura. Nella figura 4.44 sono state rappresentate le tensioni di von Mises nel potting: si può notare che esse non superano il valore di $\sigma_{eq}=14.311$ MPa, quindi, poiché $\sigma_{eq} \leq \sigma_{amm}$ anche il potting non giunge a rottura.

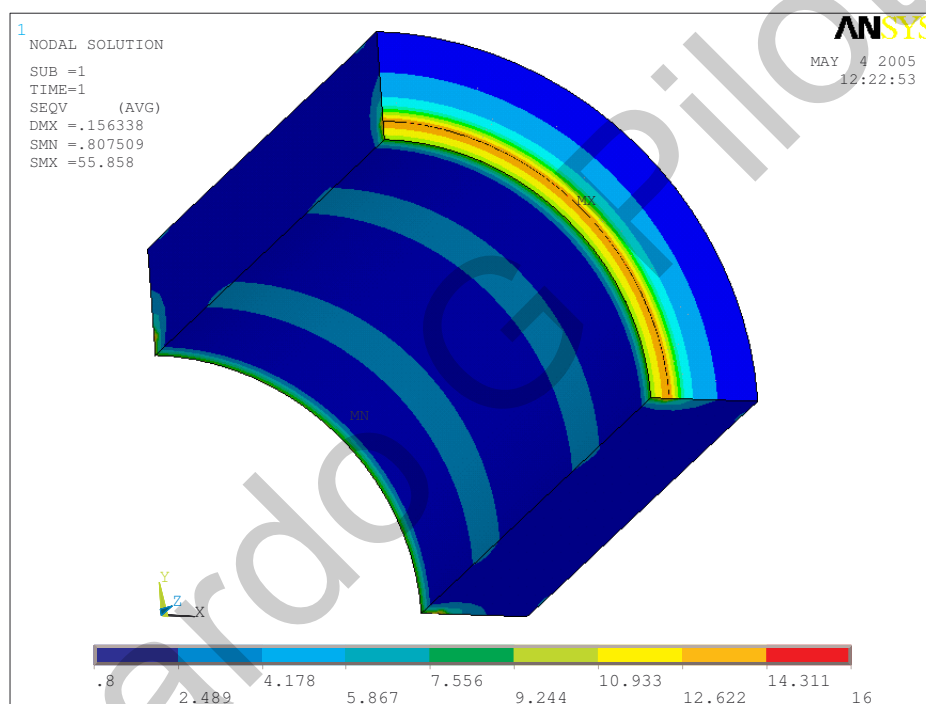


Fig. 4.44 tensioni di von Mises nel potting

La parte più critica risulta l'honeycomb perché le tensioni critiche sono le più basse di tutto il provino. Nelle figure 4.45÷4.47 vengono rappresentate le tensioni massime a cui è soggetto l'honeycomb 3/16-5056-0.0007 di tipo normale e tangenziale lungo l'asse z che è quello di massima resistenza del core³⁷. In un pannello sandwich è il nido d'ape a sostenere le sollecitazioni

³⁶ In applicazioni meccaniche tradizionali questo i coefficienti di sicurezza consigliati sono $c=1,5\div 2$

³⁷ Vedi Analysis and design of sandwich plates with inserts... by O.T.Thomsen and W.Ritz. Le sollecitazioni che devono essere sostenute dall'honeycomb sono, infatti, quelle normali all'asse dell'inserto, trasversalmente ad esso, invece, esso risulta molto più cedevole.

secondo questa direzione mentre le pelli sopportano quelle lungo il piano trasversale.

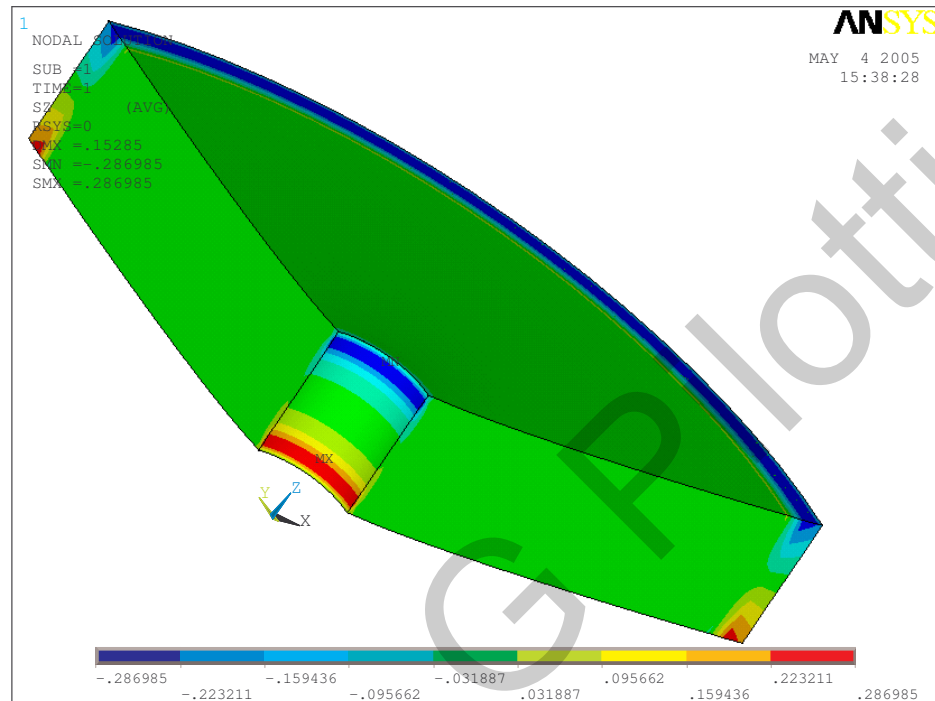


Fig. 4.45 Tensioni normali all'asse dell'inserto σ_z

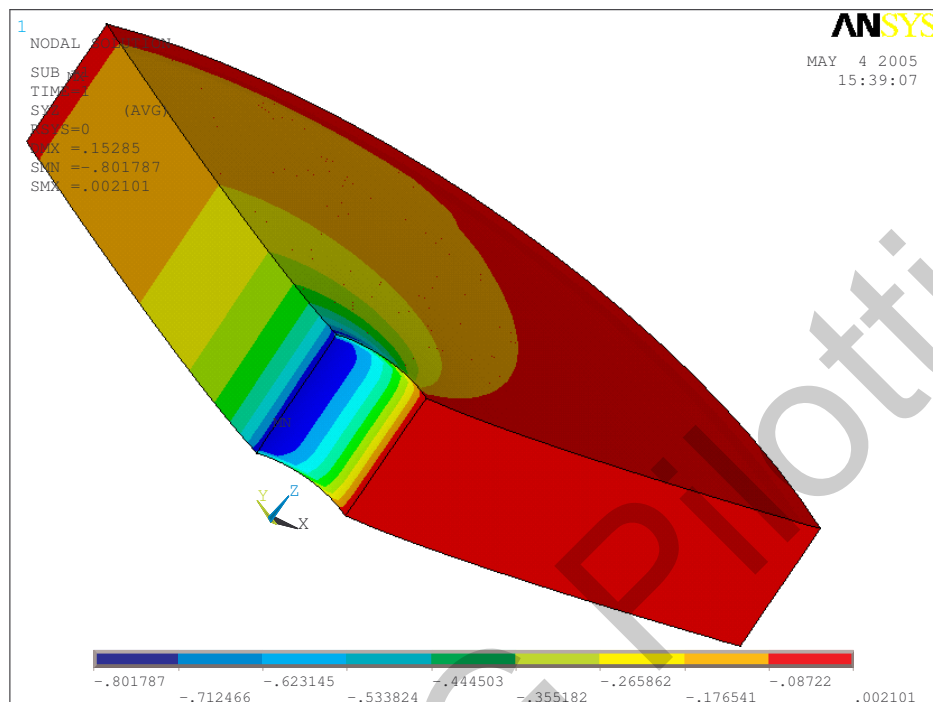


Fig. 4.46 Tensioni tangenziali τ_{yz} fuori dal piano trasversale

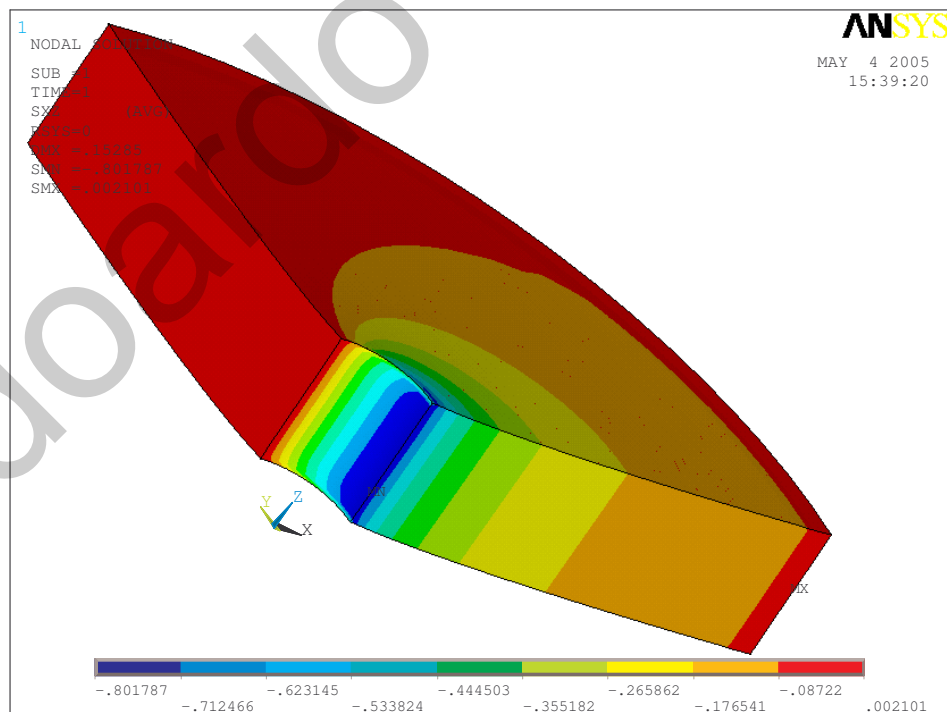


Fig. 4.47 Tensioni tangenziali τ_{xz} fuori dal piano trasversale

Le tensioni normali di rottura del core risultano essere $\sigma_{C \text{ crit } t}=3,36\text{MPa}$ e $\sigma_{C \text{ crit } c}=0,82\text{MPa}$ rispettivamente per la trazione e la compressione, quindi le tensioni ammissibili sono $\sigma_{\text{amm } t}=1,68\text{ MPa}$ e $\sigma_{\text{amm } c}=0,41\text{ MPa}$.

Poiché dalla figura 4.45 si nota che le tensioni sono comprese tra $\sigma_z=-0,286983\div 0,286983\text{MPa}$, ne consegue che $\sigma_{\text{amm } c} \leq \sigma_z \leq \sigma_{\text{amm } t}$. Poi, si considerano le tensioni tangenziali: poiché $\tau_{C \text{ crit }}=0,68\text{MPa}$ e, quindi, $\tau_{\text{amm }}=0,34\text{MPa}$, poiché nei disegni 4.46 e 4.47 si nota che $\tau_{\text{MAX}}=0.8\text{MPa}$, esiste una zona dell'honeycomb adiacente al potting che supera il valore massimo della tensione tangenziale ammissibile e questa zona viene rappresentata in fig. 4.46 per le sole tensioni τ_{xz} , analogamente per le tensioni τ_{yz} . Da quanto appena detto risulta che il provino analizzato non supera il criterio di rottura e la zona più sollecitata è quella dell'honeycomb in prossimità del potting come risulta dalla bibliografia³⁸: l'inserto per questa condizione di carico ($F_z=1000\text{N}$) non supera il criterio di rottura.

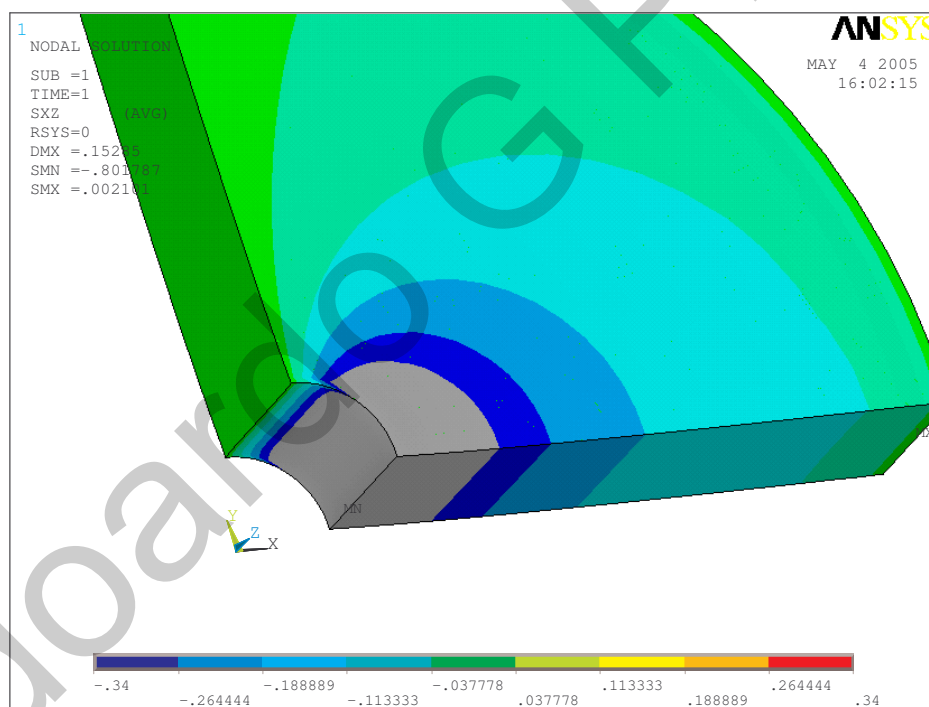


Fig. 4.48 Tensioni tangenziali τ_{xz} fino alla tensione ammissibile

Per le altre due tipologie d'inserto rappresentano in maniera schematica i risultati seguiti dalle rappresentazioni grafiche che dimostrano i valori ottenuti.

³⁸ Vedi cap.2 e manuale insert design handbook pag. 65

2. *inserto passante $h_c=10mm$*

Per questa seconda tipologia di inserti vale il medesimo procedimento, perciò si riportano solo i risultati numerici:

- Inserto e pelli: $\sigma_{eq}^{39}=49,976 \text{ MPa}$, $\sigma_{amm}=224 \text{ MPa}$
- Potting: $\sigma_{eq}^{40}=8 \text{ MPa}$, $\sigma_{amm}=30 \text{ MPa}$
- Honeycomb: $\sigma_z^{41}=0,25\text{MPa}$, $\sigma_{amm\ t}=1,68\text{MPa}$ $\sigma_{amm\ c}=0,41\text{MPa}$
 $\tau_{eq}^{42}=0,41\text{MPa}$, $\tau_{C\ crit}=0,68\text{MPa}$ $\tau_{amm}=0,34\text{MPa}$

poiché $\tau_{eq} > \tau_{amm}$ nell'honeycomb, allora, non è stato verificato il criterio della tensione massima e, quindi, l'intero provino raggiunge le condizioni di rottura per la condizione di carico $F_z=1000\text{N}$.

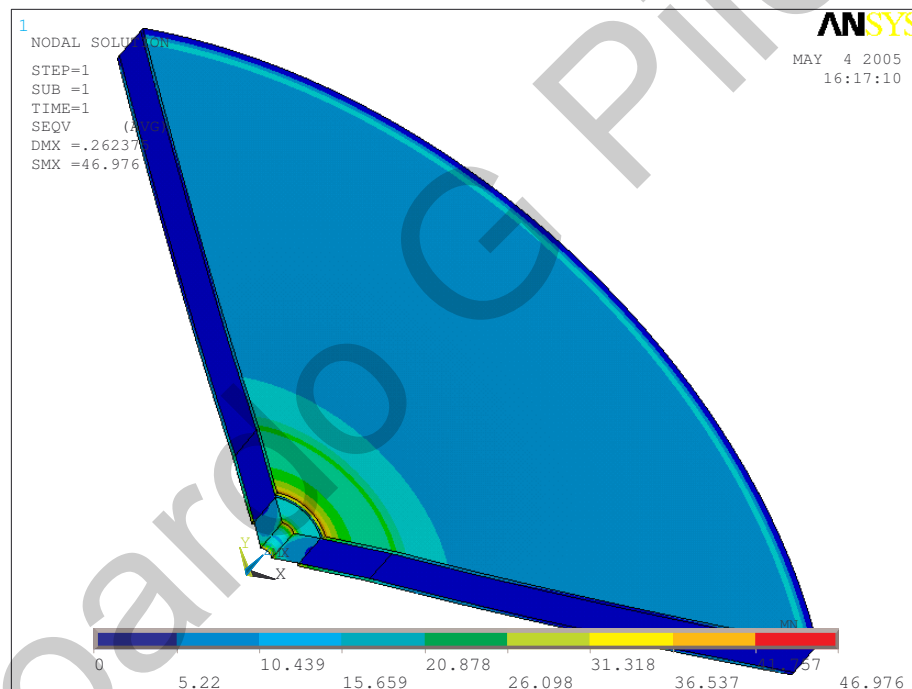


Fig. 4.49 Tensioni di von Mises

³⁹ Vedi fig. 4.49

⁴⁰ Vedi fig.4.50

⁴¹ Vedi fig. 4.51

⁴² Vedi fig. 4.52

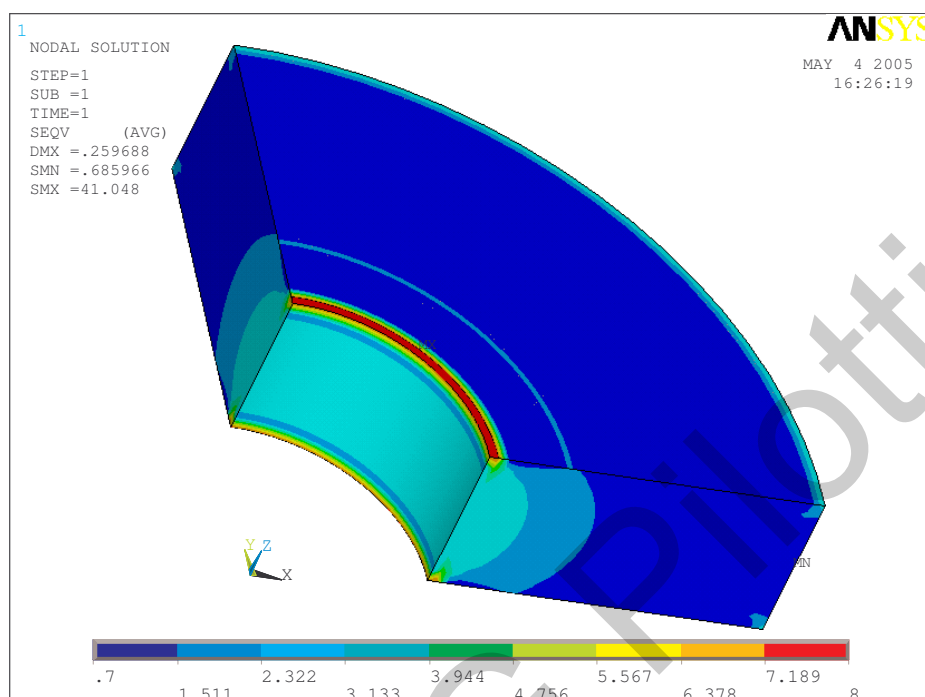


Fig. 4.50 Tensioni di von Mises nel potting

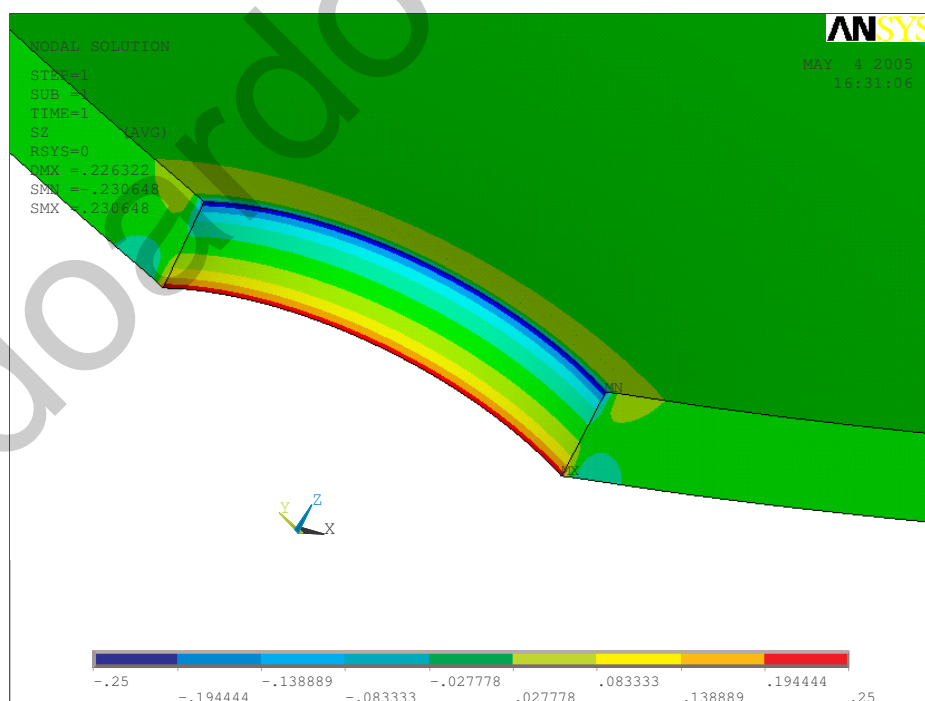


Fig. 4.51 Tensioni normali all'asse dell'inserto σ_z nell'honeycomb

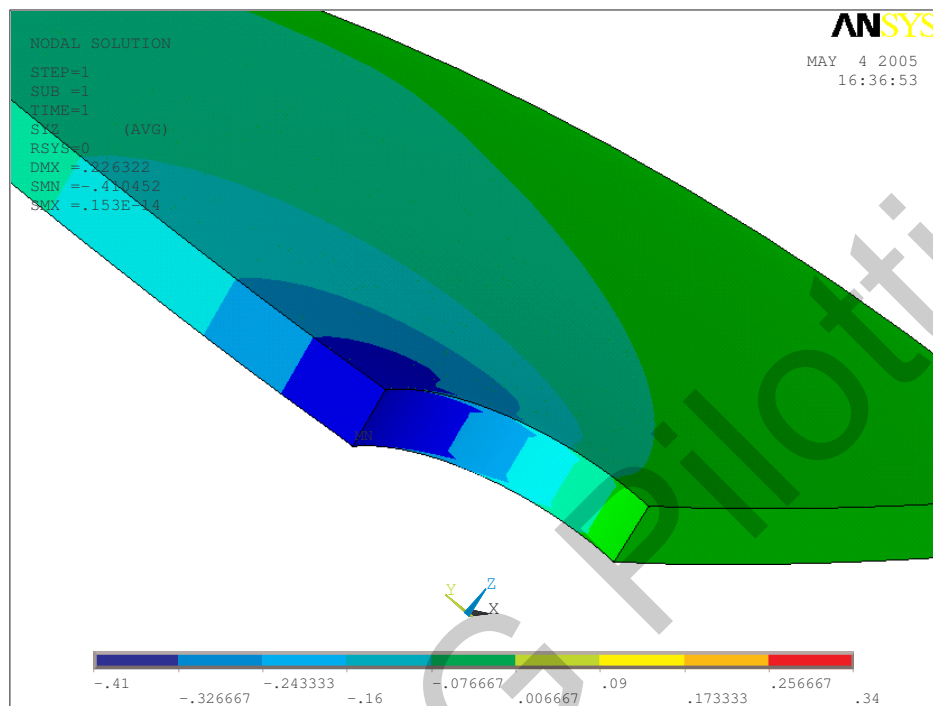


Fig. 4.52 Tensioni tangenziali τ_{yz}

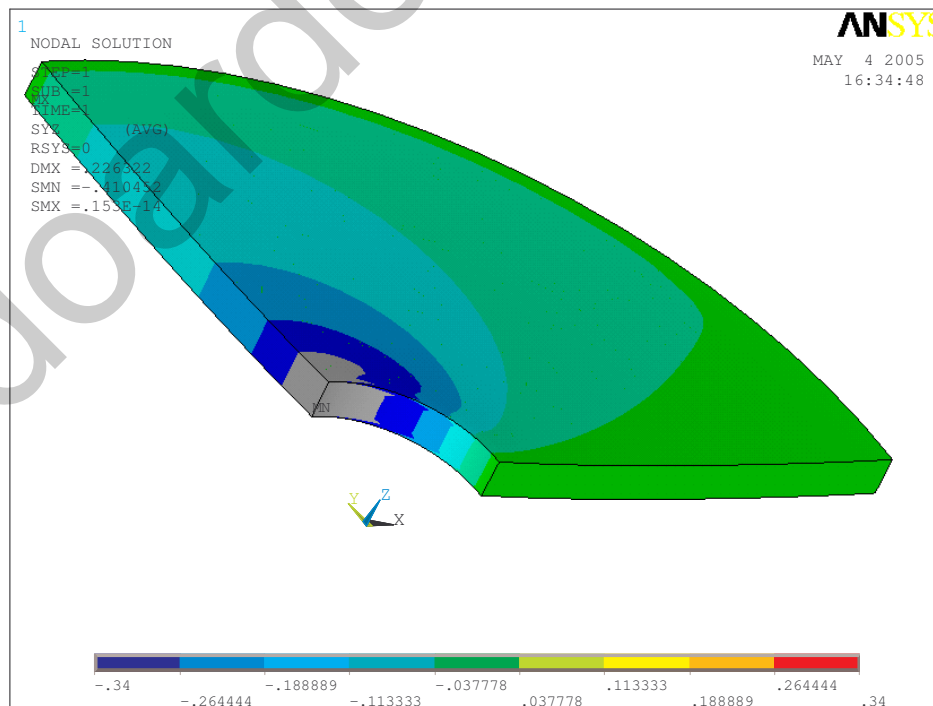


Fig. 4.53 Tensioni tangenziali τ_{xz} fino la tensione ammissibile

3. inserto fully potted

Di seguito sono forniti i valori numerici:

- Inserto e pelli: $\sigma_{eq}^{43}=49,56$ MPa, $\sigma_{amm}=224$ MPa
- Potting: $\sigma_{eq}^{44}=12$ MPa, $\sigma_{amm}=30$ MPa
- Honeycomb: $\sigma_z^{45}=0,5$ MPa, $\sigma_{amm t}=1,68$ MPa $\sigma_{amm c}=0,41$ MPa
 $\tau_{eq}^{46}=0,86$ MPa, $\tau_{C crit}=0,68$ MPa, $\tau_{amm}=0,34$ MPa

Anche in questo caso $\tau_{eq} > \tau_{amm}$ e, quindi, non è stato verificato il criterio della tensione massima all'interno dell'honeycomb: il provino raggiunge le condizioni di rottura per questa condizione di carico ($F_z=1000$ N).

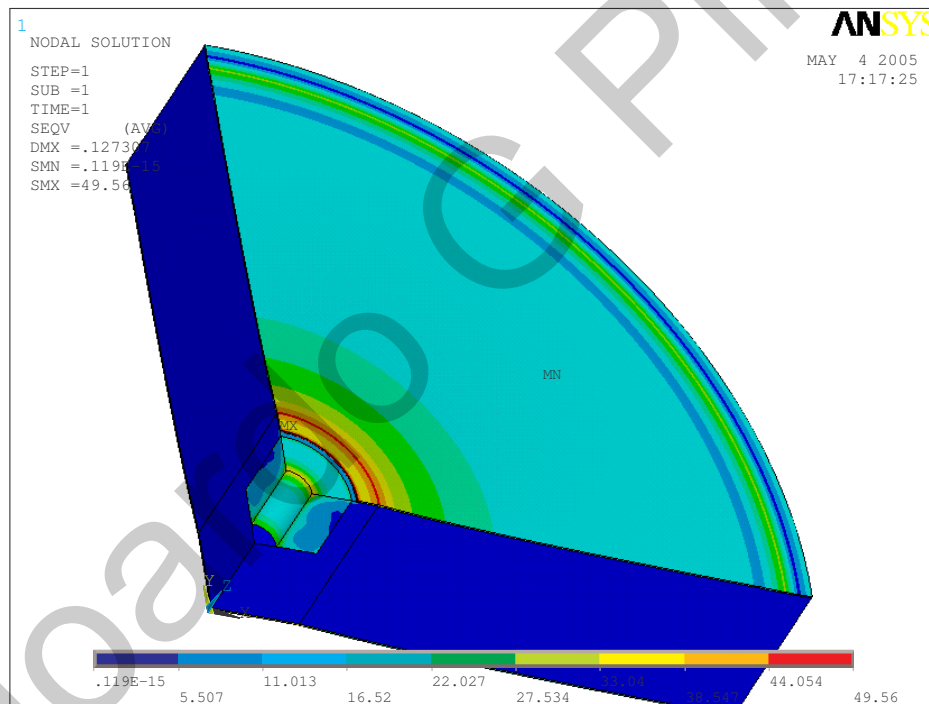


Fig. 4.54 Tensioni di von Mises

⁴³ Vedi fig. 4.54

⁴⁴ Vedi fig.4.55

⁴⁵ Vedi fig. 4.56

⁴⁶ Vedi fig. 4.57

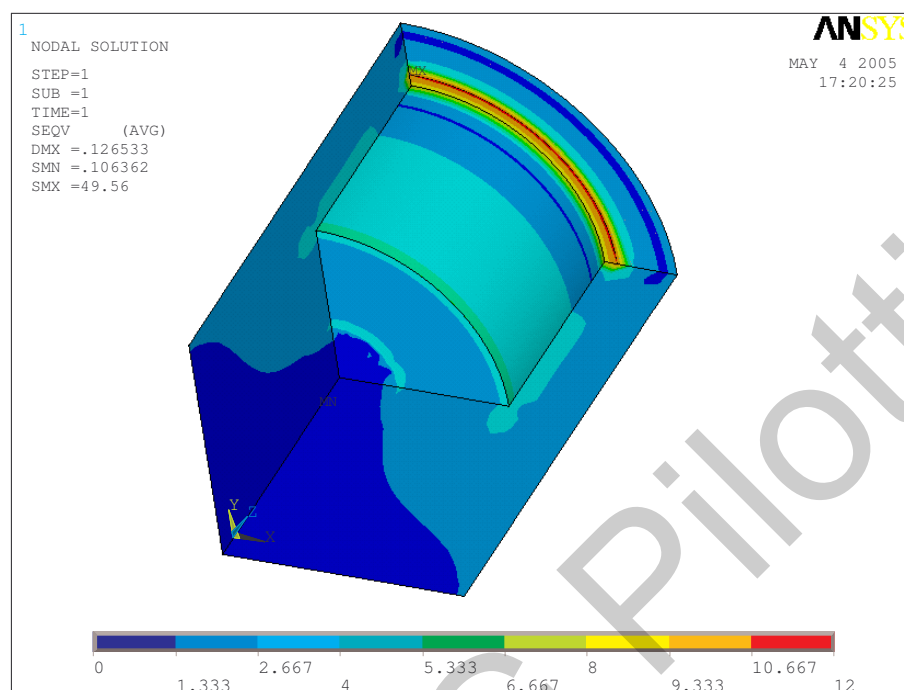


Fig. 4.55 Tensioni di von Mises nel potting

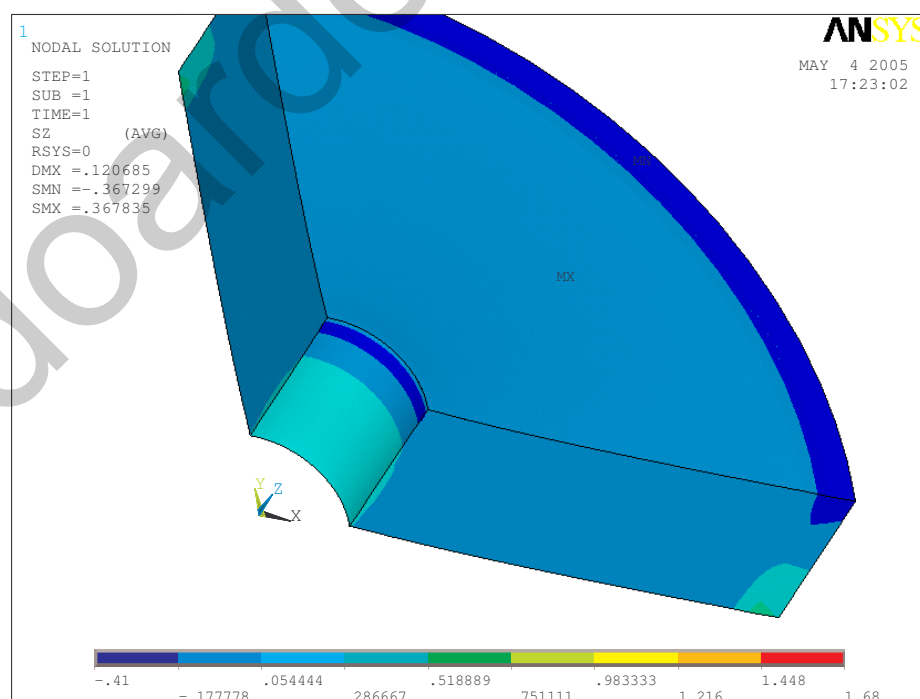


Fig. 4.56 Tensioni normali all'asse dell'inserto σ_z nell'honeycomb

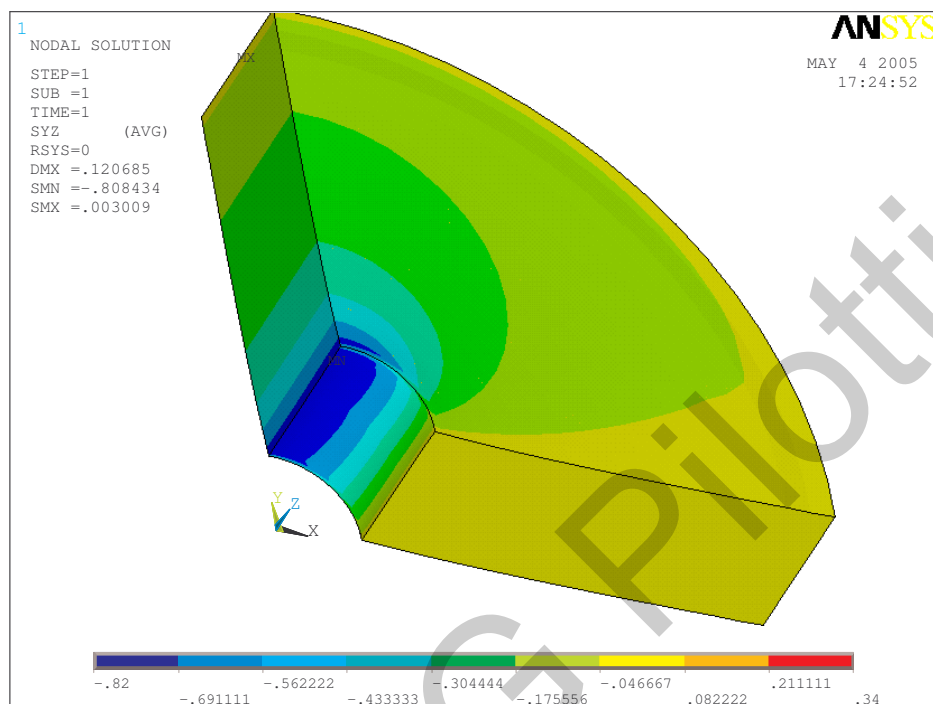


Fig. 4.57 Tensioni tangenziali τ_{yz}

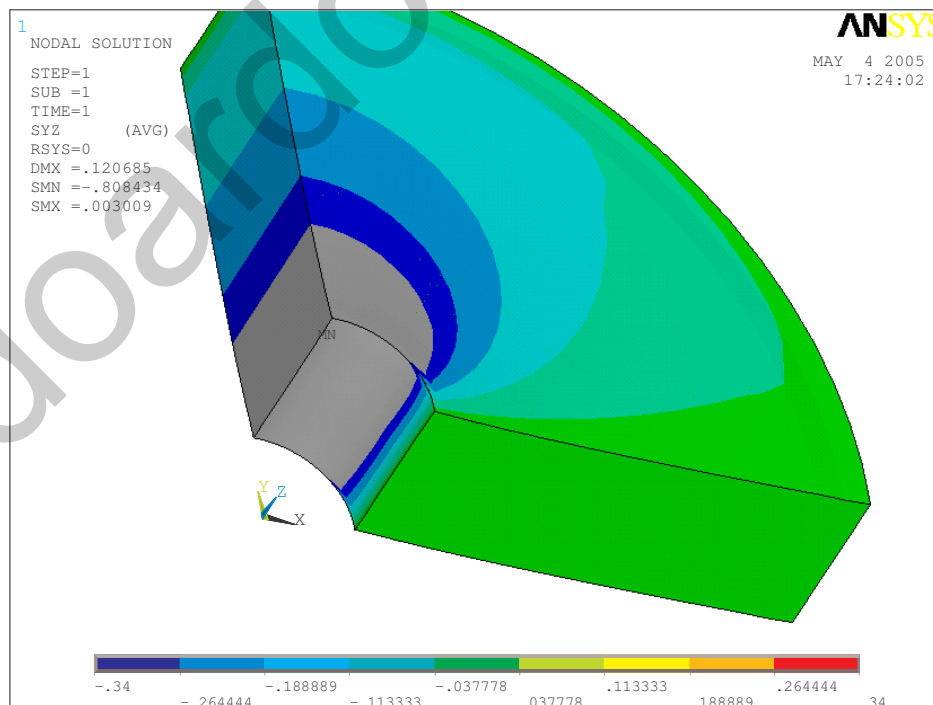


Fig. 4.58 Tensioni tangenziali τ_{xz} fino al valore della tensione ammissibile

Tutte e tre le tipologie di inserti hanno raggiunto la condizione di rottura nella zona dell'honeycomb per un carico di 1000N, quindi per restare in campo elastico lineare occorre diminuire il carico, e, visto che il rapporto $\tau_{eq}/\tau_{amm} \approx 2$, dimezzando il carico, il provino dovrebbe rimanere in campo elastico lineare⁴⁷ senza superare la deformazione di $\varepsilon=0,2\%$ (snervamento).

⁴⁷ In questo caso non possiamo dire nulla riguardo la rottura del provino perché non sono stati considerati né gli effetti dovuti alla plasticità né quelli dovuti alle grandi deformazioni

Cap.5 Dimensionamento degli inserti

5.1 Modelli preliminari

I modelli analizzati in questo capitolo sono simili a quelli studiati in precedenza ma rispecchiano la forma definita nel manuale⁴⁸. Le tipologie degli inserti analizzati hanno una geometria con orletti, usata in ambito commerciale, infatti, essi garantiscono l'adesione del potting con l'inserto facendolo lavorare meglio a taglio rispetto alla configurazione in cui sono assenti. Le pelli sono state modellate in alluminio: esiste una formula di ragguglio per passare da pelli in materiale composito tessuto a pelli in alluminio Al 2024 equivalente⁴⁹. Per il potting è stata scelta la resina commerciale XD4601⁵⁰, per l'inserto si fa riferimento alla lega di alluminio Al2024. Per il core il discorso è diverso: il manuale fornisce solo i dati dei moduli tangenziali dell'honeycomb nel piano LT e WT⁵¹, mentre non si hanno dati per la schiuma. Il problema della reperibilità delle caratteristiche ortotrope dell'honeycomb ha portato ad effettuare analisi mirate a ottenere i valori omogeneizzati di tali caratteristiche, ma poiché i valori trovati hanno una certa incertezza⁵², si è fatta un'analisi di sensibilità per osservare l'influenza di ciascun modulo elastico sulla rigidità del modello. Le grandezze di maggior influenza, come si è dimostrato, sono i moduli forniti dal manuale⁵³: i moduli tangenziali G_L e G_W . Le tipologie di core prese in esame sono tre: alluminio, nomex e schiuma, mentre la tipologia d'inserto è quella fully potted perché l'altezza dell'honeycomb preso in esame ($h_c=15\text{mm}$) ha impedito di studiare un inserto partially potted: il manuale collega il valore di tale altezza con quella dell'inserto secondo la relazione $h_c = h_i + 7$ dove h_c è l'altezza del core mentre h_i è quella dell'inserto, ma poiché le altezze dell'inserto prese in esame sono 9 mm, 11 mm e 15 mm, questo tipo di inserti non può che essere fully potted: per studiare un inserto partially potted si deve aumentare lo spessore dell'honeycomb.

⁴⁸ Vedi appendice C del manuale ESA

⁴⁹ Vedi pag. 78

⁵⁰ Nel manuale si fa riferimento alla resina Lekuterm X700, ma poiché i dati di riferimento sul manuale non sono completi, e data l'irreperibilità di una resina ad oggi obsoleta perché il manuale è datato 1987 è stata presa come questa le cui caratteristiche sono molto simili a quelle disponibili per la Lekuterm X700

⁵¹ T è la direzione ortogonale al pannello sandwich mentre L e W sono le direzioni nel piano secondo lo schema in fig.2.2

⁵² I risultati ottenuti vanno validati sperimentalmente

⁵³ Questi valori per queste ed altre tipologie di honeycomb sono fornite da EXCEL s.p.a.

I modelli presi in esame sono quelli già trattati:

- Assialsimmetrico
- 3D
- Full 3D

Nelle figure 5.1, 5.2 e 5.3 vengono rappresentati i modelli FEM delle tre tipologie già descritte in precedenza.



Fig. 5.1 modello assialsimmetrico

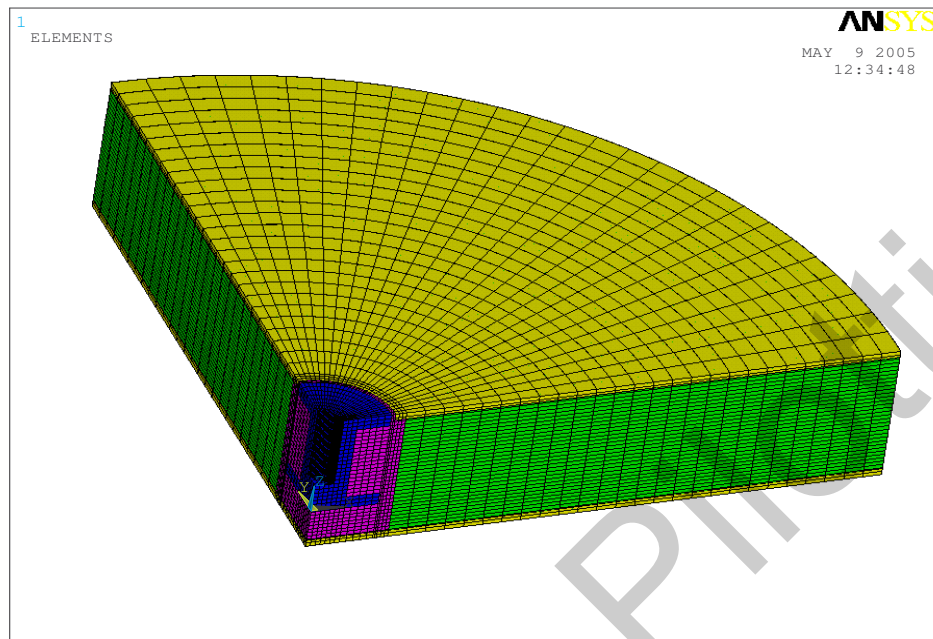


Fig. 5.2 modello 3D

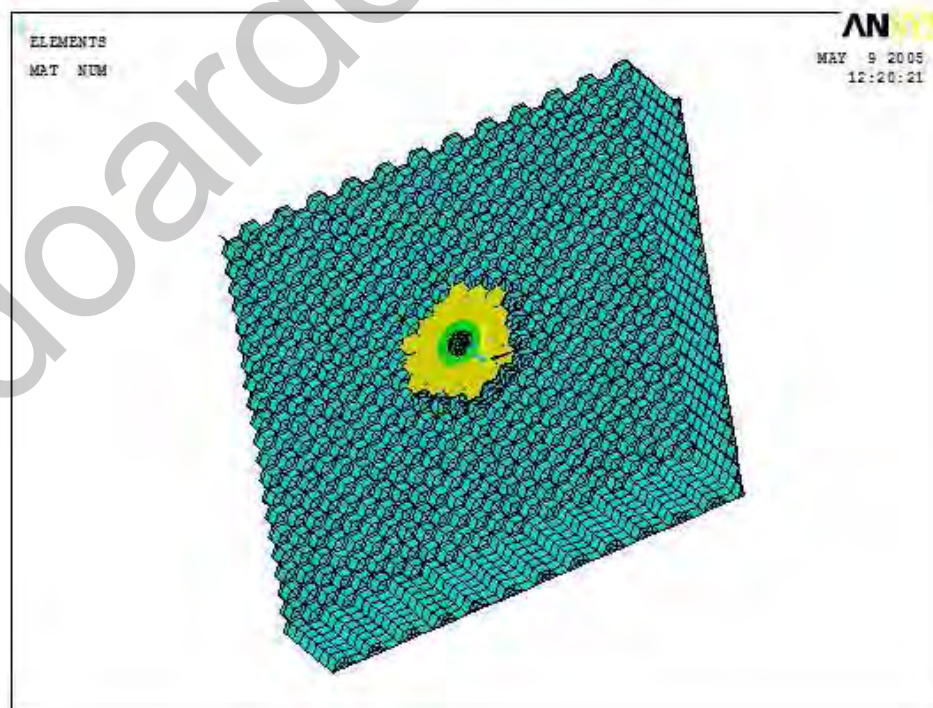


Fig. 5.3 modello full 3D

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

Prima di procedere con le analisi si vogliono evidenziare le caratteristiche geometriche e meccaniche delle parti che formano l'inserto. Le tabelle 5.1÷5.4 riassumono le caratteristiche geometriche e meccaniche dei provini analizzati.

Tipologia di sandwich: ordinaria	
Lamine: Alluminio Al 2024 N° di strati: 1	
	$t = 0.8 \text{ mm}$ $E = 70000 \text{ MPa}$ $\nu = 0.3$ $\sigma_R = 448 \text{ MPa}$
Inserto: Alluminio Al 2024	
	$d = 14 \text{ mm}$ $E = 70000 \text{ MPa}$ $\nu = 0.3$ $\sigma_R = 448 \text{ MPa}$
Potting: XD4601 Altezza=15mm	
	$E = 2910 \text{ MPa}$ $\nu = 0,3$ $G = 1030 \text{ MPa}$ $\sigma_{crit} = 57,6 \text{ MPa}$ $\tau_{crit} = 42,3 \text{ MPa}$
Adesivo: Film	
	$\sigma_R = 53 \text{ MPa}$ $\tau_R = 27 \text{ MPa}$

Tab. 5.1 Caratteristiche meccaniche di inserto, pelli e potting

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

Tipologia di sandwich: ordinaria				
Honeycomb:				
Alluminio	1/8-5056-0.001			
Spessore fogli	t_0	=		0.0254 mm
	E_{11}	=		2125 MPa
	E_{22}	=		10 MPa
	E_{33}	=		10 MPa
	ν_{12}	=		0,47
	ν_{13}	=		0,005
	ν_{23}	=		0,005
	G_{12}	=		1,5 MPa
	G_{13}	=		365 MPa
	G_{23}	=		290 MPa
	$\sigma_{crit\ T}$	=		7,60 MPa
	$\sigma_{crit\ C}$	=		3,44 MPa
	$\tau_{L\ crit}$	=		2,41 MPa
	$\tau_{W\ crit}$	=		1,41 MPa
Geometria:				
Altezza core	$h_c=h_p$	=	15	mm
Altezza inserto	h_i	=	9 -12 - 15	mm
Dimensioni radiali	R	=	60	mm
Raggio di potting	b_p	=	8,66	mm
Raggio inserto	$b_{i\ MAX}$	=	7	mm
Raggio inserto	$b_{i\ min}$	=	3,5	mm
Foro	b	=	2	mm
Spessore pelli	f	=	0,2	mm

Tab. 5.2 Caratteristiche meccaniche dell'honeycomb in alluminio⁵⁴ e geometria del modello

⁵⁴ I valori dell'honeycomb in alluminio sono stati estratti da uno studio effettuato da M. Quaresimin e D. Angeli in cui sono state trovate tutte le caratteristiche ortotrope del materiale anche se non si conosce lo spessore effettivo dei fogli

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

Tipologia di sandwich: ordinaria			
Honeycomb:			
Nomex	HRH 10-1/8-3.0	Altezza=15mm	
		$E_1=$	5MPa
		$E_2=$	5MPa
		$E_3=$	138MPa
		$\nu=$	0,2
		$G_{12}=$	5MPa
		$G_{13}=$	40MPa
		$G_{23}=$	25MPa
		$\sigma_3=$	2,4MPa
		$\tau_{13}=$	1,25MPa
		$\tau_{23}=$	0,73MPa
Geometria:			
	Altezza core	$h_c=h_p=$	15 mm
	Altezza inserto	$h_i=$	9 -12 - 15 mm
	Dimensioni radiali	$R=$	60 mm
	Raggio di potting	$b_p=$	8,54 mm
	Raggio inserto	$b_{i\text{ MAX}}=$	7 mm
	Raggio inserto	$b_{i\text{ min}}=$	3,5 mm
	Foro	$b=$	2 mm
	Spessore pelli	$f=$	0,8 mm

Tab. 5.3 Caratteristiche meccaniche dell'honeycomb in nomex⁵⁵ e geometria del modello

Tipologia di sandwich: ordinaria			
Core:			
Schiuma	Rohacell 110WF	Altezza=15mm	
		$E=$	180 MPa
		$\nu=$	0,268
		$G=$	70 MPa
		$\sigma_{crit\ t}=$	3,7 MPa
		$\sigma_{crit\ c}=$	3,6 MPa
		$\tau_{crit}=$	2,4 MPa
Geometria:			
	Altezza core	$h_c=h_p=$	15 mm
	Altezza inserto	$h_i=$	9 -12 - 15 mm
	Dimensioni radiali	$R=$	60 mm
	Raggio di potting	$b_p=$	8,54 mm
	Raggio inserto	$b_{i\text{ MAX}}=$	7 mm
	Raggio inserto	$b_{i\text{ min}}=$	3,5 mm
	Foro	$b=$	2 mm
	Spessore pelli	$f=$	0,8 mm

Tab. 5.4 Caratteristiche meccaniche core in schiuma e geometria del modello

⁵⁵ Questi valori sono stati estratti dalla tesi di D. Galante

5.2 Analisi Honeycomb⁵⁶

In questo paragrafo vengono presentate le analisi effettuate per trovare le caratteristiche ortotrope del nido d'ape. I modelli adottati si basano sulla modellazione shell adottando un provino di spessore 15 mm con lato di circa 25 mm. Le dimensioni del provino non devono essere troppo elevate per non rischiare di ottenere una discretizzazione troppo rada che renda poco efficace la modellazione. Per ottenere le caratteristiche omogeneizzate del materiale si è proceduto a imporre il campo di spostamenti coerente con i risultati che si volevano raggiungere. Le figure 5.1 e 5.2 mostrano la modellazione geometrica dell'honeycomb:

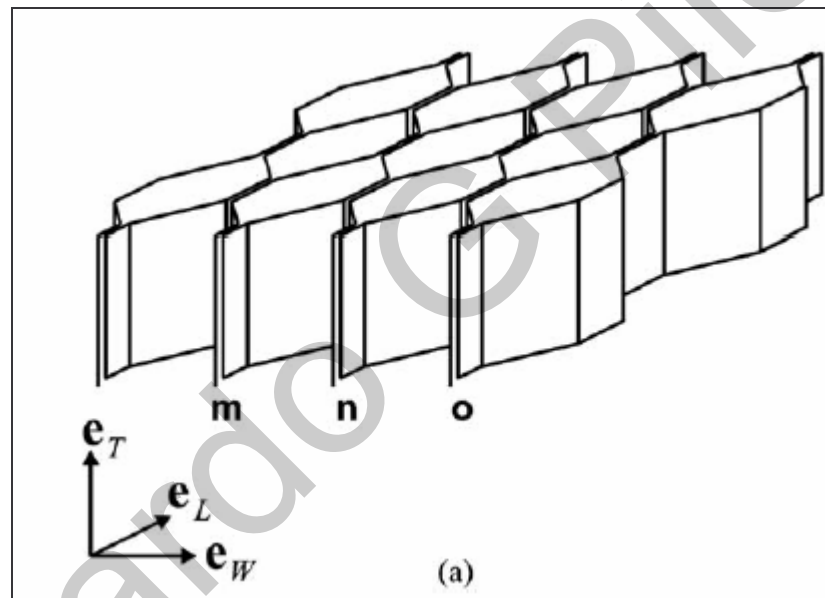


Fig 5.4 honeycomb a celle esagonali

⁵⁶ Lo studio effettuato è stato preso come spunto da analisi fatte da D.Mohr e M. Doyoyo, e da X. F. Xu e P. Qiao. Vedi bibliografia

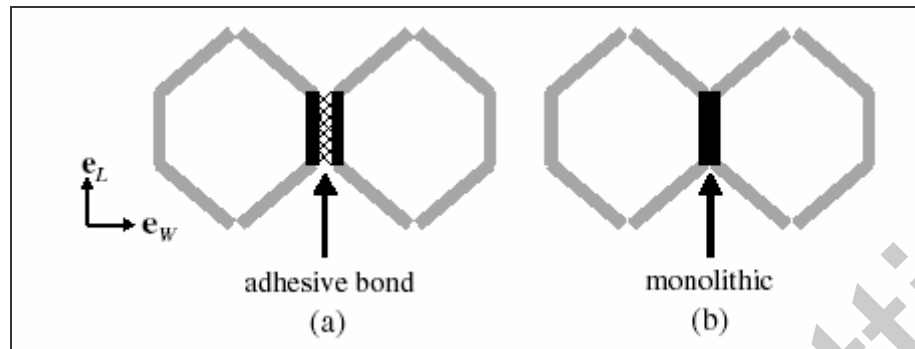


Fig 5.5 a) honeycomb reale b) honeycomb modellato nel FEM

Nella figura 5.4 si osservano le tre direzioni principali L, W e T secondo cui vengono calcolate le caratteristiche omogenee del materiale, mentre nella figura 5.5 si osserva l'approssimazione che si effettua nella modellazione: le parti a doppia parete, incollate tra loro, vengono considerate come un unico elemento di spessore doppio senza considerare l'effetto dell'adesivo interposto. Questa semplificazione serve per evitare una complicazione strutturale notevole se si volesse modellare anche l'adesivo. Le prove numeriche sono state effettuate per ottenere degli ordini di grandezza, quindi le analisi effettuate sono state di tipo elastico-lineare senza tenere in considerazione l'effetto delle grandi deformazioni che producono risultati più coerenti con il fenomeno che si sta analizzando e, quindi, più realistici, ma ciò comporta dover aumentare notevolmente i tempi di calcolo per studiare un componente di cui si dovrebbero già conoscere le proprietà, distogliendo così lo sguardo dall'obiettivo finale, e tenendo presente che non tutte le caratteristiche omogenee dell'honeycomb influenzano i risultati finali come si è riscontrato (vedi paragrafo 5.3), oltre il fatto che, non è stata rintracciata in letteratura una geometria con cui confrontare tutte le caratteristiche ortotrope del materiale⁵⁷. Un raffinamento delle grandezze di maggior interesse va fatta effettuando analisi che tengano conto sia degli effetti della non linearità geometrica che di quella del materiale.

⁵⁷ Nel manuale insert design handbook e nel sito della EXCEL sono fornite le geometrie degli honeycomb ma solo le caratteristiche G_{Lc} e G_{Wc} , che come, però, sono quelle di maggiore interesse

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

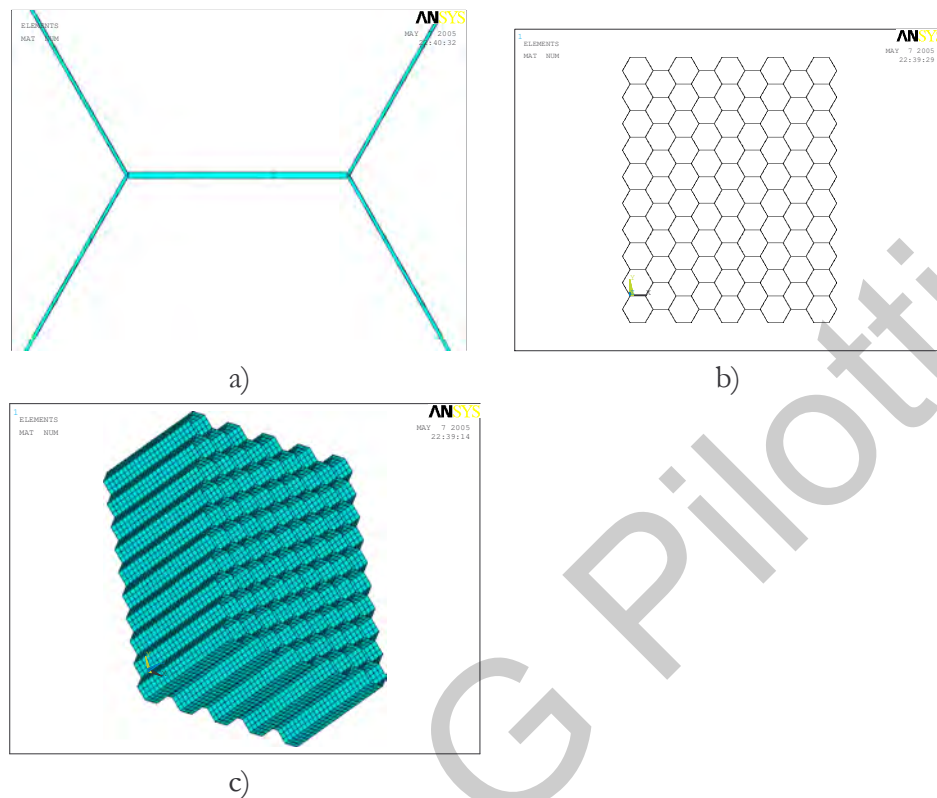


Fig 5.6 a) cella elementare b) honeycomb, vista in pianta c) honeycomb, vista assonometria

Nella tabella 5.5 rappresentiamo dapprima le componenti di spostamento nelle sei facce dell'honeycomb omogeneizzato come un parallelepipedo e, poi, i corrispondenti valori delle proprietà meccaniche ortotrope.

Dimensioni geometriche	Spostamento [mm]	E_{LL} [MPa]	E_{WW} [MPa]	E_{TT} [MPa]	G_{LW} [MPa]	G_{LT} [MPa]	G_{WT} [MPa]	ν_{LW}	ν_{LT}	ν_{WT}
$W=25,76$ mm										
$L=32$ mm										
$T=15$ mm										
superfici										
LT	$\Delta L=0,25876$	0,812								
WT	$\Delta W=0,32$		0,687							
LW	$\Delta T=0,15$			1530						
LT	$\Delta L=0,256$							0,3048		
LT	$\Delta L=0,32$								0,16	
WT	$\Delta W=0,286$									0,1667
LT	$\Delta W=0,25865$				0,202					
LW	$\Delta L=0,15$					269				
LW	$\Delta W=0,15$						201			
Valori sperimentali:						483	193			

Tab 5.5 Caratteristiche meccaniche omogeneizzate: honeycomb in alluminio 1/8-5056-0.001

5.3 Analisi di sensibilità

I valori ottenuti dal calcolo FEM delle caratteristiche omogenee degli honeycomb non sono perfettamente affidabili perché non sono validati da prove sperimentali. In questo paragrafo si vuole mettere in evidenza quali tra le caratteristiche ortotrope fanno variare maggiormente la rigidità del provino. Questa analisi è stata condotta sul modello assialsimmetrico (fig. 5.7), sottoposto alle stesse condizioni di carico e di vincolo. La scelta è ricaduta su questo modello per la sua rapidità di generazione e di calcolo, nonché per la precisione dei risultati ottenuti, anche se a scapito di dover considerare un solo valore della tensione tangenziale (quello del piano della sezione).



Fig 5.7 modello assialsimmetrico

In figura 5.7 si può osservare il modello FEM discretizzato su cui sono state effettuate le analisi, potendovi individuare i diversi materiali, il tipo di sollecitazione (pull-out) e di vincolo (cerniere). Sul modello analizzato è stata cambiata di volta in volta una caratteristica meccanica omogeneizzata sul piano trasversale o fuori dal piano trasversale per osservare l'influenza di questo cambiamento sulla rigidità complessiva del provino; poiché le sollecitazioni a cui è sottoposto il provino sono le stesse per le diverse analisi, essa comporta variazioni della rigidità che possono essere misurate in

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

termini di spostamento massimo agente sull'inserto: infatti, il carico rimane immutato. Lo spostamento massimo per l'honeycomb in alluminio le cui caratteristiche sono elencate in tab. 5.2 vale $U_y=0,1594595$ mm, mentre nella tabella 5.6 sono stati elencati gli spostamenti massimi ottenuti dalla variazione delle caratteristiche omogeneizzate del nido d'ape e, inoltre, gli scostamenti percentuali dal valore di riferimento calcolato per il provino iniziale.

Modello	E ₁₁ [MPa]	E ₂₂ [MPa]	E ₃₃ [MPa]	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}	G ₁₂ [MPa]	G ₁₃ [MPa]	G ₂₃ [MPa]	Spost. [mm]	Errore relativo
iniziale	2125	10	10	0,47	0,005	0,005	1,5	365	290	0,154595	
Modello1	21250									0,153484	-7,187%
Modello2	212,5									0,160341	3,717%
Modello3		100	100							0,154398	-0,127%
Modello4		1	1							0,15462	0,162%
Modello5				0,05	0,05					0,154112	-0,312%
Modello6				0,0005	0,0005					0,154592	-0,002%
Modello7						0,047				0,154605	0,007
Modello8							15			0,154398	0,127%
Modello9							0,15			0,154398	0,127%
Modello10 ⁵⁸									2900	0,154595	0
Modello11 ⁵⁹									29	0,154595	0
Modello12								3650		0,05622	63,634%
Modello13								36,5		1,017	-557,85%

Tab. 5.6 Spostamenti massimi ottenuti dalla variazione delle caratteristiche dei materiali

Dalla tabella 5.6 si osserva che le grandezze di maggiore influenza sono i moduli tangenziali ortogonali al piano trasversale del pannello. In realtà, utilizzando il modello assialsimmetrico, la sensibilità si verifica solo su uno dei due moduli, ma invertendo gli assi L e W nel piano di riferimento XY in cui avviene la rappresentazione, si ottiene l'influenza dall'altro modulo: entrambi influenzano la rigidezza in maniera maggiore rispetto agli altri.

Nella ricerca delle caratteristiche dell'honeycomb basta conoscere con esattezza solo queste due caratteristiche, che sono le uniche riportate sia nel manuale sugli inserti⁶⁰ che nei listini dei fornitori⁶¹. Le altre caratteristiche possono essere ricavate da analisi FEM senza inficiare i risultati (per E_T si dovrebbe fare attenzione).

⁵⁸ Questa grandezza non influenza questo modello solo perché il modello è piano ed essa non viene considerata, infatti considerando un altro modello piano riferito al piano 1-2, non produrrà effetti per la grandezza G_{13} perché non verrebbe considerata nella modellazione, e quindi non influenza i risultati

⁵⁹ Idem

⁶⁰ Insert design handbook pag.28-29

⁶¹ Vedi www.Excel.com

5.4 Analisi dei modelli

In questo capitolo si è procede ad analizzare i modelli dettagliatamente. Le analisi riguardano diversi aspetti:

- Confronto tra le diverse tipologie di modellazione: assialsimmetrico, 3D e full 3D
- Sensibilità alle tipologie di core: alluminio, nomex e schiuma
- Influenza dell' altezza dell'inserto
- Influenza del diametro dell'inserto

5.4.1 Tipologie di modellazione

In primis, si vuole confrontare la rigidezza dei diversi modelli per capire se effettivamente i risultati ottenuti sono confrontabili tra loro. Poiché la sollecitazione rimane la stessa, la rigidezza dipende esclusivamente dallo spostamento, i cui valori per i diversi modelli sono riassunti in tab. 5.7.

Inserto fully potted			
	Plate assialsimmetrico	$(G_{xy} = \frac{G_L + G_W}{2} = 336 \text{ MPa})$	$U_{Z \text{ MAX}} = 0,163163 \text{ mm}$
	Plate assialsimmetrico	$(G_{xy} = G_L = 483 \text{ MPa})$	$U_{Z \text{ MAX}} = 0,128237 \text{ mm}$
	Plate assialsimmetrico	$(G_{xy} = G_W = 193 \text{ MPa})$	$U_{Z \text{ MAX}} = 0,248862 \text{ mm}$
	Full 3D	$U_{Z \text{ MAX}} =$	$U_{Z \text{ MAX}} = 0,171672 \text{ mm}$
	Shell	$U_{Z \text{ MAX}} =$	$U_{Z \text{ MAX}} = 0,127672 \text{ mm}$

Tab. 5.7 spostamenti massimi ottenuti dalle tre diverse rappresentazioni

Dalla tabella si può notare che per confrontare quantitativamente il modello assialsimmetrico con quello 3D si deve ammettere per il primo un valore del modulo tangenziale nel piano di modellazione uguale alla media di quelli

omogeneizzati fuori dal piano trasversale. L'effetto della modellazione delle singole celle dell'honeycomb provoca, invece, una riduzione dello spostamento massimo: è come se il materiale si irrigidisse costantemente al livello del modulo tangenziale massimo, infatti, il modello assialsimmetrico è confrontabile con quello full 3D se si considera il modulo tangenziale pari a quello massimo⁶², provocando così una riduzione dello spostamento massimo. I modelli assialsimmetrico e 3D sono confrontabili anche da un punto di vista tensionale perché le caratteristiche geometriche e dei materiali sono analoghe, il modello full 3D, invece, mostra lo stato tensionale locale delle singole cellette. La non omogeneità del materiale comporta che la zona dove è presente deve sopportare le sollecitazioni anche per la parte di materiale non c'è (esso produce effetti equivalenti al materiale omogeneizzato). In questo caso, però, le tensioni, localizzate sulle facce delle celle, sono molto maggiori di quelle calcolate sul materiale omogeneo, inoltre, i singoli fogli (che formano l'honeycomb) sono molto più resistenti del materiale equivalente omogeneo - ortotropo (le tensioni di rottura sono molto diverse, dunque se viene sollecitato da uno stesso carico si avranno le stesse proporzioni tensionali rispetto a quelle critiche sui due modelli equivalenti) e, proprio per questo, le tensioni locali sulle facce delle cellette sono maggiori di quelle agenti sul materiale omogeneizzato. Poiché la rigidezza del modello assialsimmetrico con modulo tangenziale pari a quello massimo si avvicina molto al modello full 3D ci fa concludere che è quest'ultimo a influenzare la rigidezza del sistema e, di conseguenza, il campo di spostamenti. Nelle figure 5.8-5.9 si mostrano gli andamenti delle tensioni normali e tangenziali del modello assialsimmetrico (per $G=483\text{MPa}$ e per $G=336\text{MPa}$) e di quello 3D.

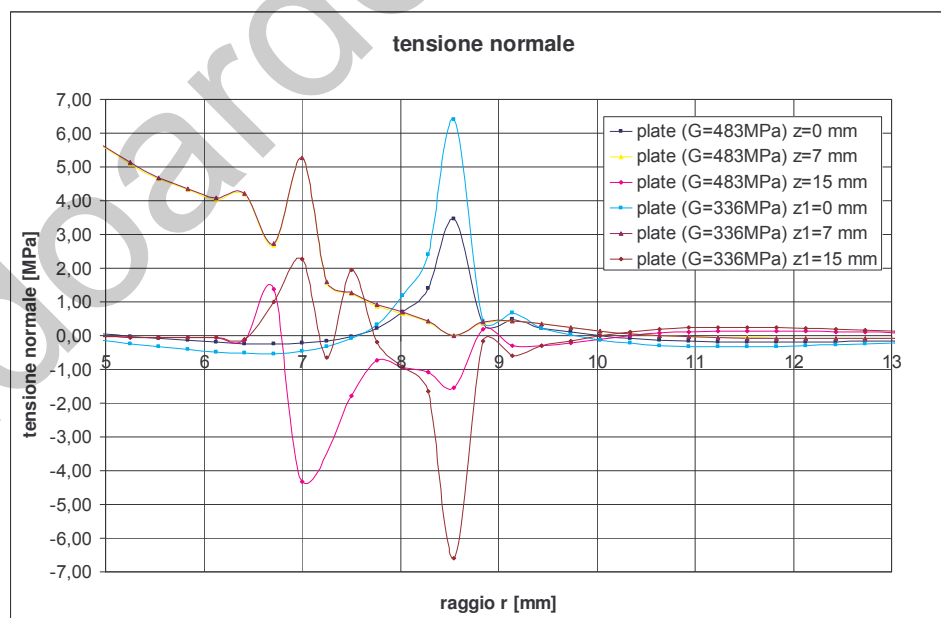


Fig. 5.8 tensioni normali, modello assialsimmetrico

⁶² Nel modello assialsimmetrico un solo modulo influenza i risultati

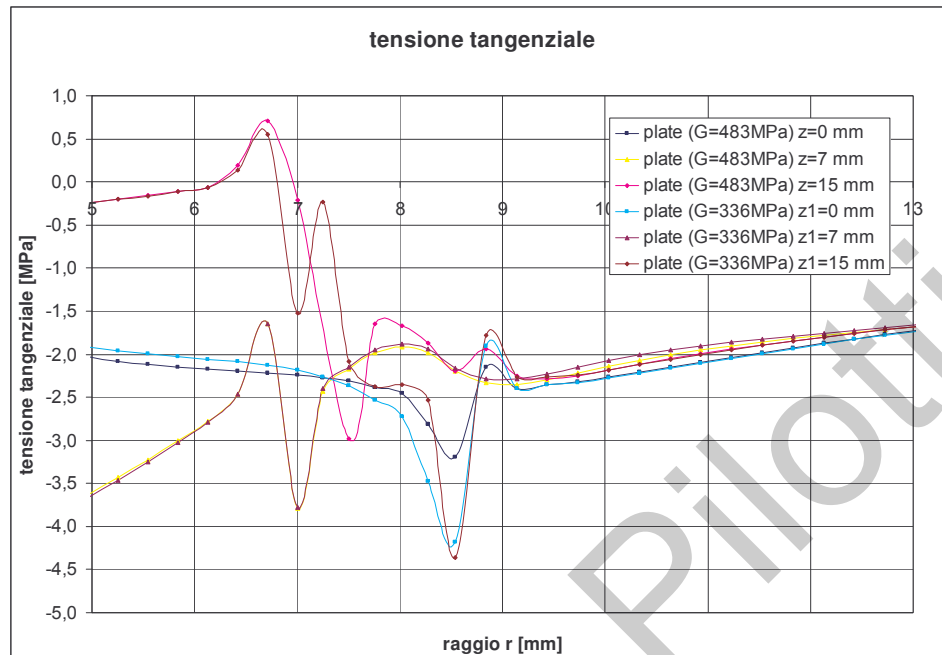


Fig. 5.9 tensioni tangenziali, modello assialsimmetrico

Nelle due figure precedenti (fig. 5.8 – 5.9) si può osservare che la variazione del modulo tangenziale porta un aumento delle sole tensioni normali, infatti, poiché l'honeycomb reagisce meno con un modulo tangenziale inferiore, sono le pelli a sopportare questa riduzione della capacità di carico, le tensioni tangenziali, invece non sembrano essere influenzate notevolmente da questa riduzione, soprattutto nella parte centrale dove si hanno le maggiori distribuzioni di tensione.

Dal confronto dei tre diversi modelli si ottengono i seguenti diagrammi delle tensioni sulla pelle inferiore (fig. 5.10 – 5.11):

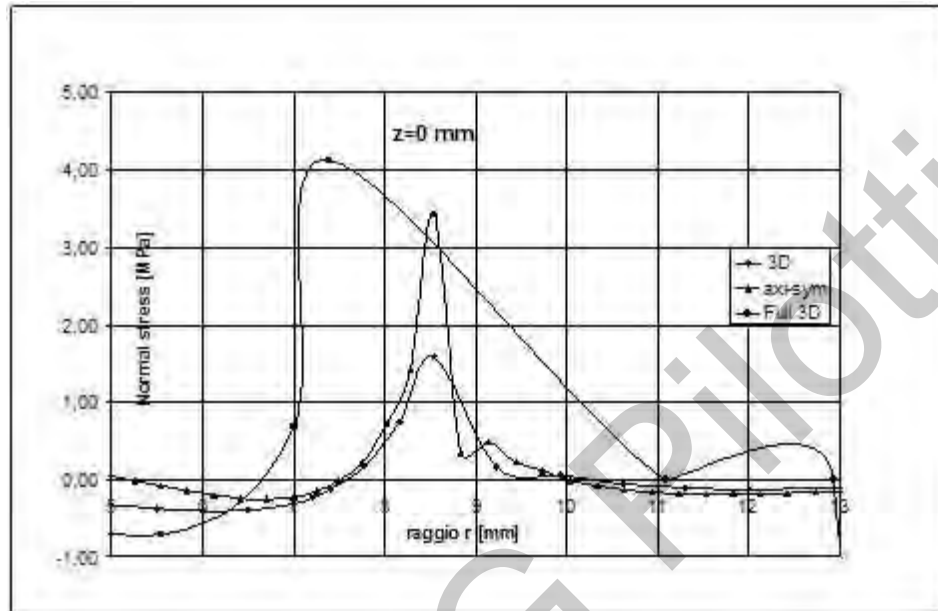


Fig. 5.10 Tensioni normali tra i diversi modelli a confronto alla quota z=0 mm

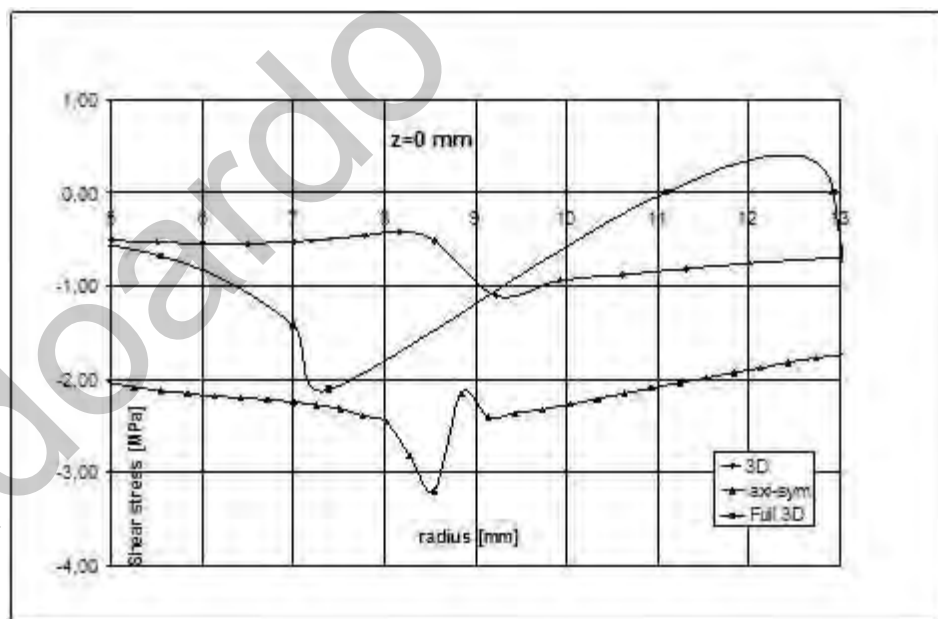


Fig. 5.11 Tensioni tangenziali tra i diversi modelli a confronto alla quota z=0 mm

Osservando i due diagrammi si nota che i tre diversi andamenti sulle pelli sono tra loro confrontabili anche se non perfettamente sovrapponibili (fig.5.10 – 5.11) essendo generati da modellazioni differenti. Internamente al

modello (fig. 5.12 – 5.13), invece, manca la rappresentazione con gli shell perché la struttura cellulare impedisce di ottenere i valori nodali delle tensioni lungo una generatrice alla quota di 7mm, essendo il numero dei risultati troppo piccolo. Inoltre, poiché le tensioni estratte sono quelle localizzate sulle pareti delle cellette (l'honeycomb non è omogeneo), si ottengono dei valori molto più elevati di quelli degli altri due modelli che si riferiscono a valori di tensioni mediate su un materiale omogeneizzato e, per questo, molto più basse. Nei due grafici seguenti (fig. 5.12 – 5.13) si mostra come gli andamenti nel modello assialsimmetrico e 3D sono molto simili tra loro, infatti, anche le modellazioni sono simili.

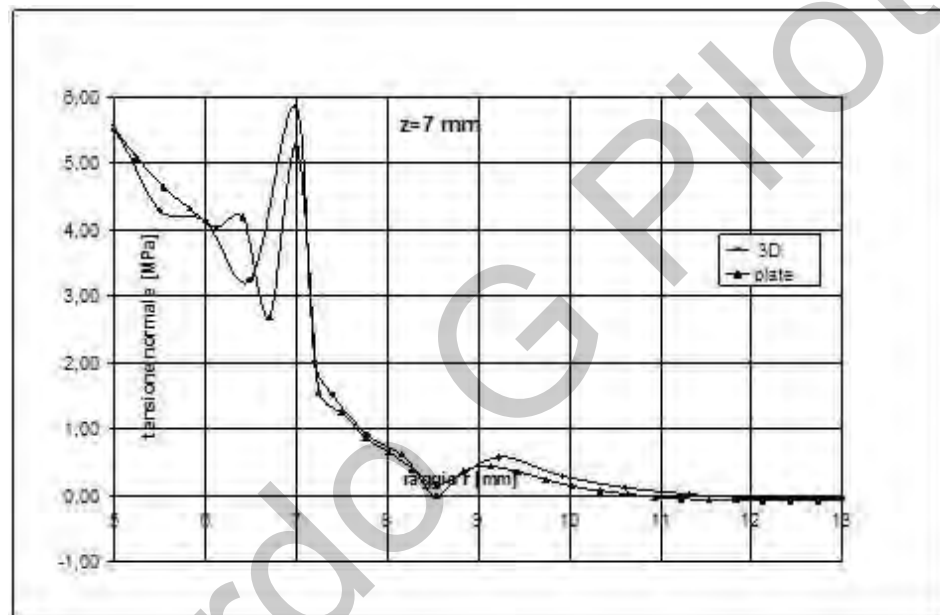


Fig. 5.12 Tensioni normali tra i diversi modelli a confronto alla quota $z=7$ mm

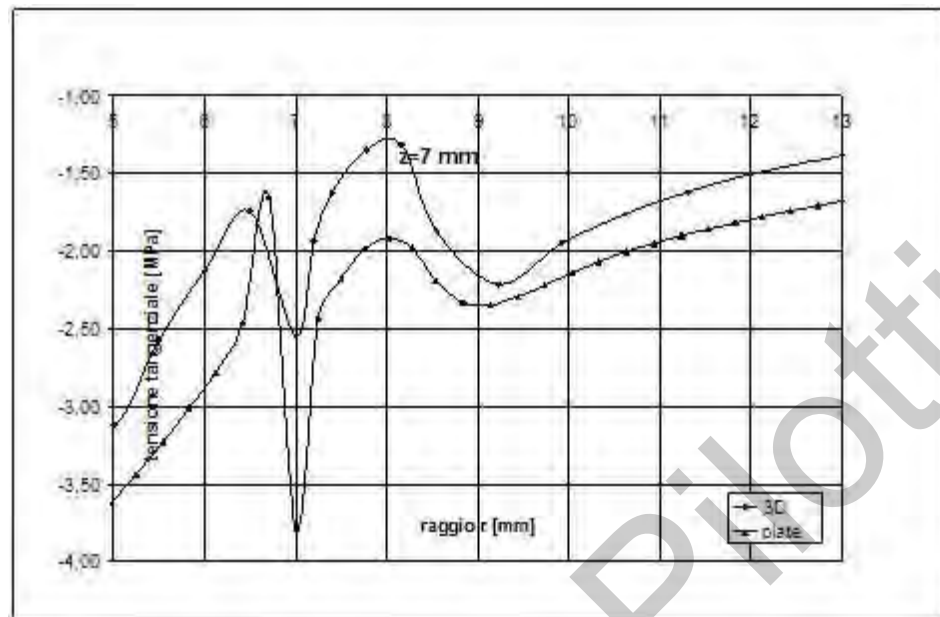


Fig. 5.13 Tensioni tangenziali tra i diversi modelli a confronto alla quota $z=7$ mm

5.4.2 Confronto tra core di diverso tipo

Tra le tipologie di core analizzati vi sono l'alluminio, il nomex e la schiuma; si è fatta anche un'analisi comparativa sullo stato tensionale di tra diversi provini caratterizzati solo da questa differenza⁶³. Nei diagrammi seguenti (fig. 5.14÷5.16) si rappresenta la tensione normale σ_z per i diversi tipi di core, e poi, quella tangenziale.

⁶³ Il manuale dell'ESA mostra, infatti, che per le tipologie di honeycomb analizzati la capacità di carico varia

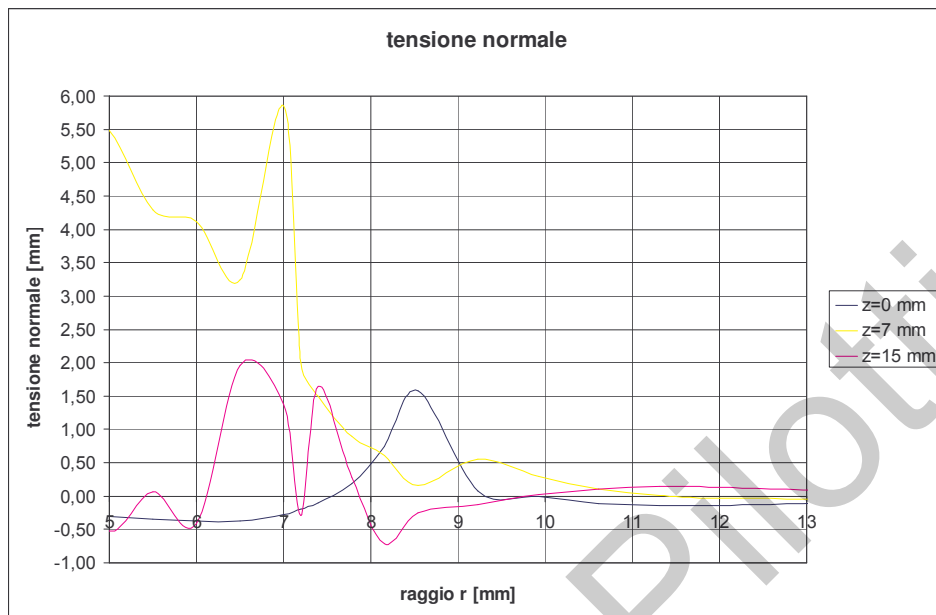


Fig. 5.14 Tensione normale per inserto con honeycomb in alluminio

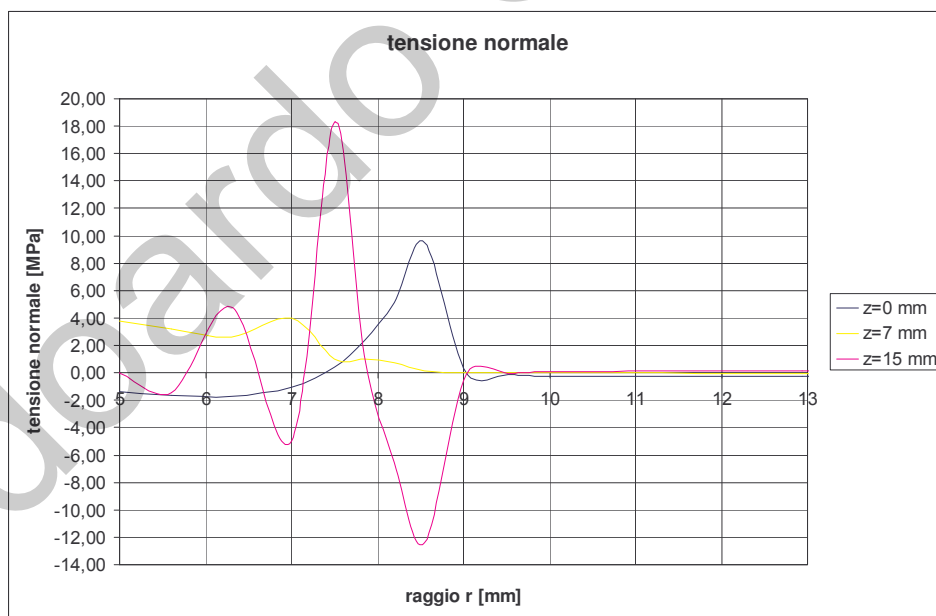


Fig. 5.15 Tensione normale per inserto con honeycomb in nomex

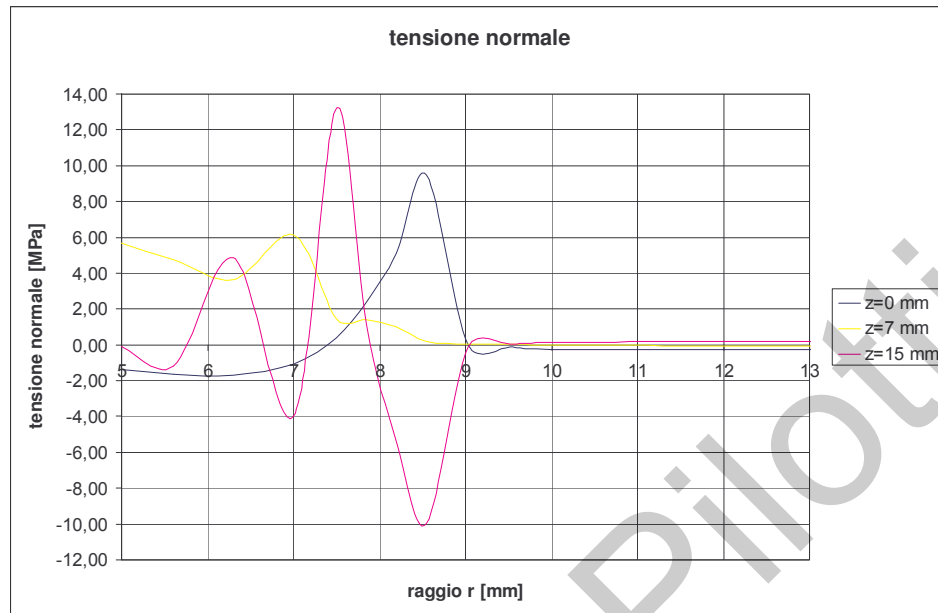


Fig. 5.16 Tensione normale per inserto con core in schiuma

Questi andamenti sono molto simili all'interno del provino ($z=7\text{mm}$), mentre sulle pelli più il core è resistente, più le pelli devono sostenere un carico minore, quindi, i picchi di tensione aumentano: l'alluminio è il più resistente, perciò lo stato tensionale sulle pelli è quello con il picco minimo, viceversa per il nomex e la schiuma, più confrontabili tra loro e, con valori leggermente più alti per la schiuma.

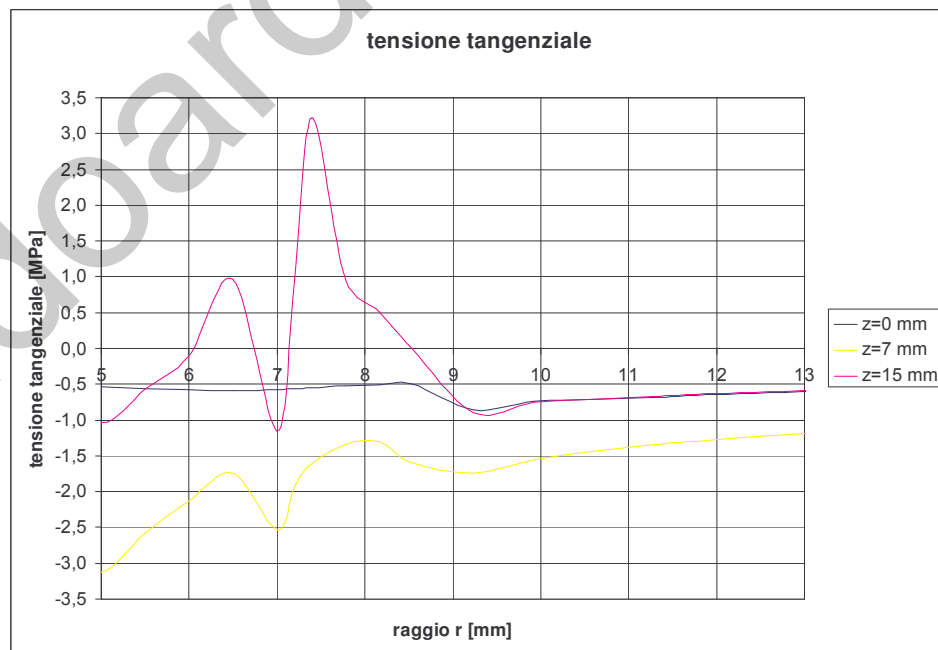


Fig. 5.17 Tensione tangenziale per inserto con honeycomb in alluminio

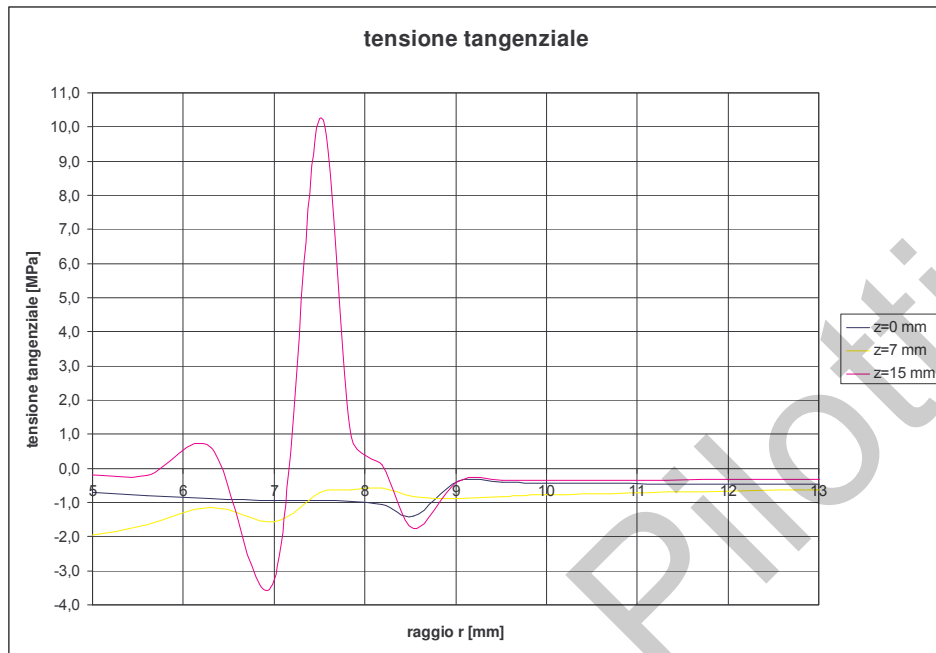


Fig. 5.18 Tensione tangenziale per inserto con honeycomb in nomex

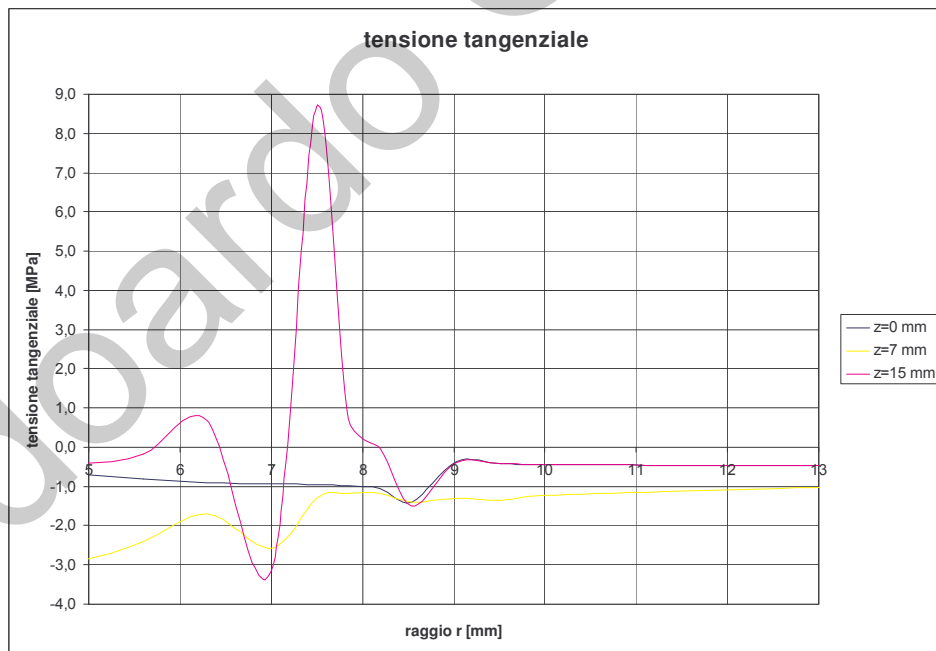


Fig. 5.19 Tensione tangenziale per inserto con core in schiuma

Considerazioni analoghe valgono per i grafici in fig. 5.17÷5.19: internamente le tensioni sono maggiormente confrontabili, mentre l'honeycomb più rigido (alluminio) sopporta un carico maggiore provocando un alleggerimento delle

pellì. Si Confrontano, ora, le rigidezze dei tre provini andando a individuare gli spostamenti massimi dalle tre diverse modellazioni, come risulta nella tabella 5.8.

Inserto fully potted			
Core	Alluminio	$U_{Z\text{ MAX}}=$	0,167037 mm
Core	Nomex	$U_{Z\text{ MAX}}=$	0,762188 mm
Core	Schiuma	$U_{Z\text{ MAX}}=$	0,619535 mm

Tab. 5.8 Spostamenti massimi dei tre provini in core differente

Come risulta dalla tabella 5.8 il core in materiale più rigido (alluminio) produce lo spostamento minore (minore rigidezza), e porta a un tensionamento minore delle pelli, mentre quello più cedevole risulta il nomex ancora una volta confrontabile con la schiuma. Per la scelta definitiva del tipo di core andrebbero effettuate anche analisi sui pesi e sui costi.

5.4.3 Confronto tra altezze di inserto differenti

Le analisi effettuate hanno riguardato anche inserti di altezza differente, in particolare di 9-12-15 mm. Le caratteristiche del provino sono: honeycomb, pelli e inserto in alluminio, potting in schiuma, diametro dell'inserto 14 mm, altezza del core 15 mm, spessore delle pelli 0,8 mm e dimensioni massime trasversali del provino 60 mm. Dopo aver simulato un carico pari al carico critico agente sull'inserto ($F_z=2200\text{N}$) si sono ottenuti i seguenti diagrammi riguardo alle tensioni normali e tangenziali agenti sui diversi inserti (fig.5.20÷5.25).

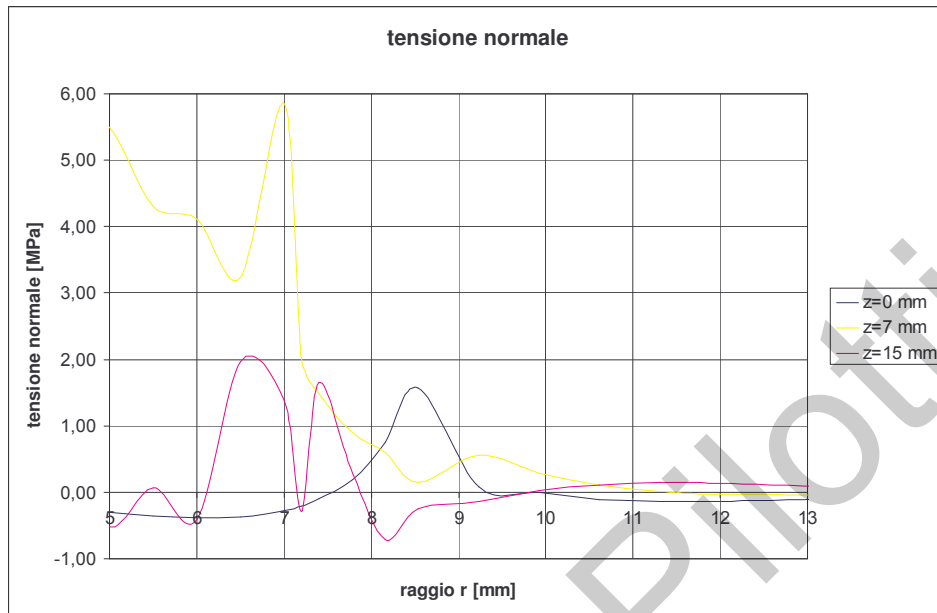


Fig.5.20 Tensione normale su inserto di diametro $d=14$ mm e altezza $h=9$ mm

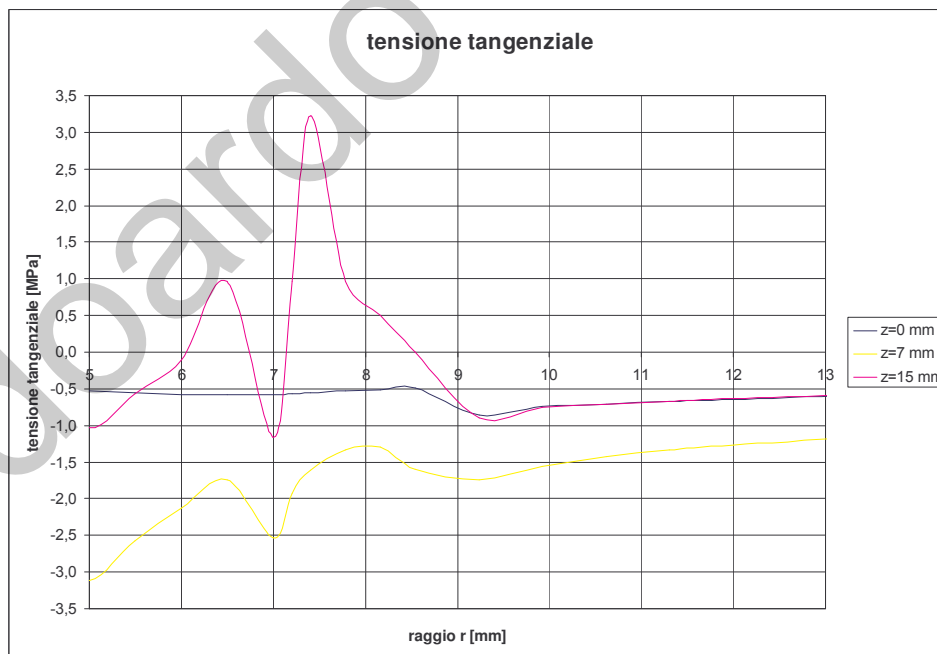


Fig. 5.21 Tensione tangenziale su inserto di diametro $d=14$ mm e altezza $h=9$ mm

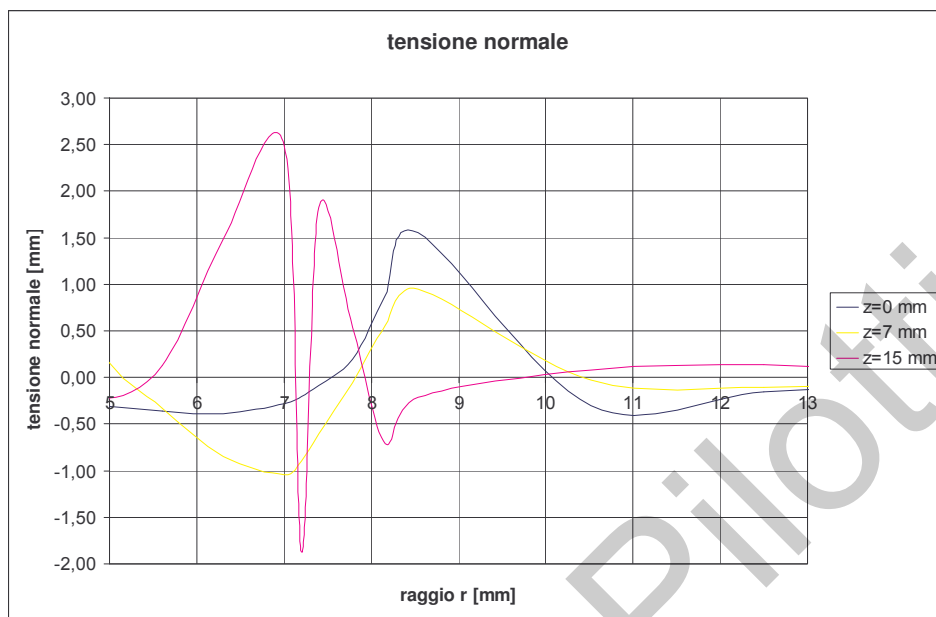


Fig.5.22 Tensione normale su inserto di diametro $d=14\text{mm}$ e altezza $h=12\text{mm}$

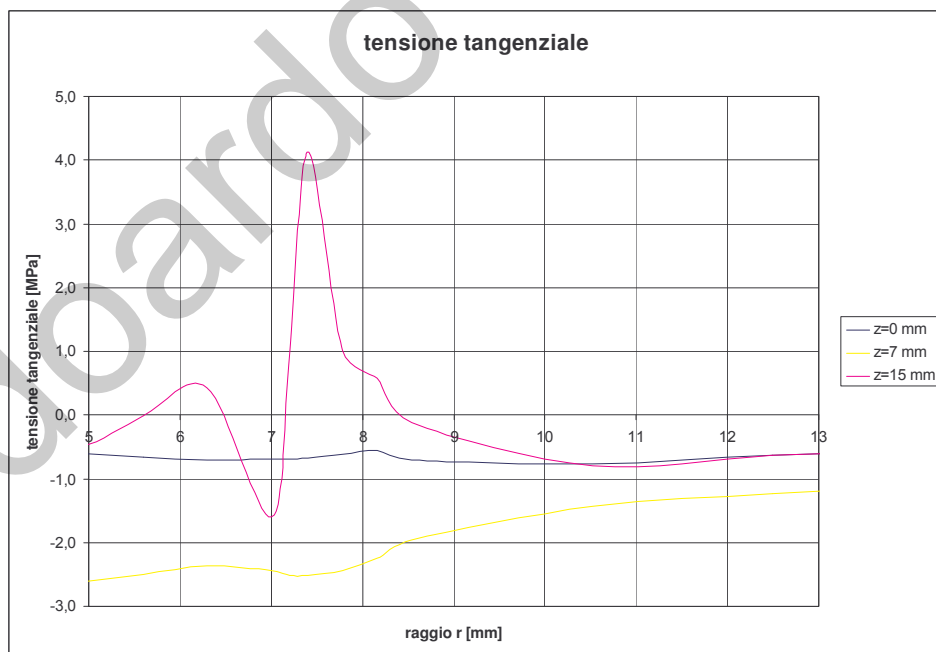


Fig. 5.23 Tensione tangenziale su inserto di diametro $d=14\text{mm}$ e altezza $h=12\text{mm}$

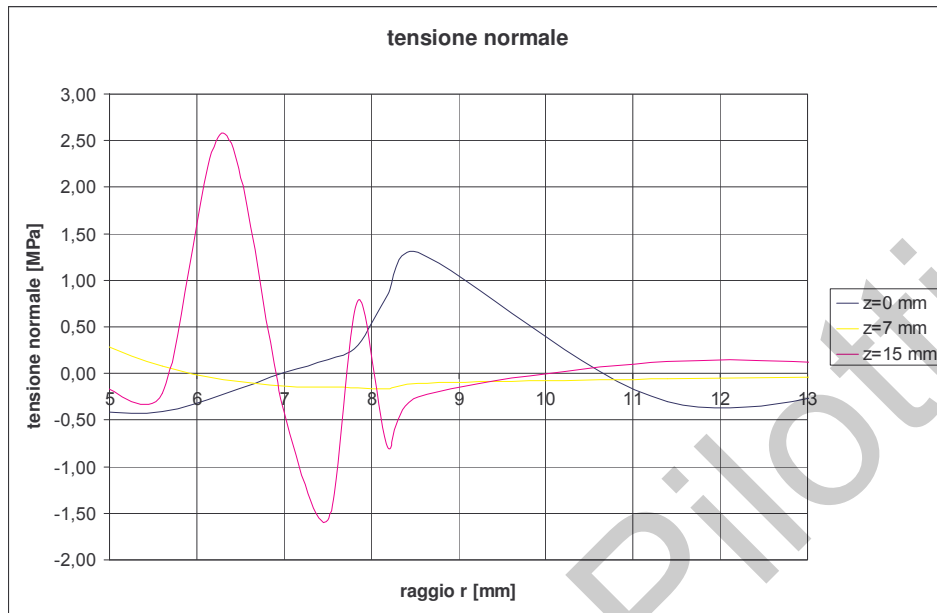


Fig. 5.24 Tensione normale su inserto di diametro $d=14\text{mm}$ e altezza $h=15\text{mm}$

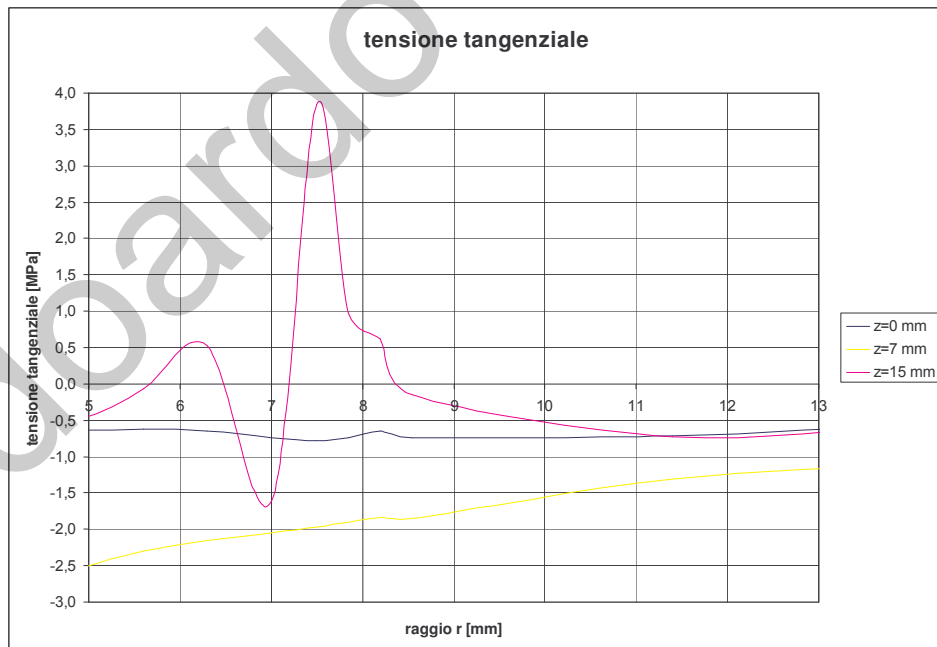


Fig. 5.25 Tensione tangenziale su inserto di diametro $d=14\text{mm}$ e altezza $h=15\text{mm}$

Da questi grafici si nota che le tensioni normali sulle pelli rimangono pressoché invariate al variare dell'altezza dell'inserto, i picchi, esternamente

all'inserto, tendono a diminuire, mentre internamente si hanno maggiori sollecitazioni. Il piano mediano ($z=7\text{mm}$) si trova in posizione diversa rispetto alla base dell'inserto sui diversi modelli, quindi le sensibili variazioni di tensione sono dovute, oltre che alla diversa altezza dell'inserto (che essendo di maggiori dimensioni scarica le altre parti strutturali del provino), anche alla posizione del piano rispetto agli orletti dell'inserto che trasmettono maggiori sollecitazioni al potting.

Anche per le tensioni tangenziali il discorso è analogo: la pelle inferiore si scarica dal taglio all'aumentare dell'altezza dell'inserto mentre su quella superiore, dapprima, si nota un aumento passando da 9 a 12 mm di altezza dell'inserto, e, poi, una piccola diminuzione per 15 mm. Per le tensioni tangenziali misurate sul piano intermedio si nota una diminuzione vistosa che porta un beneficio, infatti, proprio le sollecitazioni tangenziali sono quelle più critiche per l'honeycomb, e una loro evidente diminuzione è benefica per il dimensionamento dell'inserto. Questo dimostra quanto già visto nel manuale: cioè, un evidente aumento della capacità di carico dell'inserto all'aumentare della sua altezza. L'inserto è a diretto contatto con il carico applicato e, quindi, deve essere la parte più resistente: maggiori sono le sue dimensioni e maggiore sarà la ridistribuzione del carico stesso su tutto il provino, alleggerendo l'honeycomb (la parte più critica del provino). Per analizzare con maggiore precisione l'effetto dell'altezza dell'inserto occorre effettuare un numero maggiore di analisi per osservare se gli stessi effetti si verificano al variare delle caratteristiche del provino: variazione dei materiali e del diametro dell'inserto. Studiando le sollecitazioni che si instaurano nel provino si nota che un inserto di piccole dimensioni (altezza minore) risulta meno sollecitato di un inserto di grandi dimensioni (altezza maggiore): le pelli sostengono un carico maggiore all'aumentare dell'altezza dell'inserto, viceversa per l'honeycomb.

Le figure seguenti (fig. 5.26÷5.31) permettono di verificare queste considerazioni.

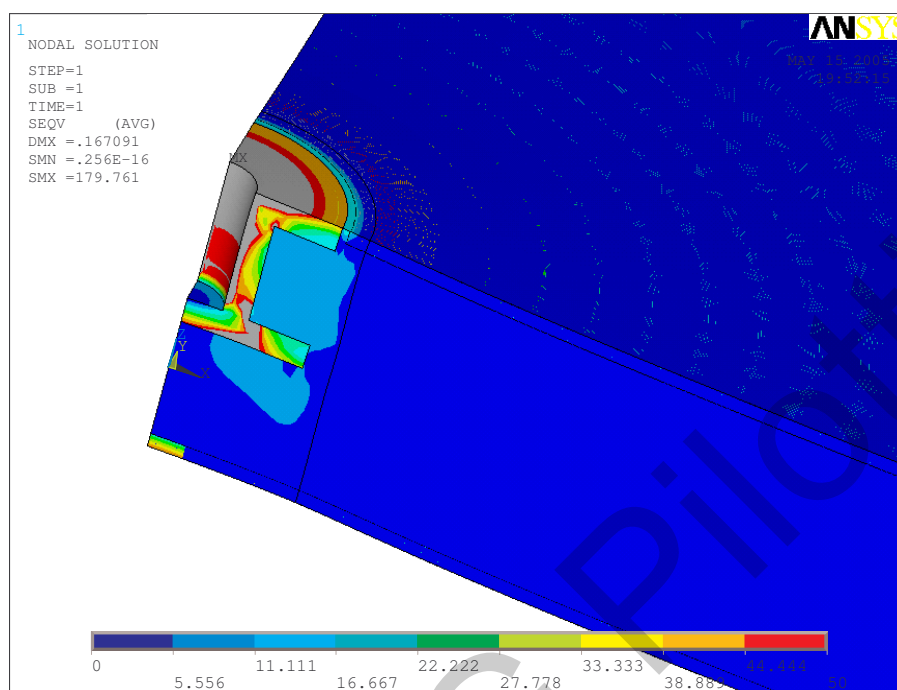


Fig. 5.26 Tensioni di von Mises, inserto di altezza $h=9$ mm, valore massimo $\sigma_{eq}=50$ MPa

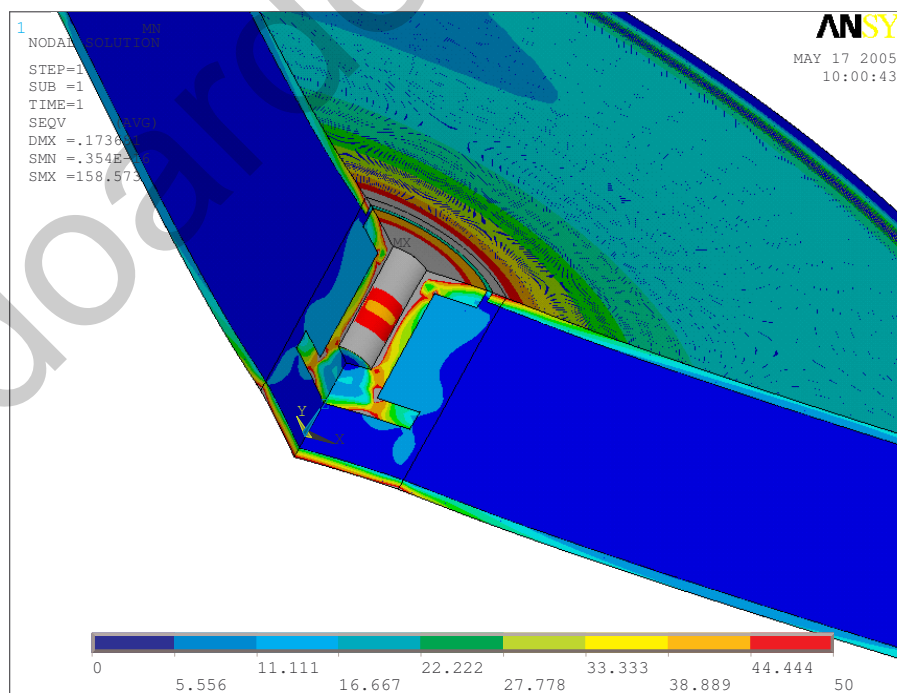


Fig. 5.27 Tensioni di von Mises, inserto di altezza $h=12$ mm, valore massimo $\sigma_{eq}=50$ MPa

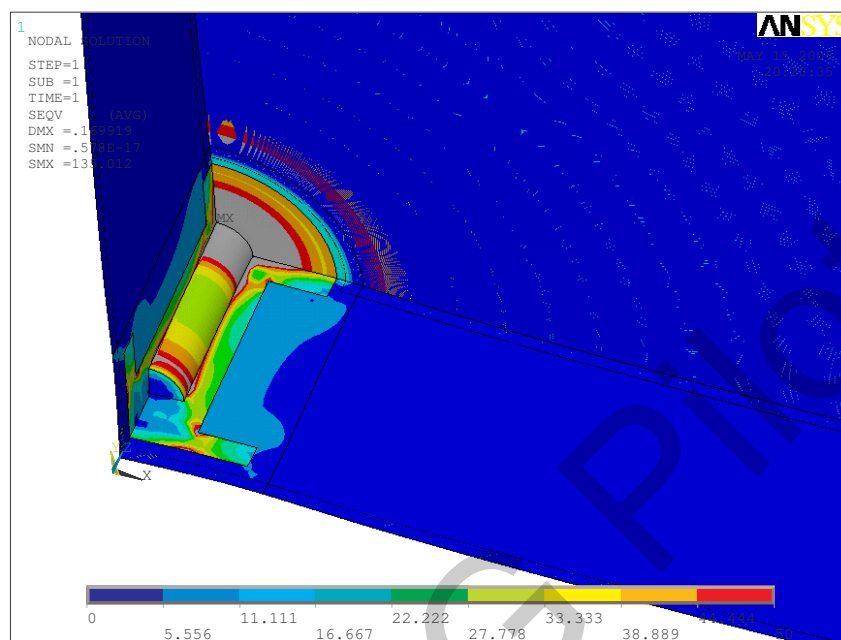


Fig. 5.28 Tensioni di von Mises, inserto di altezza $h=15$ mm, valore massimo $\sigma_{eq}=50$ MPa

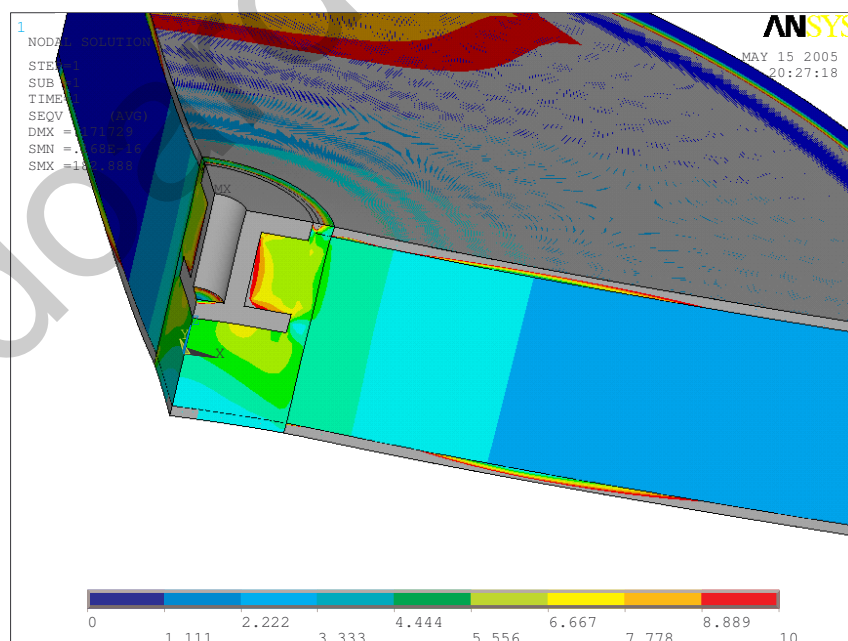


Fig. 5.29 Tensioni di von Mises, inserto di altezza $h=9$ mm, valore massimo $\sigma_{eq}=10$ MPa

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

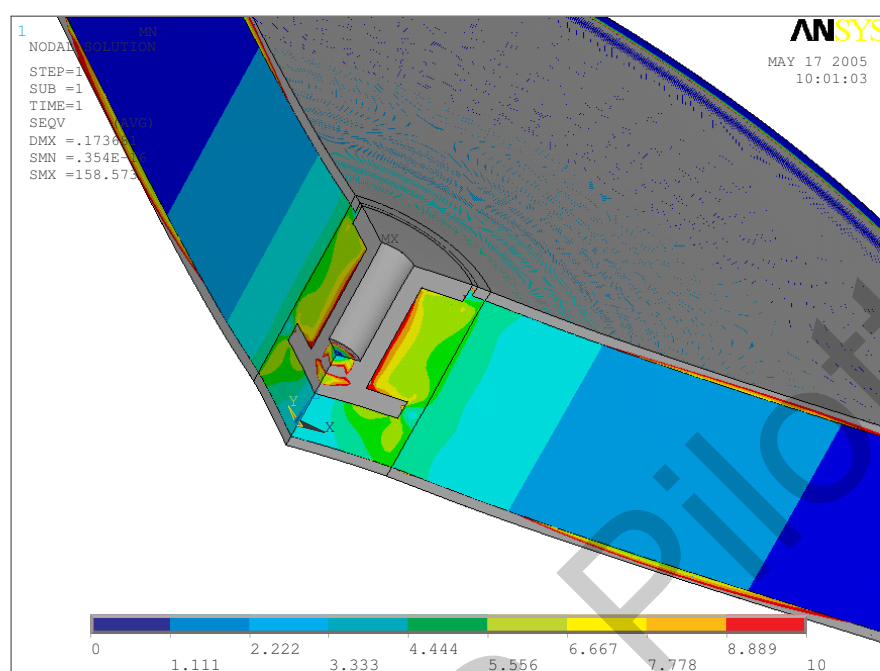


Fig. 5.30 Tensioni di von Mises, inserto di altezza $h=12$ mm, valore massimo $\sigma_{eq}=10$ MPa

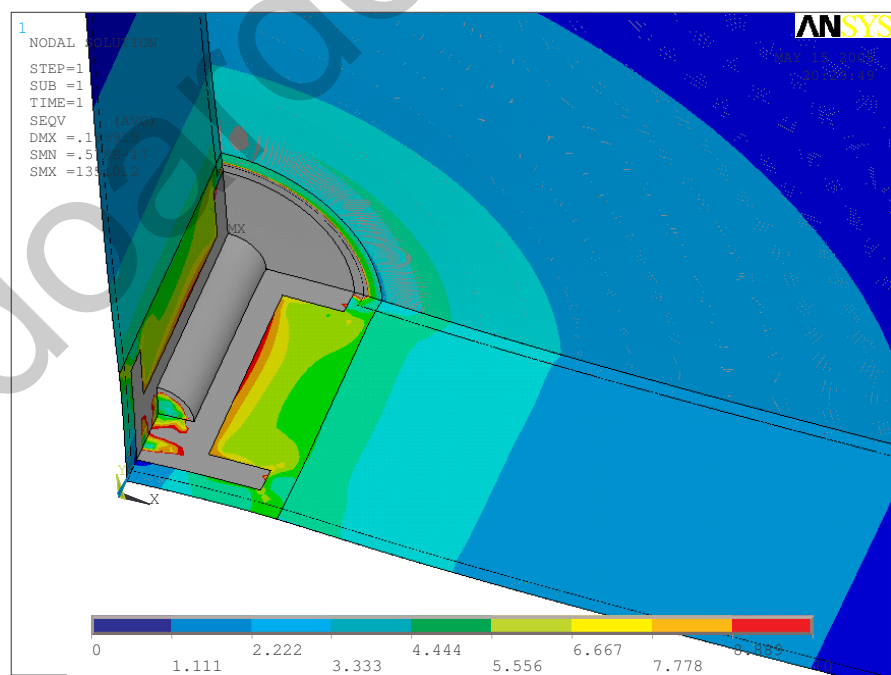


Fig. 5.31 Tensioni di von Mises, inserto di altezza $h=15$ mm, valore massimo $\sigma_{eq}=10$ MPa

Da queste ultime tre figure (fig. 5.29÷5.31) si vede che l'honeycomb è meno sollecitato all'aumentare dell'altezza dell'inserto: e poiché esso è la parte più critica di tutto il provino aumenta la sua capacità portante.

In queste analisi non è stata considerata la variazione dell'altezza del potting h_p , ma poiché essa viene ricavata dalla formula $h_p = h_i + 7$, ciò comporta che, per un pannello di altezza del core 15 mm, è impossibile studiare un inserto partially potted perché l'inserto avrebbe delle dimensioni longitudinali eccessivamente ridotte. Si è preferito, allora, analizzare inserti di altezza rilevante (rispetto allo spessore del core) e considerare, nelle analisi, solo inserti fully potted. Lo studio di inserti partially potted si dovrà fare per altezze del core ben maggiori di 15mm.

5.4.4 Confronto tra diametri di inserto differenti

Le analisi effettuate per il predimensionamento durante la fase di costruzione del software hanno mostrato delle anomalie⁶⁴: l'aumento del diametro dell'inserto non sempre ha comportato l'aumento della capacità portante. Sul manuale i dati sperimentali hanno fatto registrare fenomeni strani: aumentare il diametro dell'inserto dovrebbe produrre un aumento del carico critico, ma in alcuni casi non è così. In particolare, per honeycomb di alluminio 1/8-5056 si è avuta un'inversione di tendenza per alcuni diametri (17,5 – 22 mm); quelli in nomex hanno mostrato degli andamenti molto più complessi (curve non lineari del carico critico rispetto allo spessore delle pelli), con delle inversioni importanti soprattutto per alti valori degli spessori delle pelli⁶⁵. Data la particolarità del fenomeno, le cui cause non si conoscono (probabilmente si verifica l'instabilizzazione dell'honeycomb), non sono state effettuate numerose prove numeriche, per non condurre analisi su un numero elevato di provini, cercando di rilevare tale fenomeno che si verifica solo per alcune tipologie di honeycomb e diametri degli inserti⁶⁶. Perciò, si devono trovare le cause che rendono possibile questo fenomeno, anche attraverso prove sperimentali, per verificare l'esistenza di questo fenomeno e cercare di determinarne le cause. Le analisi FEM sono state effettuate solo su due provini con honeycomb in alluminio e altezza di 12 mm per andare a ricavare grafici dello stato tensionale confrontabili tra loro e fornire un metodo di analisi che sia di spunto per ulteriori analisi di dettaglio su un numero maggiore di provini. La ridotta disponibilità di tempo, infatti, ha reso impossibile effettuare un'indagine su larga scala per analizzare con accuratezza il fenomeno, facendo variare sia il diametro dell'inserto che le configurazioni geometriche e dei materiali. Per l'impossibilità di condurre un'analisi di questo tipo si è preferito analizzare due soli provini mostrando solo il procedimento adottato senza effettuare conclusioni generalizzate. I grafici in fig.5.22 e 5.23 mostrano gli andamenti delle tensioni normali e tangenziali del primo inserto, quelli in fig. 5.32 e 5.33 del secondo.

⁶⁴ Il manuale "insert design handbook" ha messo in evidenza risultati in contrasto con la logica del dimensionamento: le dimensioni trasversali dell'inserto non sempre fanno aumentare il carico critico. Vedi appendice B e manuale ESA grafici pag. 80 e seguenti.

⁶⁵ Gli andamenti dei carichi critici sono mostrati in appendice B

⁶⁶ Lo studio approfondito di questo fenomeno sarebbe stato oneroso

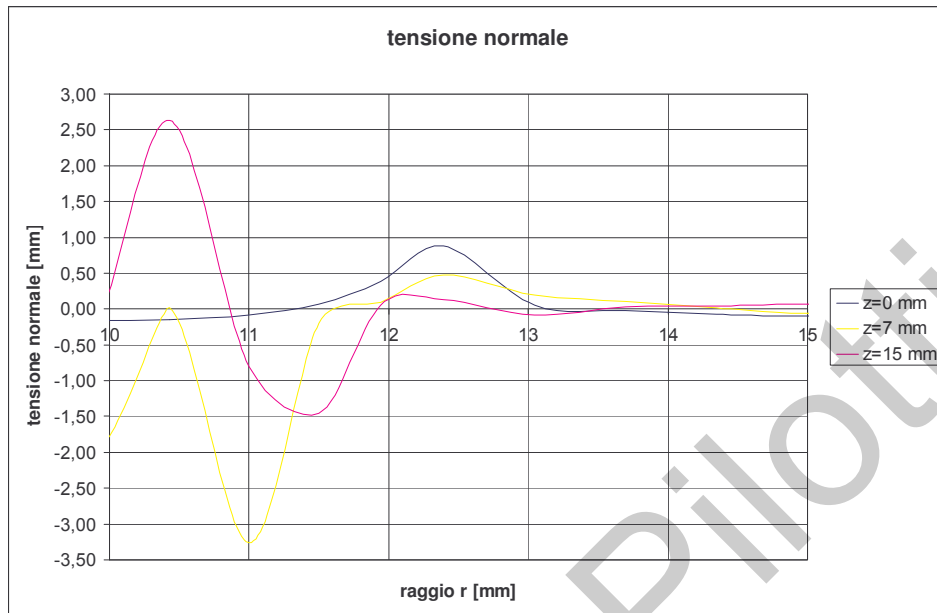


Fig. 5.32 Tensione normale per inserto di diametro $d=22$ mm e altezza $h=12$ mm

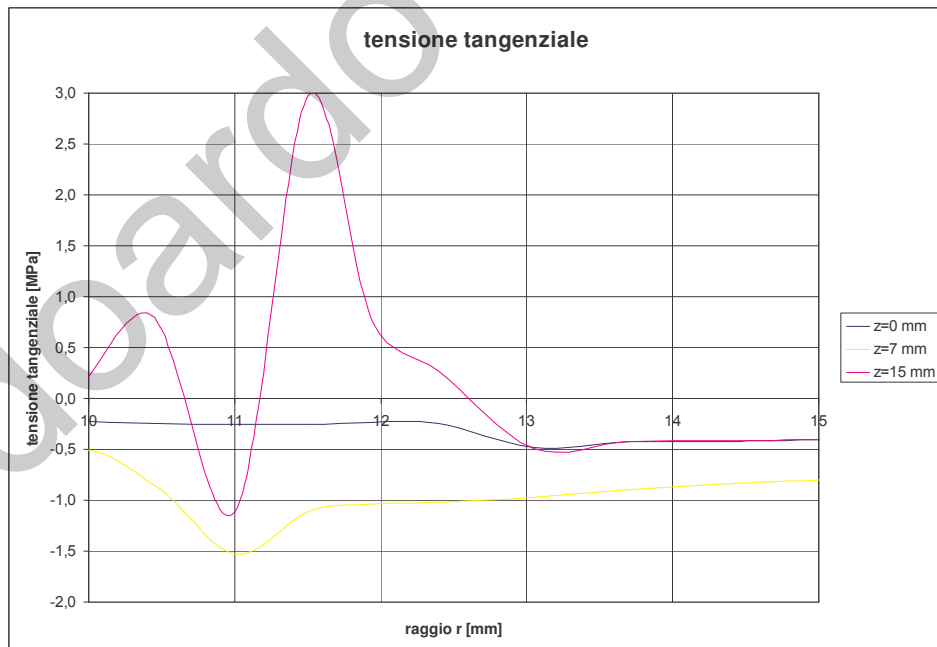


Fig. 5.33 Tensione tangenziale per inserto di diametro $d=22$ mm e altezza $h=12$ mm

Dal confronto dei grafici si può osservare una diminuzione dei valori di picco nelle corrispondenti zone di honeycomb e potting, viceversa nella zona

dell'inserto, dove si ha un aumento tensionale, che, però, non compromette la resistenza del provino, poiché, come si è visto nel capitolo precedente, l'inserto in alluminio può sostenere tensioni molto più elevate di quelle riscontrate in corrispondenza del carico critico (è l'honeycomb il punto debole). Si possono confrontare anche le tensioni di von Mises tra i due inserti mostrati nelle figure 5.27 e 5.30 per l'inserto di diametro $d=14$ mm e in figura 5.34 e 5.35 per quello di diametro $d=22$ mm.

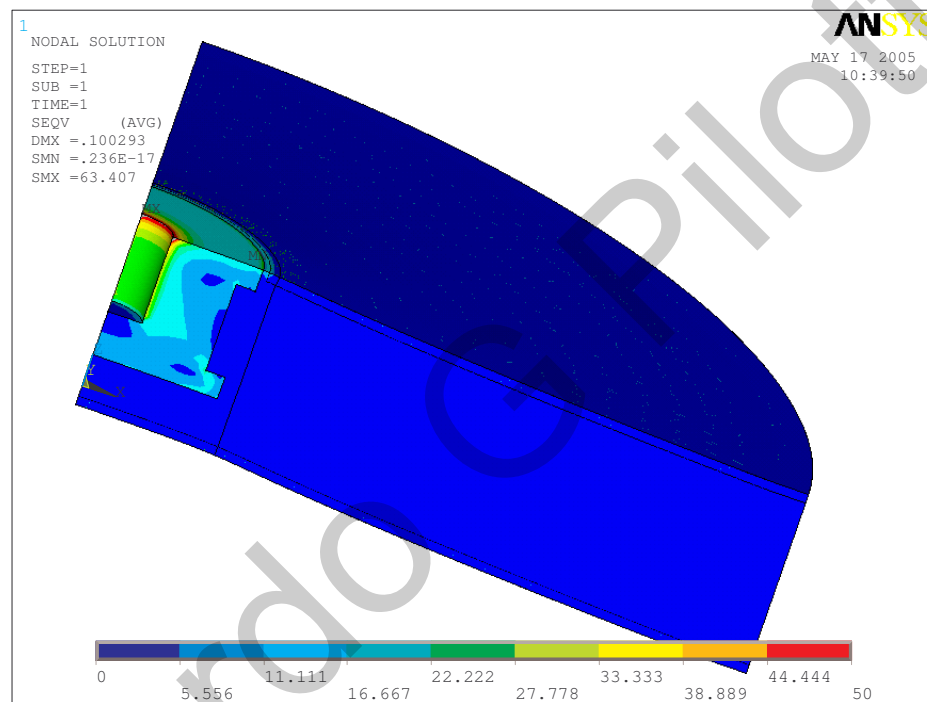


Fig. 5.34 Tensioni di von Mises, inserto diametro $d=22$ mm, valore massimo $\sigma_{eq}=50$ MPa

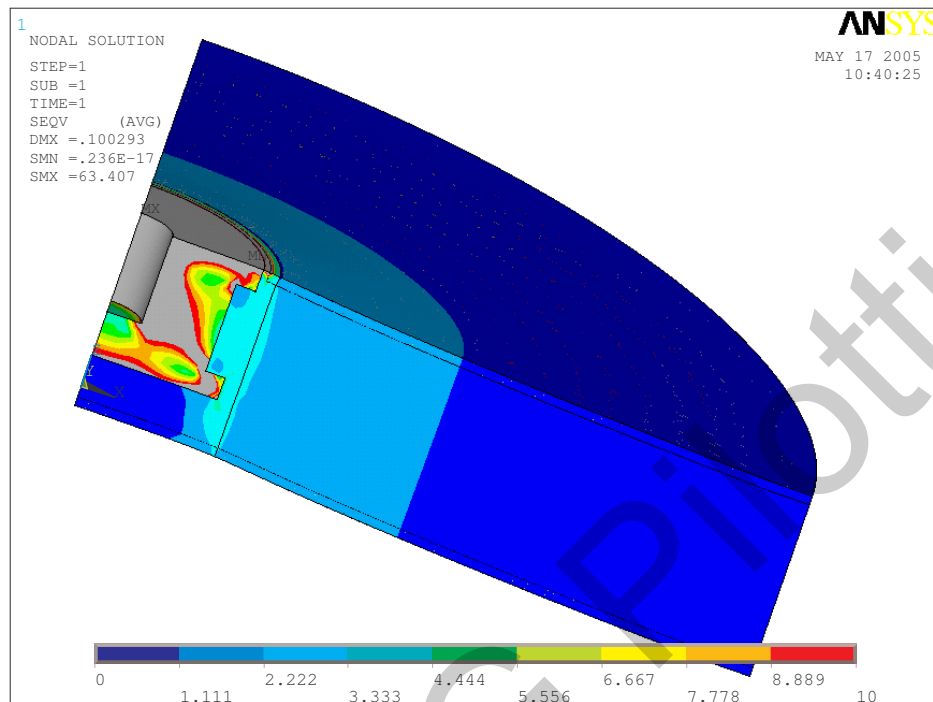


Fig. 5.35 Tensioni di von Mises, inserto diametro d=22 mm, valore massimo $\sigma_{eq}=10$ MPa

Dal confronto sui due provini si può notare che l'inserto di maggiori dimensioni picchi di tensione sull'honeycomb inferiori a quello di dimensioni minori: la maggiore rigidità dell'inserto rispetto al potting ha comportato che, poiché la zona occupata dal potting nell'inserto di diametro inferiore è, ora, occupata dall'inserto in quello di diametro maggiore, si riducessero le tensioni nell'honeycomb e nel potting.

Infine, la maggiore rigidità del provino è verificata anche dagli spostamenti inferiori per l'inserto di diametro maggiore:

- d=14 mm $\rightarrow U_{z,MAX}=0,173635$ mm
- d=22 mm $\rightarrow U_{z,MAX}=0,100270$ mm

Tutto ciò è in accordo col caso generale, non toccando minimamente il comportamento anomalo che si potrebbe verificare per una configurazione di questo tipo, probabilmente dovuta a fenomeni di instabilizzazione.

5.5 Verifica a rottura

L'obiettivo finale del lavoro è il dimensionamento degli inserti, verificando la rottura dei provini. Si è effettuata un'analisi a rigidità e resistenza delle diverse tipologie di provini esaminati. La rottura è stata considerata raggiunta al limite di snervamento di una sua parte perché le analisi effettuate sono state di tipo lineare elastico, quindi, non si sa cosa avviene dopo tale limite.

I modelli presi in esame per questo tipo d'indagine sono:

- full 3D: honeycomb modellato con elementi shell
- assialsimmetrico
- 3D per i tre diversi tipi di honeycomb: alluminio, schiuma e nomex

1. Si indaga, ora, il primo provino (**full 3D**): esso raggiunge la rottura per le condizioni di carico imposte ($F_z=2200$), ricordando che le caratteristiche meccaniche delle pelli, dell'inserto e del potting sono riportate in tabella 5.1 e che le tensioni di rottura della lega di alluminio 5056, che forma l'honeycomb, valgono $\sigma_R=290$ MPa. Si adotta come criterio di rottura quello di von Mises per le parti in alluminio e quello della tensione massima per il potting, come coefficiente di sicurezza $c=1,5$, mentre il campo di tensione equivalente è mostrato in figura 5.36. Le pareti a singolo spessore dell'honeycomb sono più sollecitate in corrispondenza del potting dove raggiungono valori che superano le condizioni di rottura: $\sigma_{eq}=365\div 411$ MPa.

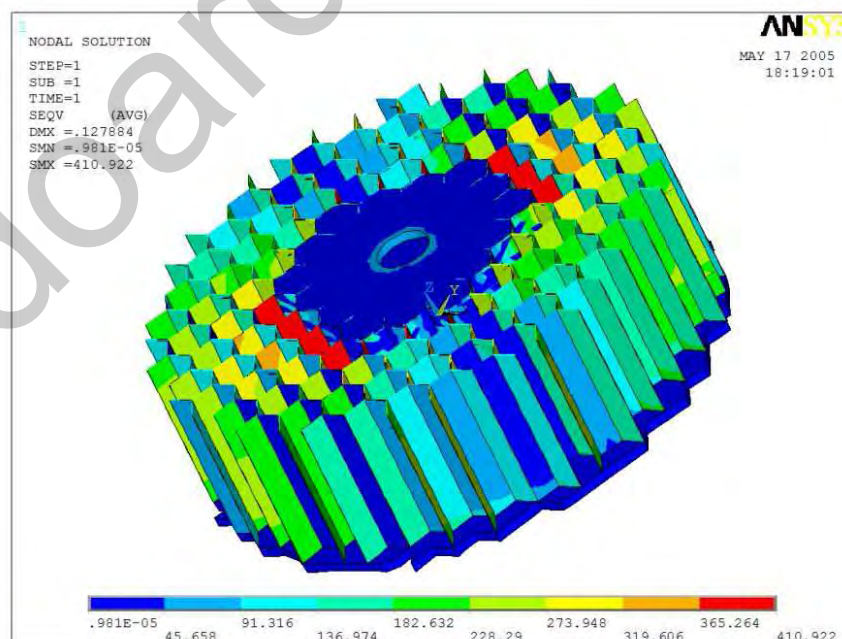


Fig. 5.36 Tensioni secondo von Mises

Poiché la tensione massima sull'honeycomb è $\sigma_{eq}=410$ MPa mentre la tensione $\sigma_{amm}^{67}=193$ MPa significa che l'honeycomb supera il campo elastico. Poiché il carico applicato è stato quello critico, come risulta dal manuale, la rottura non si dovrebbe raggiungere, anche se il provino dovrebbe fuoriuscire dal campo elastico, quindi, introducendo la plasticità del materiale si dovrebbe avere una plasticizzazione locale delle cellette più sollecitate che superano il limite di snervamento (cerniere plastiche) con la redistribuzione del carico sul resto del provino.

Il potting raggiunge una tensione normale massima $\sigma=24$ MPa come mostrato in figura 5.37 e una tensione tangenziale massima $\tau=16$ MPa come mostrato in figura 5.38, ma ricordando che le tensioni ammissibili sono $\sigma_{amm}=35$ MPa e $\tau_{amm}=18$ MPa, il potting verifica il criterio di resistenza. Per quanto riguarda le pelli si nota che esse sono poco sollecitate rispetto al loro valore massimo di rottura: la tensione ammissibile vale $\sigma_{amm}=297$ MPa mentre le sollecitazioni massime ottenute valgono $\sigma_{eq}=150$ MPa.

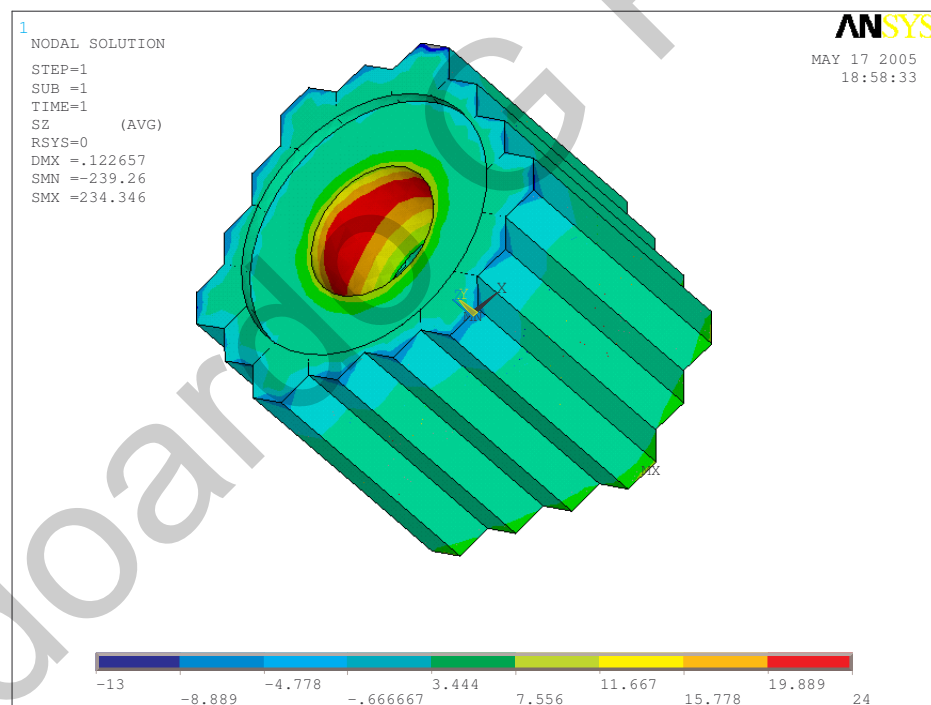


Fig. 5.37 Tensione normale nel potting

⁶⁷ Si ricorda che $\sigma_{amm} = \sigma_R / c$ dove c è il coefficiente di sicurezza

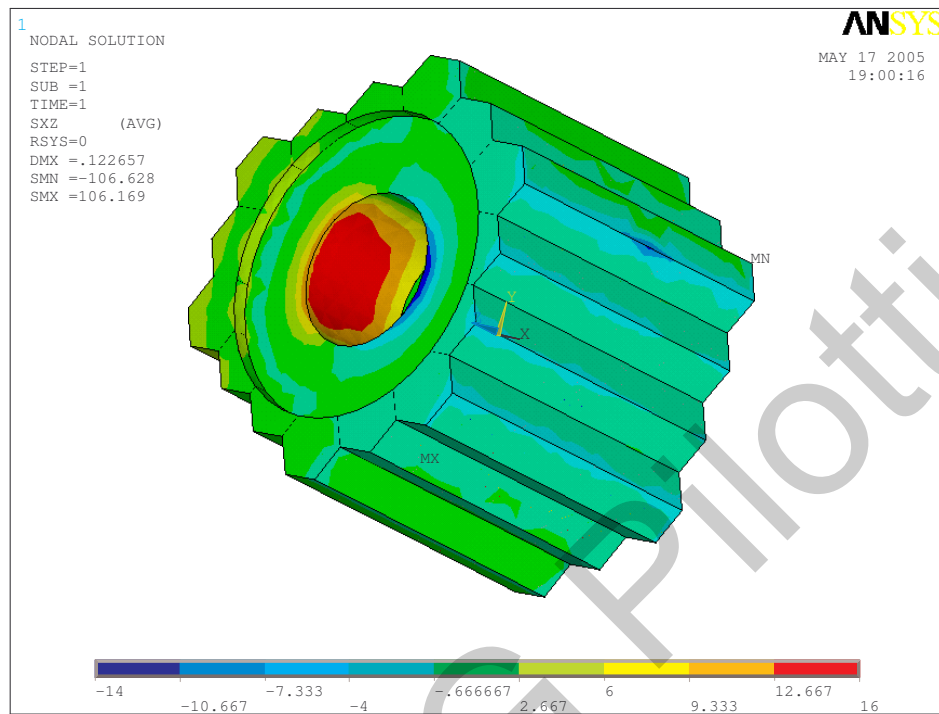


Fig. 5.38 Tensione tangenziale nel potting

Per concludere va analizzato l'inserto: le tensioni massime calcolate secondo von Mises valgono $\sigma_{eq}=295\text{MPa}$, come mostrato in figura 5.39, mentre le tensioni ammissibili valgono $\sigma_{amm}=297\text{MPa}$. Quindi si può verificare la resistenza dell'inserto, inoltre, poiché le tensioni massime si hanno in una zona molto localizzata è ammissibile ipotizzare la plasticizzazione locale del materiale.

All'interfaccia honeycomb-potting-inserto si dovrebbero introdurre gli elementi di contatto, infatti, imporre vincoli nodali tra queste superfici di separazione significa sovrastimare le tensioni con la generazione di una rigidità maggiore rispetto a quella reale.

Da quanto detto si dimostra che il provino così modellato supera il limite di elasticità inteso come rottura del materiale.

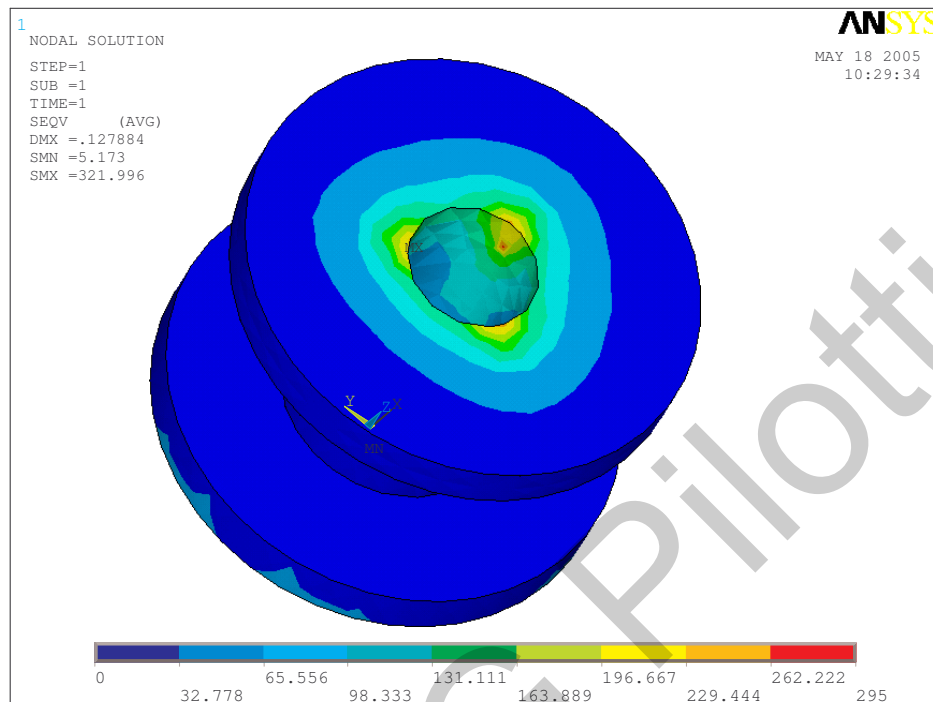


Fig. 5.39 Tensioni di von Mises sull'inserto

Da questo tipo di analisi risulta che l'honeycomb è il materiale più sollecitato: riducendo il carico e/o introducendo la plasticità si dovrebbe verificare che il materiale non raggiunge le condizioni di rottura.

Data la ripetitività delle analisi per le altre configurazioni, si riassumono solo i valori ottenuti descrivendo solo brevemente il fenomeno.

2. Si Analizza, ora, il modello **assialsimmetrico**: in questo caso le caratteristiche del nido d'ape sono elencate in tab.5.2. Le tensioni calcolate secondo il criterio di von Mises sono rappresentate nella figura 5.40, in essa sia le pelli che l'inserto verificano il criterio di rottura, così come il potting, mentre la zona più sollecitata è sempre l'honeycomb, che non supera il test (fig. 5.43 – 5.44).

Nelle figure seguenti (fig. 5.41 – 5.42) sono riportati per questo componente le tensioni massime normali e tangenziali nel potting calcolate lungo la direzione verticale.

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

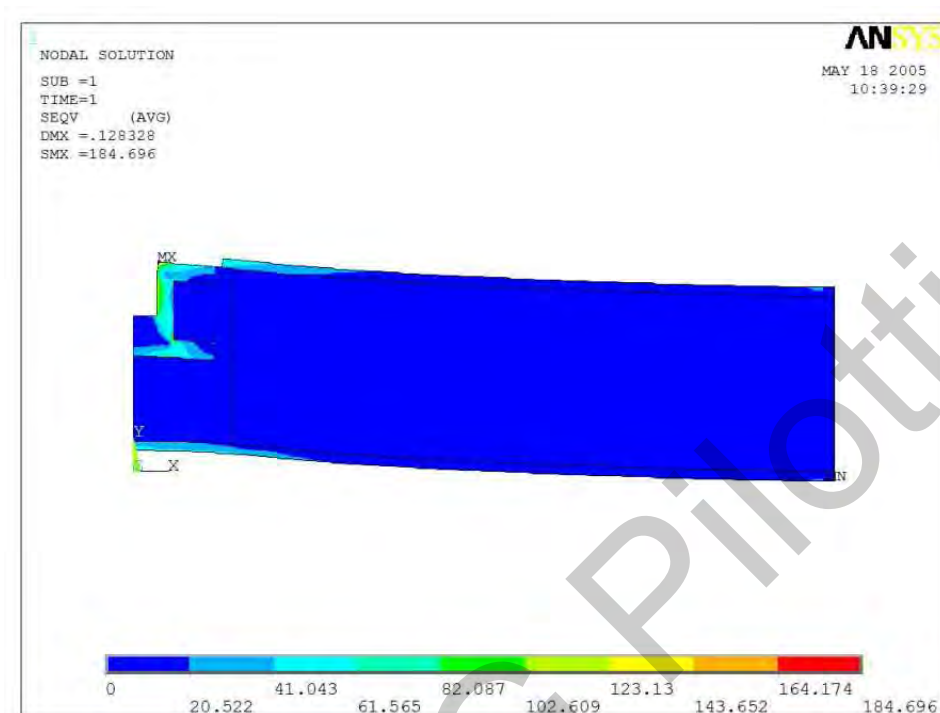


Fig 5.40 Tensioni di von Mises

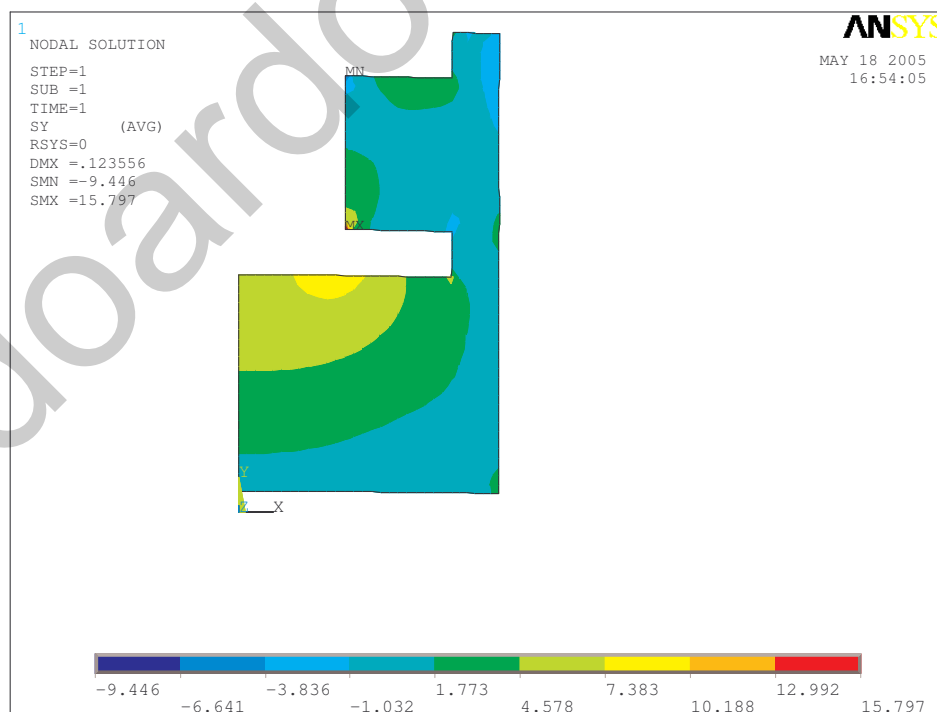


Fig. 5.41 Tensioni normali nel potting

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

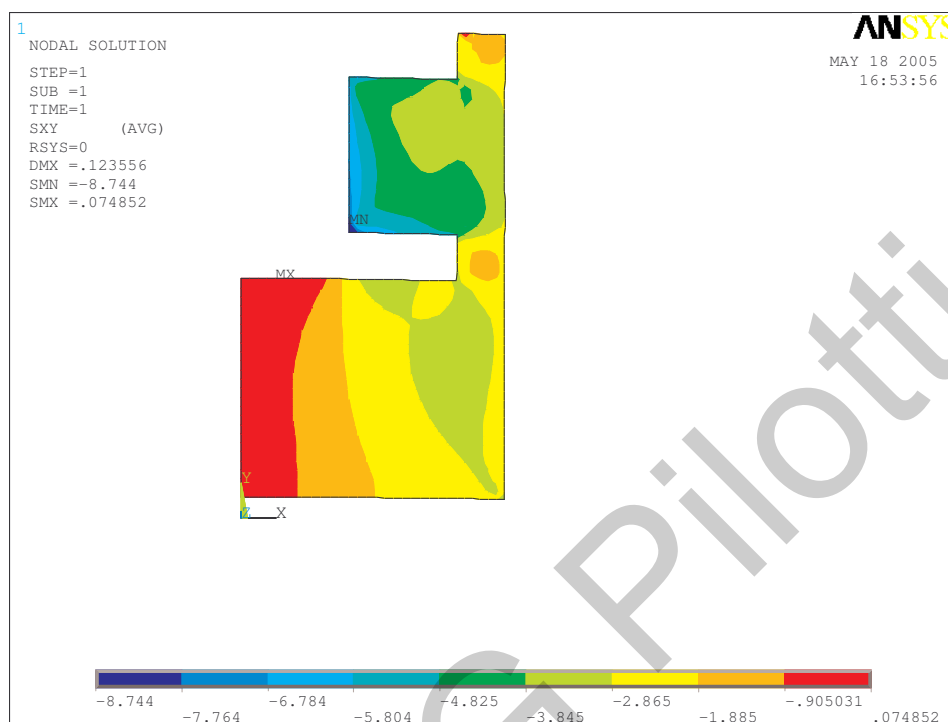


Fig. 5.42 Tensioni tangenziali nel potting

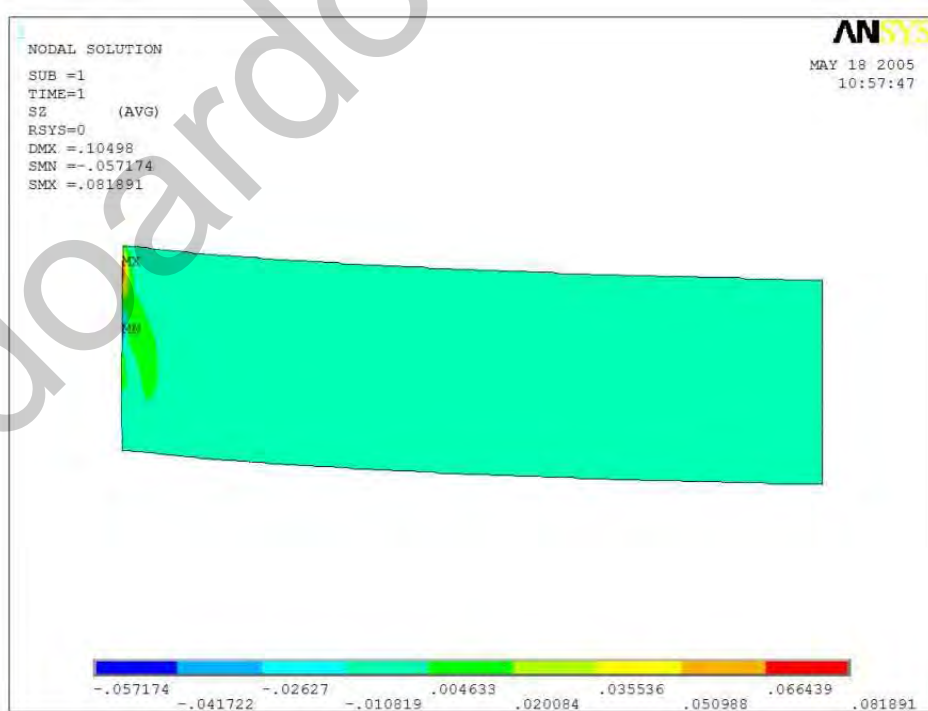


Fig. 5.43 Tensioni normali nell'honeycomb

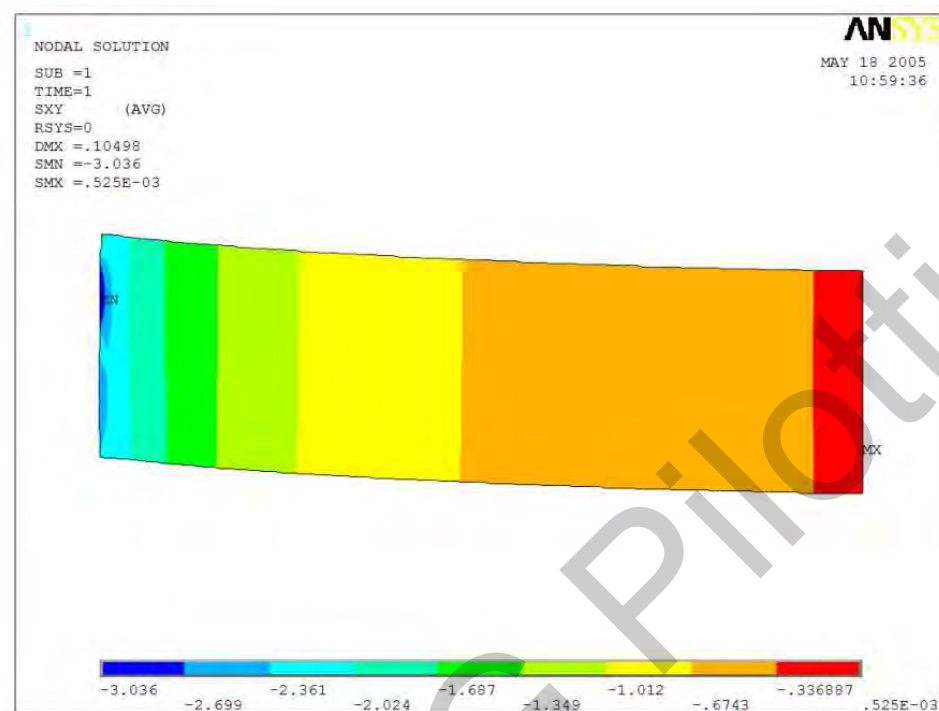


Fig. 5.44 Tensioni tangenziali nell'honeycomb

Dalle due figure precedenti (fig. 5.43 – 5.44) si può osservare che, nell'honeycomb, mentre le tensioni normali sono inferiori a quelle critiche, quelle tangenziali non lo sono, dimostrando che, anche questa configurazione raggiunge la rottura. Come nel caso precedente si può notare che le tensioni tangenziali sono circa il doppio di quelle critiche e, quindi, la riduzione del carico e/o l'introduzione della plasticità porta al superamento del criterio di rottura in tutte le zone del provino e in particolare in quelle più critiche (interfaccia honeycomb – potting). Riassumiamo, ora, i valori trovati:

- Insetto e pelli: $\sigma_{eq}=184$ MPa $\sigma_{amm}=297$ MPa
- Potting: $\sigma_{eq}=15$ MPa, $\sigma_{amm}=35$ MPa
 $\tau_{eq}=8$ MPa, $\tau_{amm}=18$ MPa
- Honeycomb: $\sigma_z=0,1$ MPa, $\sigma_{amm t}=5$ MPa e $\sigma_{amm c}=2,3$ MPa
 $\tau_{eq}=3$ MPa, $\tau_{amm}=0,94$ MPa

poiché $\tau_{eq} > \tau_{amm}$ allora, non è stato verificato il criterio della tensione massima all'interno dell'honeycomb.

3. Analizziamo ora i tre provini **3D** con core di tipo diverso (alluminio, nomex e schiuma), le cui proprietà sono elencate nelle tabelle 5.2, 5.3 e 5.4.

Il primo ha il nido d'ape in alluminio: per questa tipologia di inserti vale lo stesso procedimento analizzato in precedenza. Di seguito sono forniti i valori numerici:

- Insetto e pelli: $\sigma_{eq}=179$ MPa $\sigma_{amm}=297$ MPa

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

- Potting: $\sigma_{eq}=11$ MPa, $\sigma_{amm}=35$ MPa
 $\tau_{eq}=7$ MPa, $\tau_{amm}=18$ MPa
- Honeycomb: $\sigma_z=-3$ MPa, $\sigma_{amm\ t}=5$ MPa e $\sigma_{amm\ c}=2,3$ MPa
 $\tau_{eq}=2,8$ MPa, $\tau_{amm}=0,94$ MPa

poiché $|\sigma_{eq}| > |\sigma_{amm}|$ e $\tau_{eq} > \tau_{amm}$ allora, non è stato verificato il criterio della tensione massima all'interno dell'honeycomb. Le figure seguenti (fig.5.45÷5.49) mostrano quanto è stato riassunto nello schema precedente.

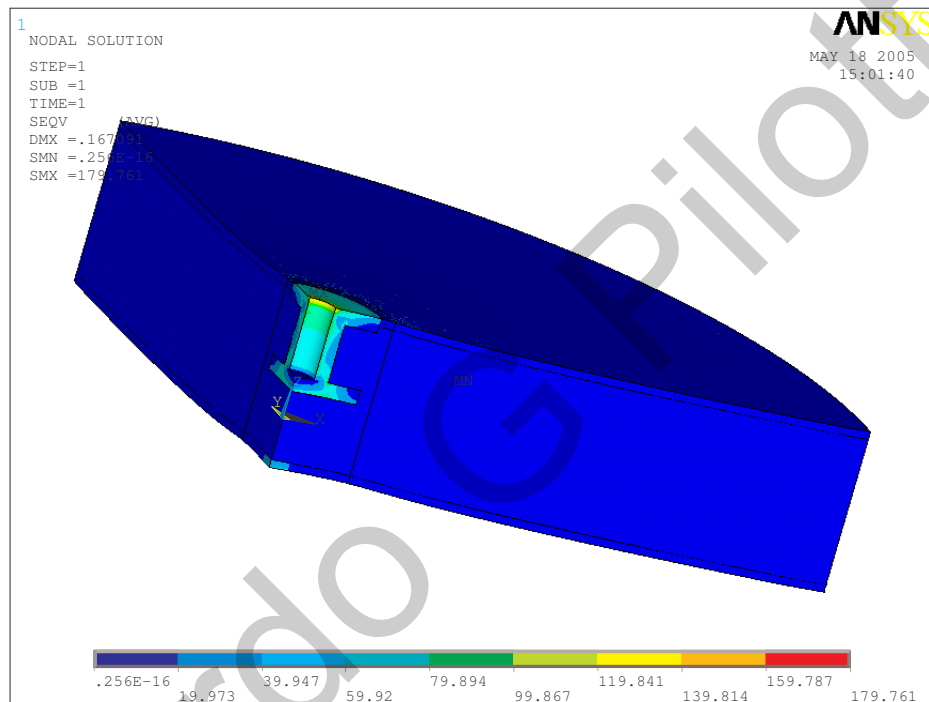


Fig.5.45 Tensioni di von Mises

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

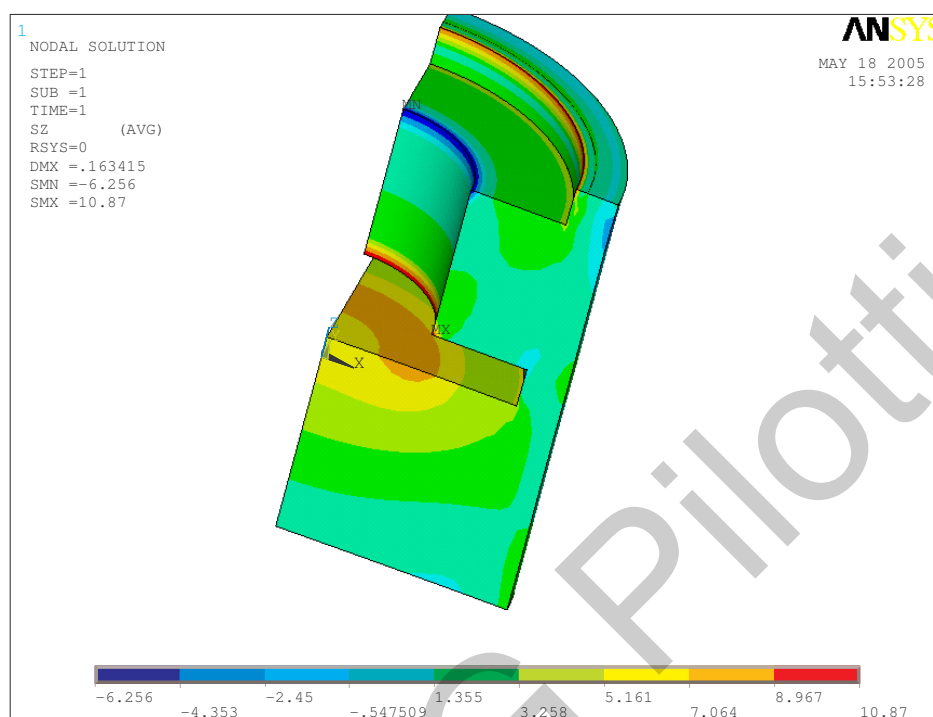


Fig. 5.46 Tensioni normali nel potting

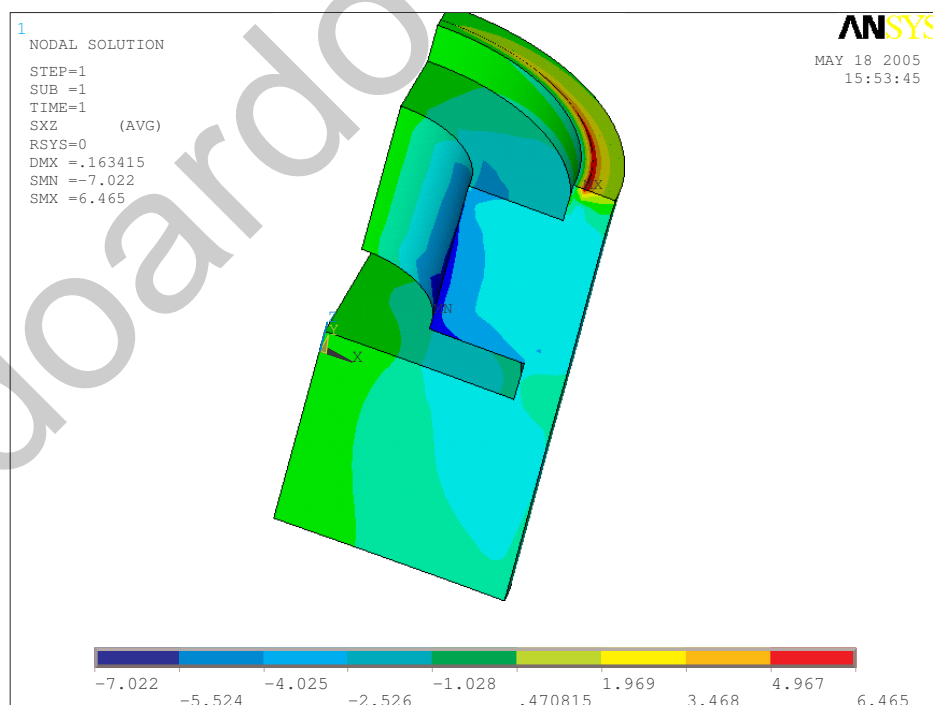


Fig. 5.47 Tensioni tangenziali nel potting

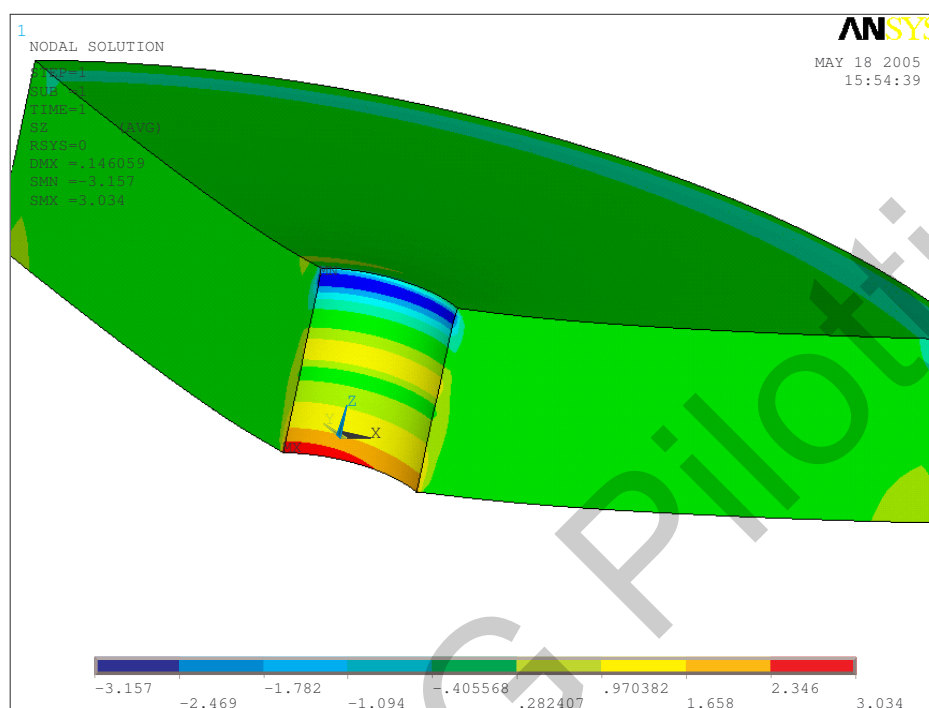


Fig. 5.48 Tensioni normali nell'honeycomb di alluminio

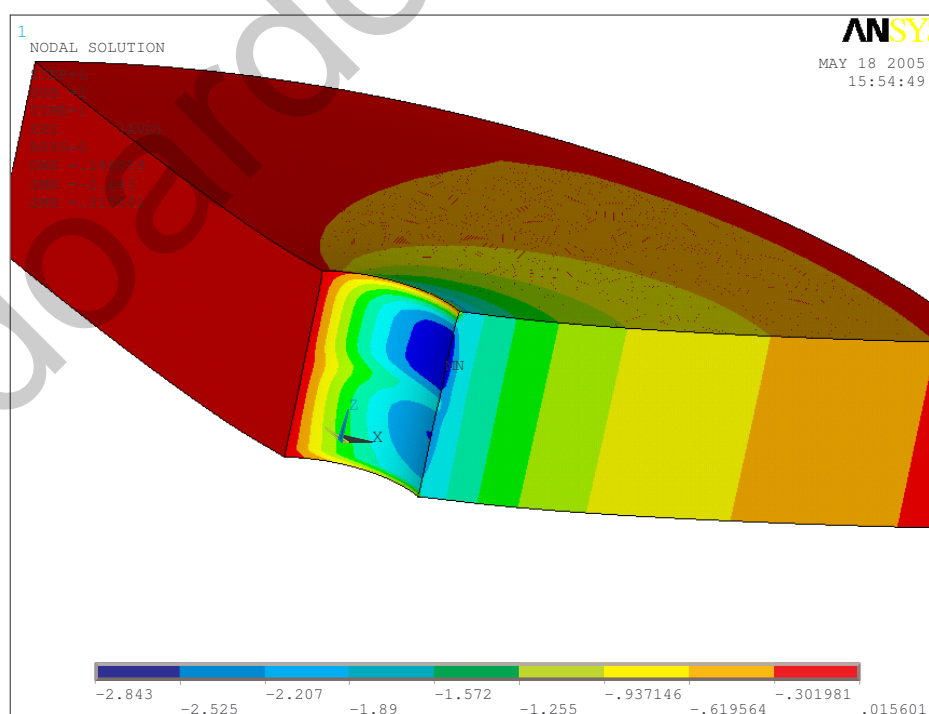


Fig. 5.49 Tensioni tangenziali nell'honeycomb di alluminio

Per il provino con nido d'ape in nomex valgono le stesse considerazioni fatte precedentemente. Di seguito sono forniti i valori numerici:

- Inserto e pelli: $\sigma_{eq}=201 \text{ MPa}$ $\sigma_{amm}=297 \text{ MPa}$
- Potting: $\sigma_{eq}=55 \text{ MPa}$, $\sigma_{amm}=35 \text{ MPa}$
 $\tau_{eq}=21 \text{ MPa}$, $\tau_{amm}=18 \text{ MPa}$
- Honeycomb: $\sigma_z=1,7 \text{ MPa}$, $\sigma_{amm}=1,6 \text{ MPa}$
 $\tau_{MAX}=1,2 \text{ MPa}$, $\tau_{amm13}=0,71 \text{ MPa}$ $\tau_{amm23}=0,49 \text{ MPa}$

poiché $\tau_{MAX} > \tau_{amm}$, allora, non è stato verificato il criterio della tensione massima all'interno dell'honeycomb. Anche il potting non supera il criterio della tensione massima e diventa critico nella zona in cui non è ricoperto dalle pelli e deve esplicare da solo le funzioni di resistenza, in questo caso, però, si può presumere che tale zona cessi di essere critica perché essa è stata introdotta solo per impedire l'instaurarsi di un vincolo nodale diretto tra pelle e inserto⁶⁸, inoltre, essa è una zona di bordo localizzata solo in superficie. Un errato montaggio, con la parziale ricopertura del potting con la pelle, però, potrebbe portare l'inserto a rompersi proprio in questa zona: si genererebbero delle cricche che indebolirebbero l'inserto in questa zona, e, propagandosi, porterebbero il provino al collasso strutturale. Le figure 5.50÷5.55 mostrano lo stato tensionale agente sulle diverse parti del provino.

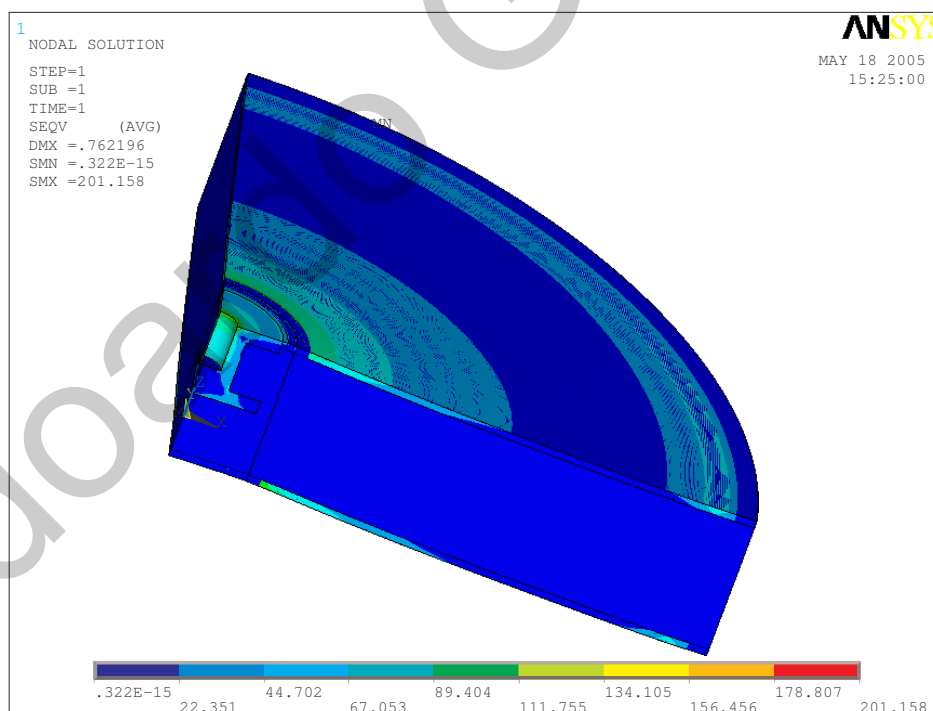


Fig. 5.50 Tensioni di von Mises

⁶⁸ Lo zona del potting non ricoperta si introduce nella modellazione numerica, ma nella realtà ciò non avviene, se non per errori costruttivi

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

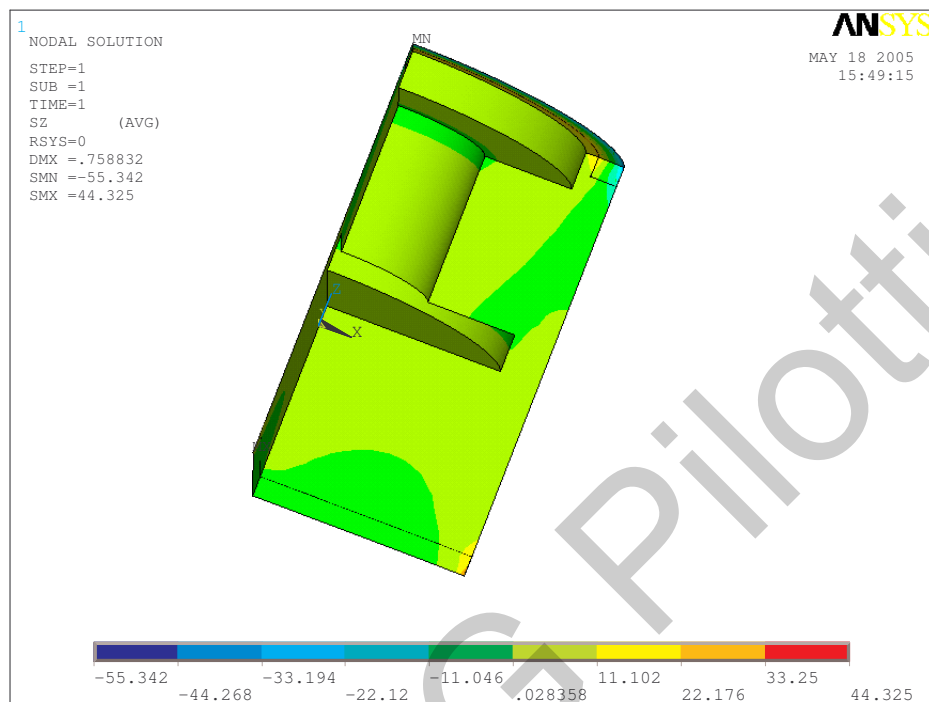


Fig. 5.51 Tensioni normali nel potting

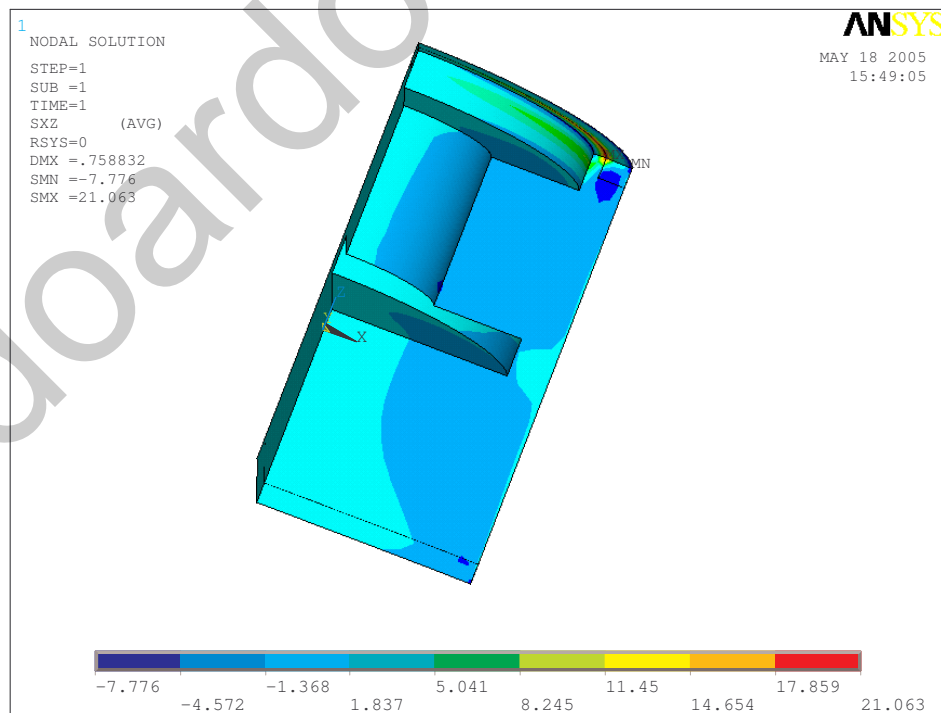


Fig. 5.52 Tensioni tangenziali nel potting

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

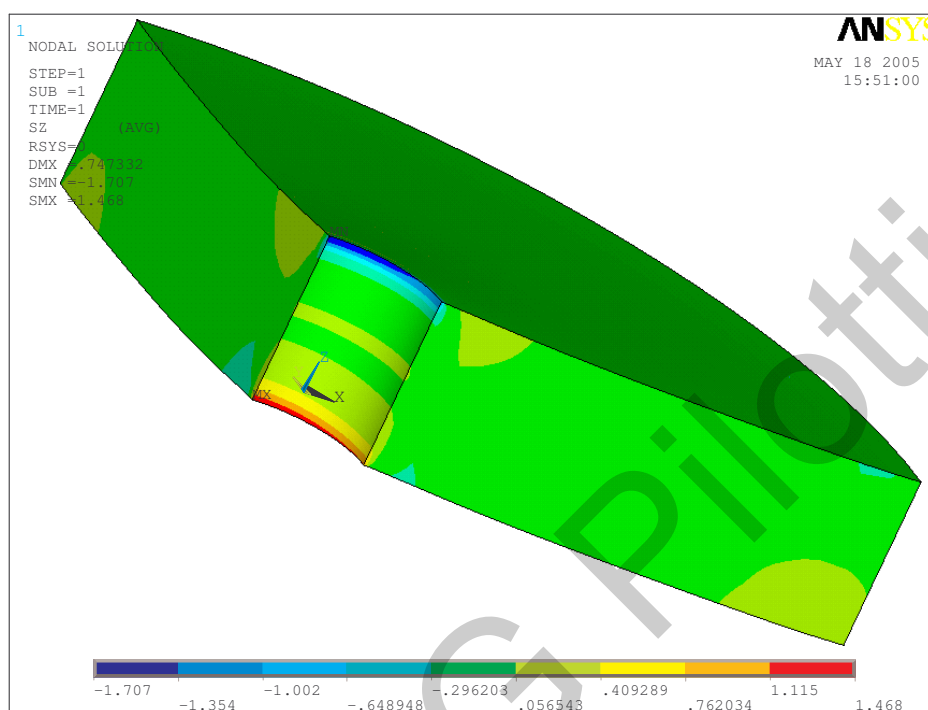


Fig. 5.53 Tensioni normali all'interno dell'honeycomb in nomex

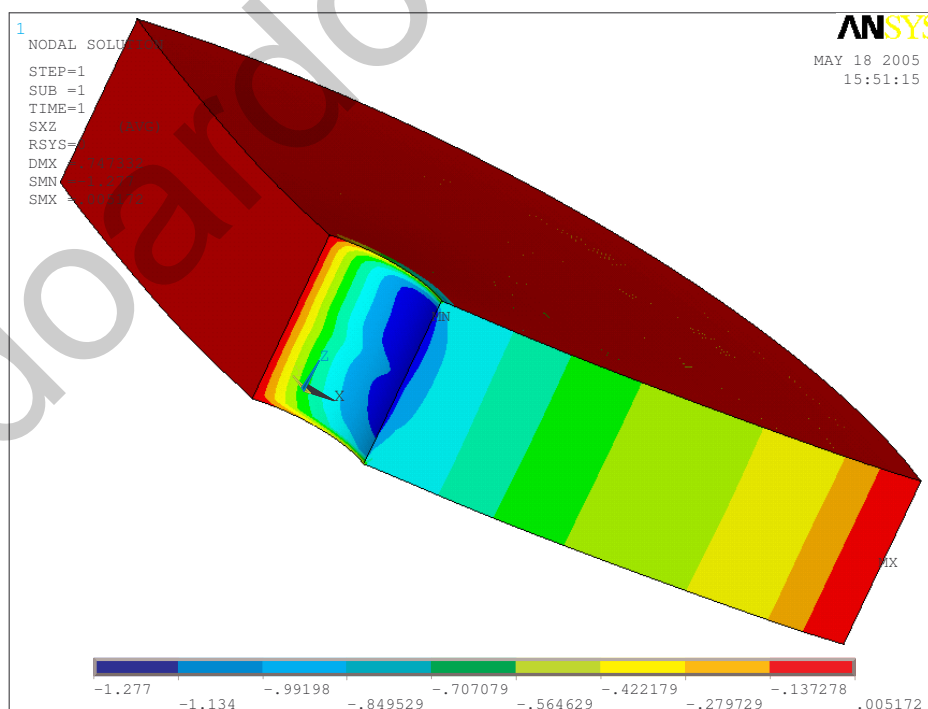


Fig. 5.54 Tensioni tangenziali τ_{xz} all'interno dell'honeycomb in nomex

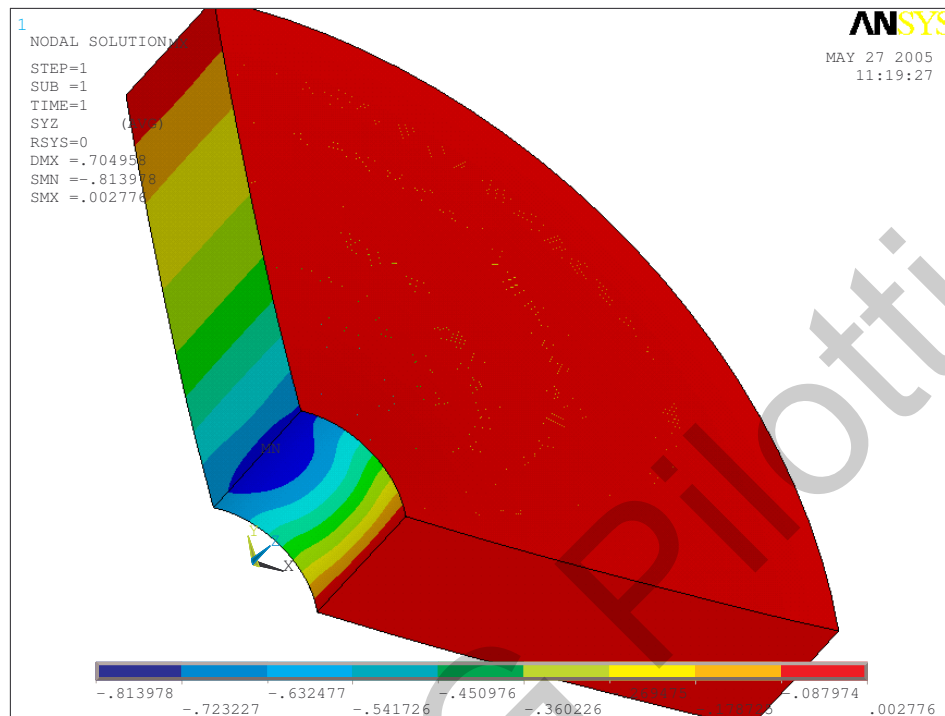


Fig. 5.55 Tensioni tangenziali τ_{yz} all'interno dell'honeycomb in nomex

L'ultimo provino 3D analizzato è quello con core in schiuma: per questa tipologia vale lo stesso procedimento effettuato in precedenza. Di seguito sono forniti i valori numerici:

- Inserto e pelli: $\sigma_{eq}=220$ MPa $\sigma_{amm}=297$ MPa
- Potting: $\sigma_{eq}=38$ MPa, $\sigma_{amm}=35$ MPa
 $\tau_{eq}=19$ MPa, $\tau_{amm}=18$ MPa
- Core: $\sigma_z=-1,88$ MPa, $\sigma_{amnt}=2,47$ MPa e $\sigma_{ammc}=2,4$ MPa
 $\tau_{eq}=2,27$ MPa, $\tau_{amm}=1,6$ MPa

poiché $\tau_{eq} > \tau_{amm}$, allora, non è stato verificato il criterio della tensione massima all'interno dell'honeycomb. Per il potting valgono le considerazioni effettuate per l'inserto con honeycomb in nomex tenendo in considerazione che in questo caso le tensioni massime sono comunque inferiori a quelle di rottura, quindi con un coefficiente di sicurezza inferiore si potrebbe comunque rientrare nel criterio di rottura della tensione massima, ma, la riduzione del coefficiente di sicurezza va valutata con particolare attenzione. La riduzione del carico agente sul provino comporta un miglioramento delle condizioni di resistenza di tutte le parti costituenti il modello. Il carico approssimativamente va ridotto del rapporto τ_{eq} / τ_{amm} che in questo caso è pari a 1,4, quindi, se il carico imposto viene diviso per questo valore il provino, approssimativamente, dovrebbe lavorare al limite dell'elasticità. Le figure 5.56÷5.60 mostrano lo stato tensionale sulle parti costituenti il modello.

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

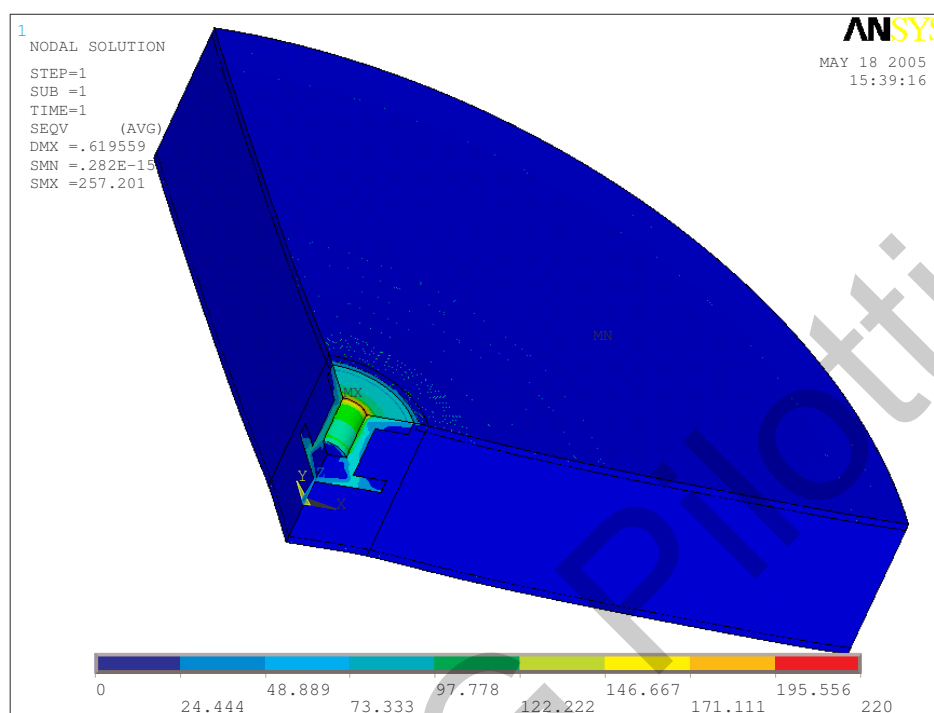


Fig. 5.56 Tensioni di von Mises

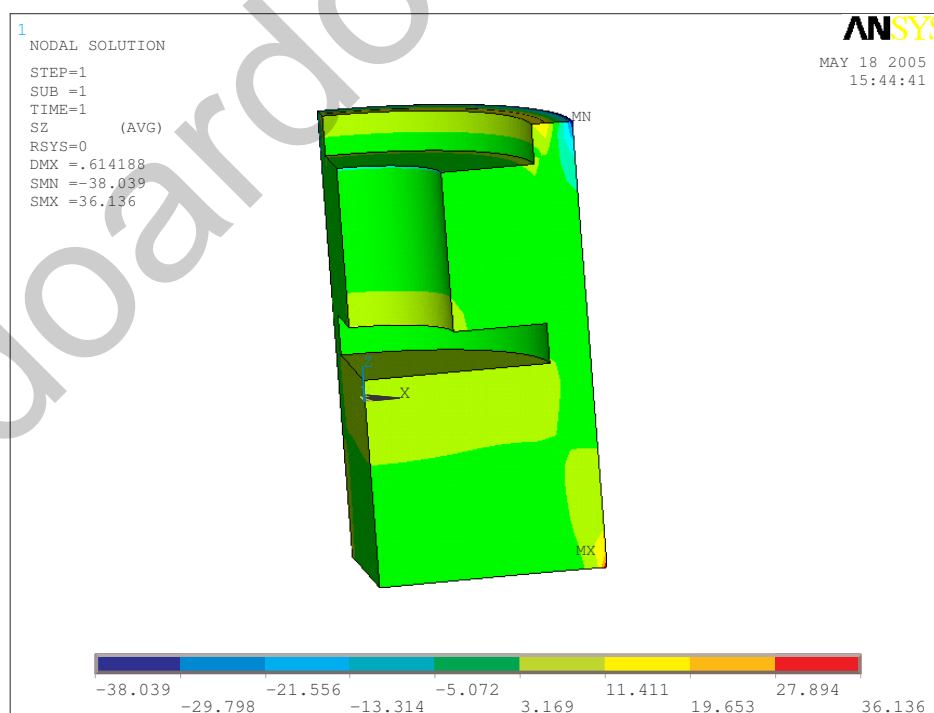


Fig. 5.57 Tensioni normali nel potting

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

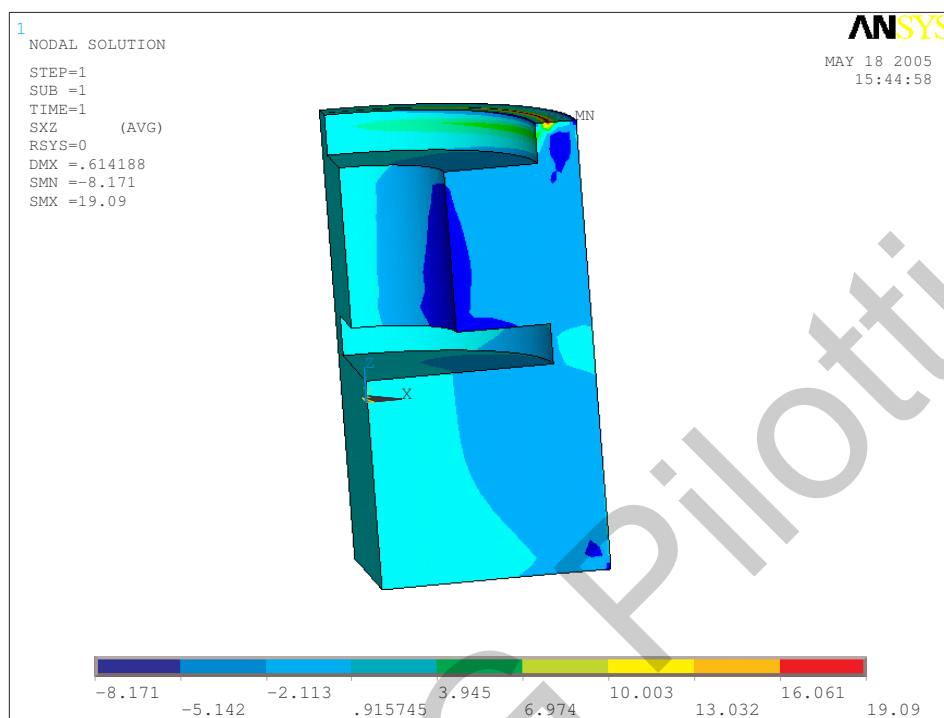


Fig. 5.58 Tensioni tangenziali nel potting

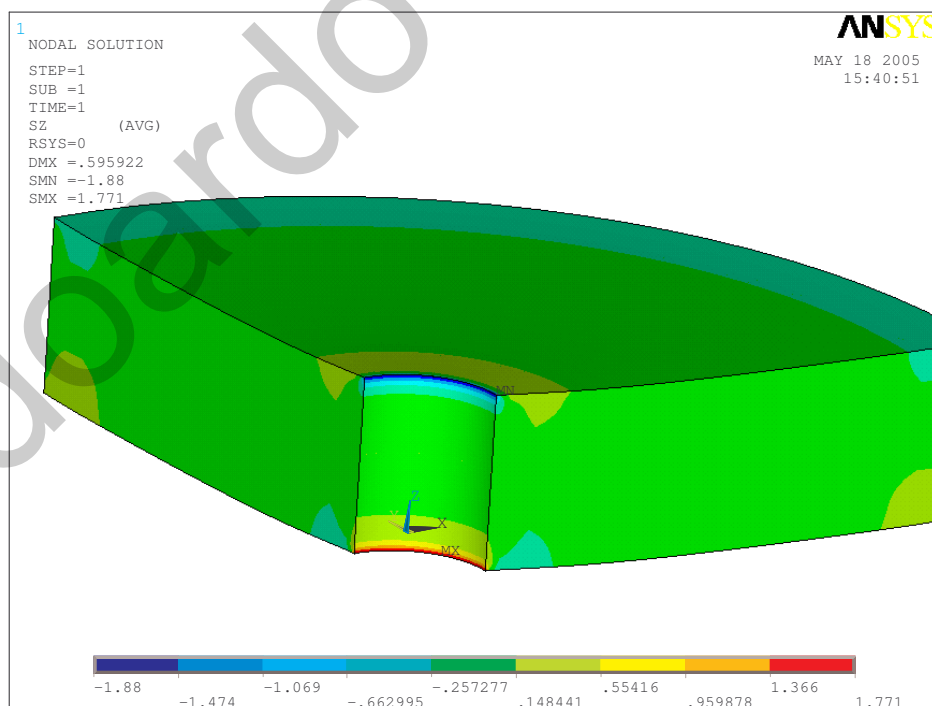


Fig. 5.59 Tensioni normali nel core in schiuma

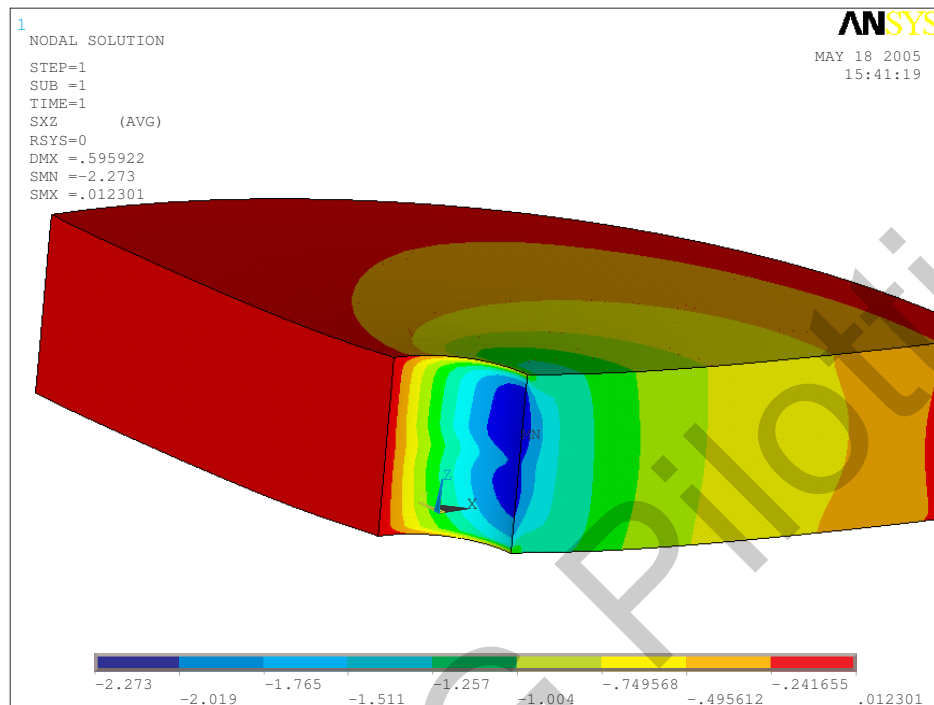


Fig. 5.60 Tensioni tangenziali nel core in schiuma

Poiché nessuno dei provini precedentemente esaminati supera il test di resistenza, riducendo il carico al valore pari a $F_z \cong \frac{F_{crit}}{(\tau_{eq}/\tau_{amm})}$, si dovrebbe verificare il criterio di rottura.

Per semplicità si studia il modello assialsimmetrico per la rapidità di analisi e di costruzione del modello. Se con un carico di 2200N si ottengono tensioni tangenziali 3÷4 volte maggiori di quelle ammissibili si prova a dimensionare lo stesso provino con un carico di 700N. Si considera sempre il coefficiente di sicurezza $c=1,5$ e si effettua il dimensionamento con il criterio della tensione massima nel potting e nell'honeycomb, mentre per gli altri componenti di alluminio si può accettare valido il criterio di von Mises, data la loro duttilità. Di seguito sono forniti i valori numerici:

- Inserto e pelli: $\sigma_{eq}=56$ MPa $\sigma_{amm}=297$ MPa
- Potting: $\sigma_{eq}=6$ MPa, $\sigma_{amm}=35$ MPa
 $\tau_{eq}=3$ MPa, $\tau_{amm}=18$ MPa
- Honeycomb: $-1,5 < \sigma_z < 3$ MPa, $\sigma_{amm t}=5$ MPa e $\sigma_{amm c}=2,3$ MPa
 $\tau_{eq}=0,88$ MPa, $\tau_{amm}=0,94$ MPa

In questo caso si può dimostrare che con il carico di trazione di 700N viene sostenuto dall'inserto senza uscire dalle condizioni di elasticità. Lo stesso ragionamento si può estendere alle altre tipologie di provini per effettuare un dimensionamento a resistenza degli stessi.

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

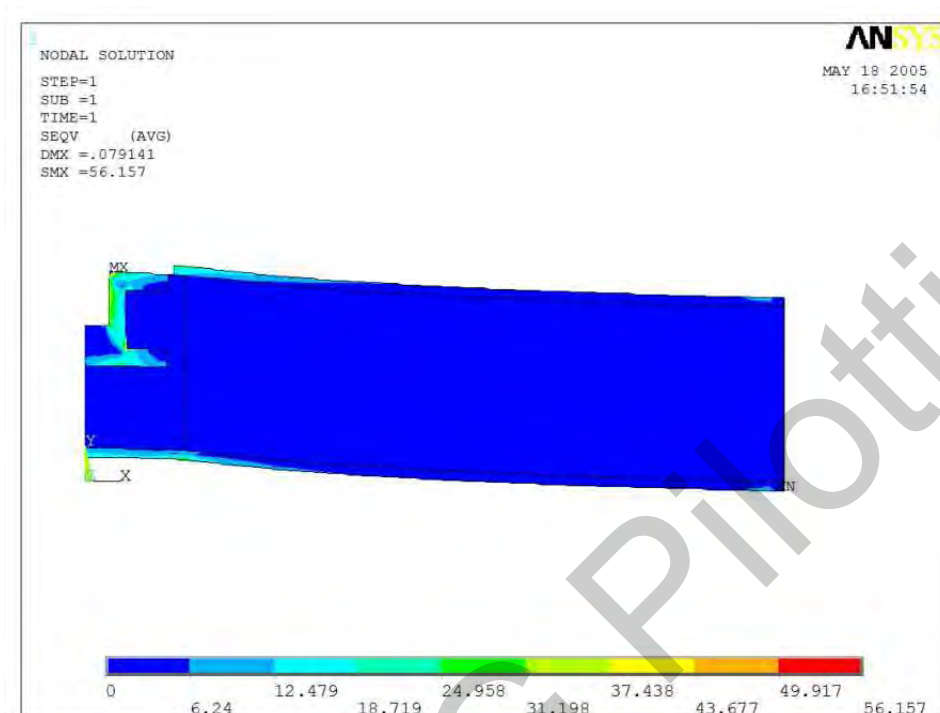


Fig. 5.61 Tensioni di von Mises



Fig. 5.62 Tensioni normali nel potting

Cap.5: Dimensionamento degli inserti

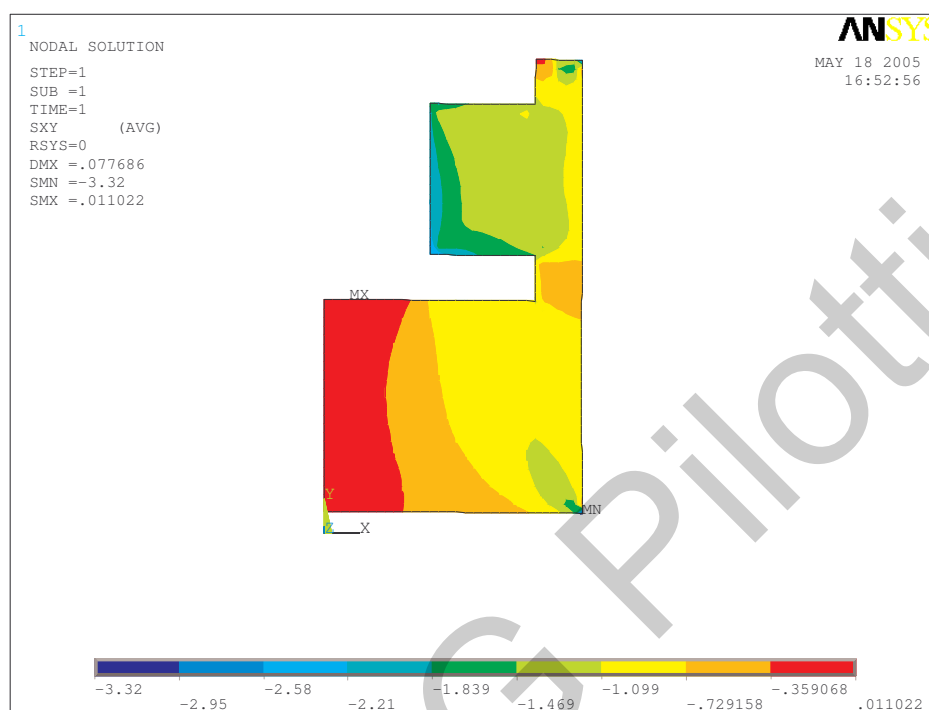


Fig. 5.63 Tensioni tangenziali nel potting

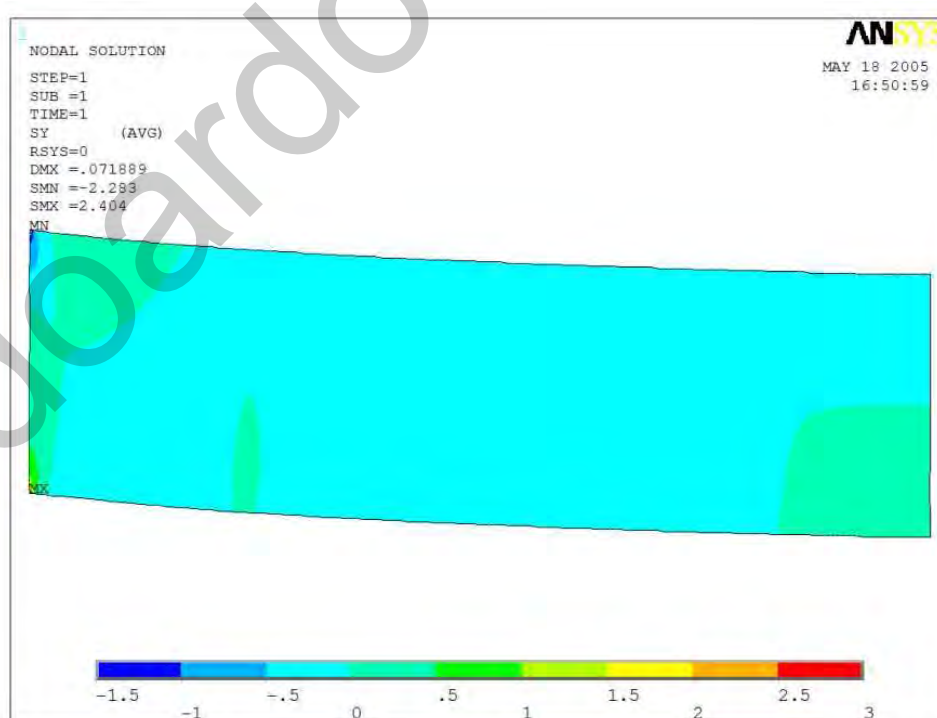


Fig. 5.64 Tensioni normali nell'honeycomb di alluminio

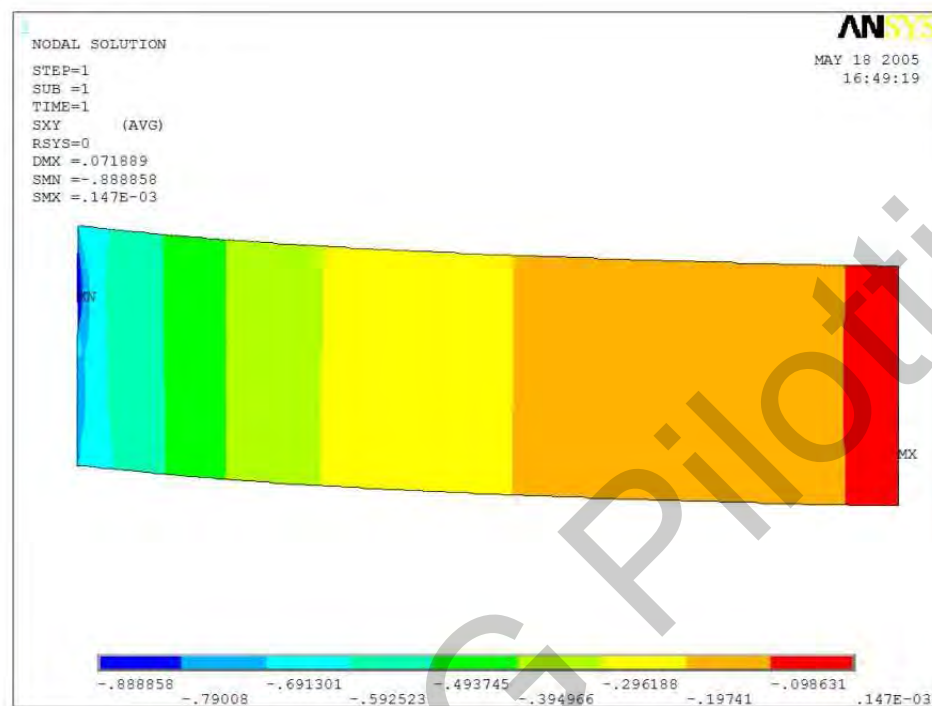


Fig. 5.65 Tensioni tangenziali nell'honeycomb di alluminio

Concludendo è stata effettuata un'analisi di rigidezza per la verifica che le deformazioni ottenute siano al di sotto del 1% in cui si manifestano evidenti fenomeni di plasticizzazione dei materiali duttili e la rottura per frattura di quelli più fragili. La figura 5.66 mostra che le deformazioni massime individuate con il criterio di von Mises non superano il valore $\epsilon_{eq}=0,25\%$: questo provino ha superato pienamente le condizioni di rottura imposte.

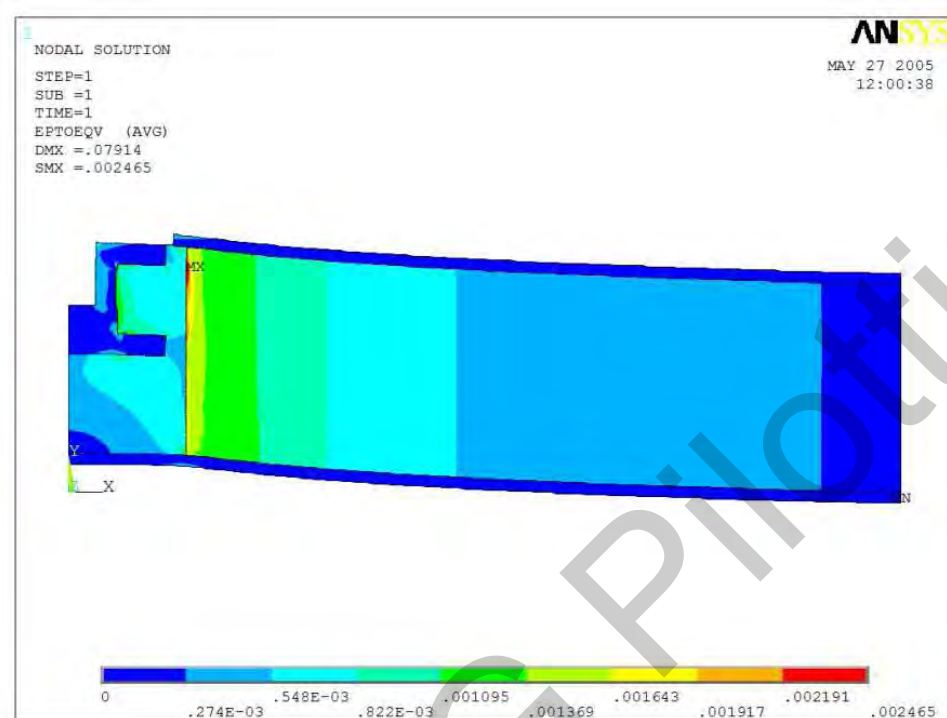


Fig. 5.66 deformazioni calcolate con il metodo di von Mises

Cap.6 Conclusioni

In questo lavoro è stato trattato il dimensionamento di inserti con funzioni di collegamento strutturale inseriti in pannelli sandwich in materiale composito. Nella parte introduttiva viene proposta una panoramica del settore dei compositi descrivendo le varie categorie di materiali, i processi tecnologici e le tipologie costruttive.

Successivamente, è stata svolta un'indagine bibliografica per individuare il livello di conoscenza attuale sull'argomento; in tale contesto è stato individuato un manuale ESA per la progettazione degli inserti ed alcuni studi aventi per oggetto una modellazione analitica e numerica del problema.

Il manuale ha fornito una rappresentazione organica dell'argomento, anche se in esso sono state riscontrate delle limitazioni legate all'impiego di materiali di vecchia generazione e configurazioni di inserto limitate ad una sola tipologia.

Il lavoro ha previsto anche la realizzazione di un software per il dimensionamento degli inserti per un'assegnata condizione di carico, per la realizzazione del programma sono stati utilizzati i dati forniti dal manuale ESA partendo da una configurazione assegnata. L'obiettivo è stato quello di affiancare al tool un database in cui inserire di volta in volta i dati ricavati dalla modellazione numerica o da prove sperimentali, allargando il panorama fornito dal manuale. Durante la fase di estrazione dei dati sperimentali dal manuale sono state riscontrate delle anomalie per alcune configurazioni della geometria o dei materiali: il carico critico non sempre è aumentato al crescere del diametro dell'inserto. Questa ed altre considerazioni legate alla disposizione degli inserti e ai materiali impiegati hanno ulteriormente stimolato l'approfondimento del problema strutturale.

La modellazione numerica agli elementi finiti è stata sviluppata per la validazione e l'estensione del database per ulteriori configurazioni sandwich-inserto. I modelli FEM che sono stati realizzati sono stati chiamati modello assialsimmetrico, 3D e full 3D. Nella prima fase di modellazione questi modelli sono stati impiegati per essere confrontati con quelli forniti dal modello analitico sviluppato da alcuni ricercatori e descritto nella bibliografia. Dal confronto tra il modello analitico e FEM delle tensioni normali e tangenziali si è notato che gli andamenti, per le tipologie d'inserto di cui si hanno a disposizione i dati analitici, sono confrontabili, confermando un buon livello di affidabilità del metodo. In questa fase si è indagata anche l'influenza della densità di mesh sui risultati numerici e si è visto che essa influenza solo le tensioni poste sulle pelli in alcune zone di singolarità ma non quelle interne al pannello sandwich.

Si è verificato, inoltre, un fenomeno di ribaltamento delle tensioni normali nella zona di interfaccia honeycomb-potting generata da fenomeni locali derivanti dalla presenza dell'inserto, molto più rigido del core, e che comportano inflessione delle pelli attorno al piano centrale delle pelli stesse e non intorno al piano centrale del provino.

Nella fase successiva sono stati analizzati provini ricavati dal manuale, in questo caso il confronto delle tensioni è stato effettuato solo tra i modelli FEM non avendo a disposizione ulteriori dati derivanti da modellazioni numeriche o prove sperimentali.

Il primo modello (assialsimmetrico) è stato il modello più semplice e più rapidamente analizzabile, ma presenta semplificazioni che nella realtà non sono presenti per la costituzione anisotropa dell'honeycomb e delle pelli.

Il secondo ha considerato il comportamento del materiale per le diverse proprietà delle pelli e del core al variare della direzione nel piano trasversale. Il modello rimane ancora di semplice generazione, ma nasce il problema dei tempi di calcolo e dell'entità dello spazio occupato sull'hard disk.

Il terzo livello di modellazione ha sviluppato la reale geometria del provino con la modellazione delle celle dell'honeycomb e la forma reale del potting. In questo caso, oltre ai problemi legati all'hardware, si aggiunge il problema non trascurabile della rapidità di generazione del modello.

Le analisi hanno mostrato come le tensioni massime si verificano in prossimità dell'interfaccia honeycomb potting in corrispondenza dei fogli a singola parete. La difficile reperibilità delle caratteristiche meccaniche omogeneizzate dell'honeycomb per una fissata configurazione ha imposto di procedere ad una simulazione numerica del comportamento del materiale fuori dal sandwich.

Lo studio è proseguito effettuando analisi comparative tra i diversi modelli esaminati e tra le diverse tipologie di nido d'ape, quindi sono state effettuate delle analisi per valutare l'influenza dell'altezza e del diametro dell'inserto. Le prove hanno mostrato che tra i diversi modelli vi sono analogie e, con le opportune ipotesi, possono essere confrontati tra loro sia in termini di rigidità che di resistenza. I diversi tipi di honeycomb hanno mostrato una maggiore resistenza dei provini con core in alluminio rispetto a quelli in nomex o schiuma. L'influenza dell'altezza e del diametro dell'inserto con il carico critico ci ha portato a concludere che all'aumentare delle dimensioni dell'inserto si ha un aumento del carico critico. A tal proposito, tuttavia, il manuale ha mostrato che all'aumentare del diametro non sempre ciò avviene. Questo fenomeno non è stato riscontrato nelle analisi FEM e, per questo, in un successivo lavoro, si richiede di analizzare più approfonditamente il fenomeno sia a livello di simulazione numerica, ma soprattutto con prove sperimentali, per dare una spiegazione a un fenomeno che a prima vista risulterebbe incomprensibile.

L'ultima fase dello studio di tesi ha riguardato la verifica a rottura, questa fase è molto delicata poiché le analisi effettuate sono di tipo elastico-lineare, impiegando criteri di rottura come quello di von Mises o della tensione massima.

Lo stadio raggiunto con la presente attività ha messo in evidenza la necessità di alcuni approfondimenti e lascia aperti alcuni problemi. Le analisi successive devono mirare a descrivere il comportamento del provino anche oltre il limite di elasticità e descrivere in maniera più rigorosa le interfacce fra i diversi

materiali. In ambito di simulazione numerica, lo sviluppo futuro dovrebbe considerare i seguenti aspetti:

- Non linearità dei materiali;
- Non linearità geometriche;
- Caratterizzazione meccanica delle interfacce:
 - i. Inserto/potting
 - ii. Potting/honeycomb
 - iii. Pelli/honeycomb
 - iv. Pelli/potting

La fase più importante rimane, però, quella della validazione sperimentale: vanno effettuate delle prove in laboratorio per simulare la prova di pull-out e verificare, attraverso estensimetri posti lungo le direzioni di maggior interesse, lo stato tensionale durante tutta la prova fino a raggiungere le condizioni di rottura.

Infine potrebbero essere analizzate anche configurazioni di carico diverse, anche combinate, che simulino anche condizioni di taglio e/o flessione.

BIBLIOGRAFIA

- [1] D.Galante, Tesi di laurea **Ricerca teorica e sperimentale sul comportamento meccanico degli inserti metallici in pannelli sandwich** Università dell'Aquila;
- [2] O.T.Thomsen, **Sandwich plates with “through the thickness” and “fully potted” inserts: evaluation of differences in structural performances**, Composites structures vol. 40 n°2 (1998);
- [3] O.T.Thomsen, W.Rits, **Analysis and design of sandwich plates with inserts—a high-order sandwich plate theory approach**, Composites Part B **29B** (1998);
- [4] R.W.Thompson, F.L.Matthews, B.P.O'Rourke, **Load attachment for honeycomb panels in racing cars**, Materials & Design vol.16 n°3 (1995);
- [5] E. Bozhevolnaya, A. Lyckegaard, **Structurally graded core inserts in sandwich panels**, Composite Structures n°68 (2005);
- [6] E. Bozhevolnaya, A. Lyckegaard, O.T.Thomsen, V.Skvortsov, **Local effects in the vicinity of inserts in sandwich panels**, Composites: Part B 35 (2004);
- [7] G. Caligiana, F. Cesari, **I materiali composite**, Pitagora editrice Bologna (2002);
- [8] L.C. Dell'Acqua, **Meccanica delle strutture** vol.1-2-3 ;
- [9] European Space Agency, **Insert design handbook**, ESA PSS-03-1202, Issue 1, 1987;
- [10] ANSYS Release 8.0 documetation by SAS IP (2003);
- [11] I.G.Masters, K.E.Evans, **Models for the elastic deformation of honeycombs**, Composites Structures n°35 (1996);
- [12] D. Mohr, M. Doyoyo, **Large plastic deformation of metallic honeycomb: orthotropic rate-indipendent constitutive model**, International Journal of Solid and Structures n°41 (2004);

- [13] X. Frank Xu, Pizhong Qiao, **Homogenized properties of honeycomb sandwich with skin effect**, International Journal of Solid and Structures n°39 (2002);
- [14] Cheng-Hsin Chuang, Jong-Shin Huang, **Theoretical expression for describing the stiffness and strength of regular hexagonal honeycombs with Plateau borders**, Materials and Design n°24 (2003);

Edoardo G Piloti

Riferimenti Web

<http://www.hexcel.com>

<http://www.atr.it>

<http://www.araldite.it>

<http://www.ansys.com>

<http://www.elsevier.com>

<http://www.ing.univaq.it>⁶⁹

<http://w3.ing.uniroma1.it>

<http://www.unimo.it>

⁶⁹ Vedi Motori di ricerca periodici on line: CASPUR

APPENDICI

Appendice A: Proprietà dei pannelli sandwich

ESA PSS-03-1202 Issue 1 (June 1987)

No.	Investigated Core Types	
	Core Designation*)	Material
1	3/16-5052-.0007	Aluminium Alloy
2	3/16-5052-.001	
3	1/8 -5052-.0007	
4	1/8 -5052-.001	
5	3/16-5056-.0007	
6	3/16-5056-.001	
7	1/8 -5056-.0007	
8	1/8 -5056-.001	
9	HRH10-3/16-2.0	Nylon fiber/phenol resin (NOMEX)
10	HRH10-3/16-3.0	
11	HRH10-3/16-4.0	
12	HRH10-1/8 -1.8	
13	HRH10-1/8 -3.0	
14	HRH10-1/8 -4.0	
15	HRP - 3/16-4.0	GFRP
16	HRP - 3/16-5.5	

*) used designation key:
1 - 8: cell size - core alloy - foil thickness
9 - 16: material - cell size - density

Fig. A.1 Tipologie di core

Appendice A: Proprietà dei pannelli sandwich

ESA PSS-03-1202 Issue 1 (June 1987)

Laminate	Fibre Orientation outer fibre inner fibre	E_0^{90} basic test theor. * (N/mm ²)	σ_0^{90} max. basic test theor. * (N/mm ²)	P_{max} , test (N)	failure modes	tension compression	d_{int}^{**} w
914 C - T300	0/90	75,047	812 790	2653 2760	dimpling	T C	0.25
	90/0	75,047	812 790	2253 2160	dimpling	T C	
	45/-45	13,086	151 288	2660 2381	bearing dimpling	T C	
	45/0/-45	57,714	645 602	4653 4163	bearing	T C	
	22.5/-22.5/-67.5	37,610	319 380	4531 4315	bearing	T C	
	60/0/60	52,631	568 589	3870 3813	bearing	T C	
	30/-30/90	27,344	216 293	3605 3558	bearing	T C	
	0/90	95,542	545 410	1825 2128	tensile dimpling	T C	
914 C - HM	45/-45	12,518	80 118	1931 2069	tensile	T C	
914 C - T300	45/-45	13,086	151 228	2234 1849	bearing tensile bearing tensile	T C	0.16

* The underlined properties determined by laminate theory
 ** Insert Diameter/Specimen width

Fig. 1.2.7: Failure Mode and Shear Load Capability of Tested CFRP Facings

Fig.A.2 Proprietà delle lamine

Appendice A: Proprietà dei pannelli sandwich

ESA PSS-03-1202 Issue 1 (June 1987)

Designation*	Properties taken from supplier's data sheet	Properties determined by test**	Density γ_c kg/m ³	Cell Size S_c mm	Foam thickness t_f mm	Shear Modulus			Shear Strength			Perpend. Strength	
						G_{L-2} N/mm ²	G_{W-2} N/mm ²	G_{C-2} N/mm ²	T_{crit} N/mm ²	T_{Wcrit} N/mm ²	T_{Ccrit} N/mm ²	Tensile σ_c N/mm ²	Compressive σ_c N/mm ²
316-5052 -0007p	guar typ	min av	28.8 32.0	4.8	0.02	185	98	32.8	0.55 0.63	0.32 0.48	0.44 0.57	2.77 3.08	0.69 0.93
316-5052 -001p	guar typ	min av	48.7 49.7	4.8	0.03	310	152	50.8	1.07 1.45	0.62 0.90	0.94 1.22	4.31 4.79	1.48 2.00
18-5052 -0007p	guar typ	min av	44.7 49.7	3.2	0.02	310	152	50.8	1.07 1.45	0.62 0.90	0.84 1.22	4.31 4.79	1.48 2.00
18-5052 -001p	guar typ	min av	64.0 71.1	3.2	0.03	483	219	71.3	1.97 2.34	1.16 1.52	1.58 2.06	6.16 6.85	2.79 3.75
316-5056 -0007p	guar typ	min av	28.8 32.0	4.8	0.02	185	90.0	30.0	0.72 0.97	0.34 0.59	0.46 0.80	3.36 3.77	0.82 1.10
316-5056 -001p	guar typ	min av	44.7 49.7	4.8	0.03	310	138	46.0	1.38 1.76	0.76 1.07	1.03 1.30	5.26 5.85	1.79 2.48
18-5056 -0007p	guar typ	min av	44.7 49.7	3.2	0.02	310	138	46.0	1.38 1.76	0.76 1.07	1.03 1.30	5.26 5.85	1.79 2.48
18-5056 -001p	guar typ	min av	64.0 71.1	3.2	0.03	483	193	64.3	2.41 2.93	1.41 1.76	1.92 2.22	7.60 8.46	3.44 4.03

*Designation key see Fig. 1.2.9

**Based on the insert capability plots, Sect. 2.1.2.2, the values are considered as P = 50%, and test properties are taken from supplier's data sheet.

Tab. 1.2.7.1: Properties of Aluminum Cores

Fig. A.3 Proprietà dei core in alluminio

ESA PSS-03-1202 Issue 1 (June 1987)

Designation*	Properties taken from supplier's data sheet ***	Properties determined by test ***	Density γ_c kg/m ³	Cell Size S_c mm	Foam thickness t_o mm	Shear Modulus				Shear Strengths			Perpendicular Strength	
						G_{TL} N/mm ²	G_{TL} N/mm ²	G_{TL} N/mm ²	G_{TL} N/mm ²	τ_{Lact} N/mm ²	τ_{Went} N/mm ²	τ_{Cent} N/mm ²	Tensile $\sigma_{c\text{ axial}}$ N/mm ²	Compressive $\sigma_{c\text{ axial}}$ N/mm ²
HRH 10- 1/8-1.8	guar typ	min av	25.9 25.8	3.2		25.5	13.8	4.6		0.45 0.62	0.25 0.34	0.34 0.48	0.59 0.90	0.50 0.90
HRH 10- 1/8-3.0	guar typ	min av	43.2 48.0	3.2		48.3	24.1	8.0		1.12 1.24	0.50 0.66	0.80 0.90	1.86 2.28	1.00 2.28
HRH 10- 1/8-4.0	guar typ	min av	57.6 64.0	3.2		63.5	32.4	10.8		1.55 1.69	0.77 0.97	1.05 1.32	3.24 3.86	3.24 3.86
HRH 10- 3/16-2.0	guar typ	min av	28.8 32.0	4.8		29.0	15.2	5.1		0.50 0.76	0.28 0.38	0.38 0.52	0.72 1.03	0.72 1.03
HRH 10- 3/16-3.0	guar typ	min av	43.2 48.0	4.8		48.3	24.1	8.0		0.93 1.24	0.46 0.66	0.63 0.90	1.86 2.28	1.90 2.28
HRH 10- 3/16-4.0	guar typ	min av	57.6 64.0	4.8		63.5	32.4	10.8		1.55 1.69	0.77 0.97	1.05 1.32	3.24 3.86	3.24 3.86
HRP - 3/16-4.0	guar typ	min av	28.8 32.0	4.8		79	34	11.3		1.45 1.79	0.76 0.96	1.03 1.31	3.31 4.14	3.31 4.14
HRP - 3/16-5.5	guar typ	min av	75.6 64.0	4.8		134	59	19.7		2.55 2.93	1.31 1.52	1.78 2.08	5.17 6.48	5.17 6.48

Tab. 1.2.7.2: Properties of Non-Metallic Cores

***Designation key see Fig. 1.2.9

***Basis of the insert capability plots, Sect. 2.1.2.2

***Not available

Fig. A.4 Proprietà di core non metallici

Appendice A: Proprietà dei pannelli sandwich

ESA PSS-03-1202 Issue 1 (June 1987)

Core Cell Size $S_c = 4.8 \text{ mm} \approx 3/16''$							
Insert Diameter d_i		9	11	14	17.5	22	mm
Radius of Potting b_p	min	7.70	8.63	10.03	11.66	13.75	mm
	typ	8.28	9.28	10.78	12.54	14.79	mm
Real potting	min	6.18	7.18	8.64	10.43	12.68	mm
Radius b_R	typ	6.9	7.9	9.4	11.15	13.4	mm

Core Cell Size $S_c = 3.2 \text{ mm} \approx 1/8''$							
Insert Diameter d_i		9	11	14	17.5	22	mm
Radius of Potting b_p	min	6.33	7.26	8.66	10.29	12.39	mm
	typ	6.49	7.42	8.82	10.45	12.55	mm
Real potting	min	5.62	6.62	8.12	9.87	11.12	mm
Radius b_R	typ	6.1	7.1	8.6	10.35	12.6	mm

$$b_{p \text{ min}} = 0.93192 \cdot b_i + 0.874 S_c - 0.66151; \quad b_{R \text{ min}} = b_i + 0.35 S_c;$$

$$b_{p \text{ typ}} = 1.002064 \cdot b_i + 0.94035 S_c - 0.7113; \quad b_{R \text{ typ}} = b_i + 0.5 S_c;$$

$$b_i = 0.5 d_i$$

Fig. A.5 Raggio effettivo e reale del potting per core in alluminio

Appendice A: Proprietà dei pannelli sandwich

ESA PSS-03-1202 Issue 1 (June 1987)

Core Cell Size $S_c = 4.8 \text{ mm} \pm 3/16''$							
Insert Diameter d_i		9	11	14	17.5	22	mm
Radius of	min	7.41	8.31	9.66	11.24	13.26	mm
Potting b_p	typ	8.34	9.34	10.84	12.59	14.84	mm
Real potting	min	6.18	7.18	8.64	10.43	12.68	mm
Radius b_R	typ	6.9	7.9	9.4	11.15	13.4	mm

Core Cell Size $S_c = 3.2 \text{ mm} \pm 1/8''$							
Insert Diameter d_i		9	11	14	17.5	22	mm
Radius of	min	6.29	7.19	8.54	10.12	12.14	mm
Potting b_p	typ	7.04	8.06	9.56	11.31	13.56	mm
Real potting	min	5.62	6.62	8.12	9.87	12.12	mm
Radius b_R	typ	6.1	7.1	8.6	10.35	12.6	mm

$$b_{p \text{ min}} = 0.9 b_i + 0.7 S_c ; \quad b_{R \text{ min}} = b_i + 0.35 S_c ;$$
$$b_{p \text{ typ}} = b_i + 0.8 S_c ; \quad b_{R \text{ typ}} = b_i + 0.5 S_c ;$$
$$b_i = 0.5 d_i$$

Fig. A.6 Raggio effettivo e reale del potting per core non metallici

Appendice B: Software per il dimensionamento

La prima fase del dimensionamento consiste nell'estrazione dei risultati sperimentali presenti nel manuale dell'ESA, essi sono stati riportati in diagrammi in cui le ordinate rappresentano il carico sostenibile dall'inserto, mentre le ascisse lo spessore delle pelli; il diametro dell'inserto, invece, viene rappresentato come parametro al variare del tipo di honeycomb.

La rappresentazione di questi grafici viene riportata nel seguito in due diagrammi per ogni tipologia di honeycomb, il primo dei quali rappresenta i valori sperimentali estratti dal manuale (4 punti per curva), i cui valori sono soggetti all'interpolazione, mentre il secondo mostra anche le estrapolazioni lineari (fuori dall'intervallo preso in esame) attraverso l'uso di linee di tendenza lineari che sono poi utilizzate per la risoluzione del problema al di fuori del campo in esaminato nel manuale.

Il software vuole mettere in relazione il carico a cui è sottoposto l'inserto con il carico ammissibile, che deriva da queste curve, e perciò sono fornite allo scopo, all'interno dei grafici, le relazioni, cioè le funzioni che rappresentano le interpolazioni e le estrapolazioni.

Il campo esaminato è solo una parte dei dati forniti dal manuale e, in particolare, le tipologie esaminate sono state riassunte nella tab. A.1, il problema si può generalizzare inserendo tutti i valori forniti dal manuale e gli andamenti dei carichi critici ottenuti da prove numeriche e/o sperimentali in un database che si possa consultare attraverso un software strutturato in maniera simile a quello costruito di seguito. Allo scopo si potranno inserire delle query per conoscere il carico ammissibile per ogni configurazione e tipologia di inserto e di pannello sandwich. Un ulteriore passo può essere poi quella di indagare possibili analogie di comportamento per ricavare delle relazioni empiriche semplificate utili per un predimensionamento di massima.

Tipo inserto	Tipo honeycomb	Altezza honeycomb [mm]	Altezza inserto [mm]	Diametro inserto [mm]	Tipo pelli (Alluminio)	Spessore pelli
Fully potted	1/8-5052-0.0007	15	15	9	generica	Generico (0÷3 mm)
	1/8-5052-0.001	20	20	11		
	1/8-5052-0.0007	25	25	14		
	1/8-5052-0.0001			17.5		
	HRH10-1/8-1.8			22		
	HRH10-1/8-3.0					
	HRH10-1/8-4.0					

Tab. B.1 Tipologie di inserti esaminati

Appendice B: Software per il dimensionamento

Si rappresentano, ora, ora i grafici derivanti dai valori sperimentali ottenuti dall'ESA per altezze dell'honeycomb di 15mm:

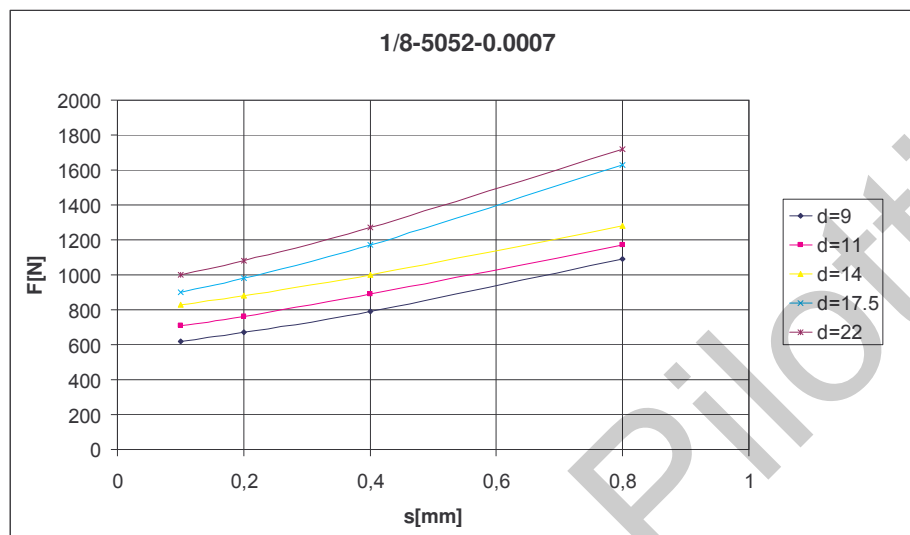


Fig. B.1 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5052-0.0007

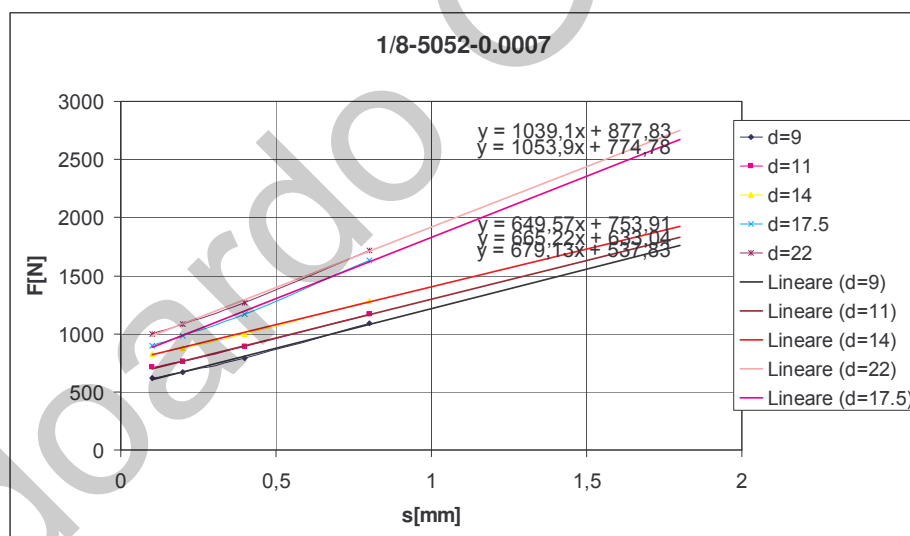


Fig. B.2 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5052-0.0007

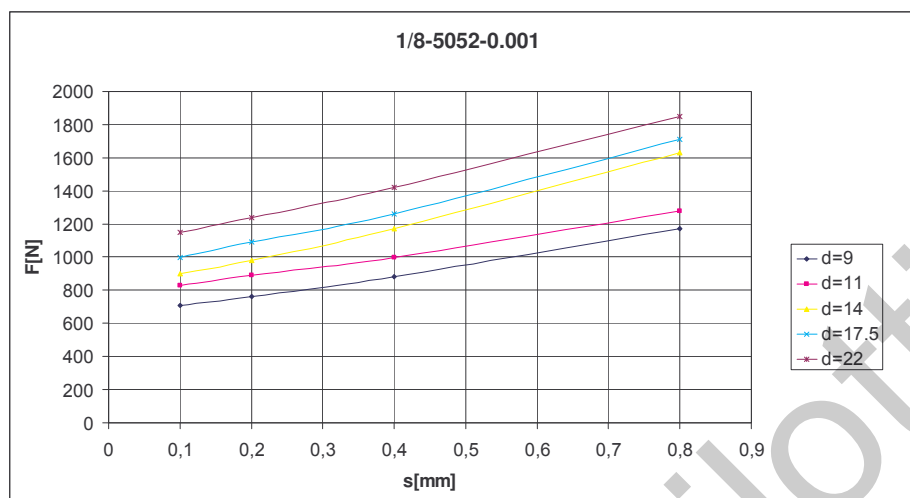


Fig. B.3 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5052-0.001

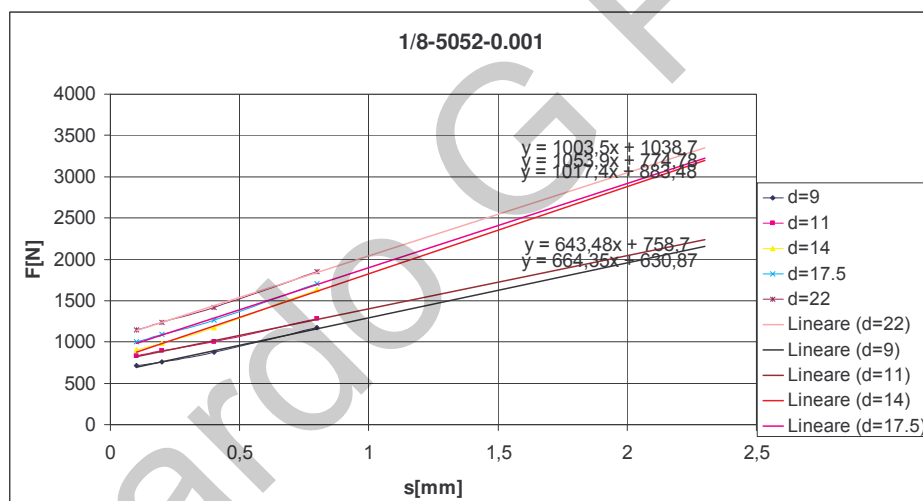


Fig. B.4 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5052-0.001

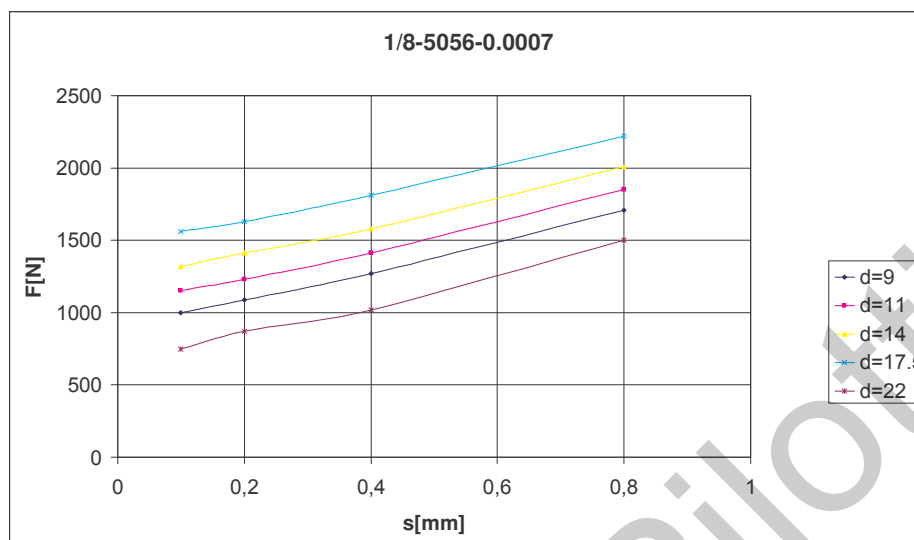


Fig. B.5 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5056-0.0007

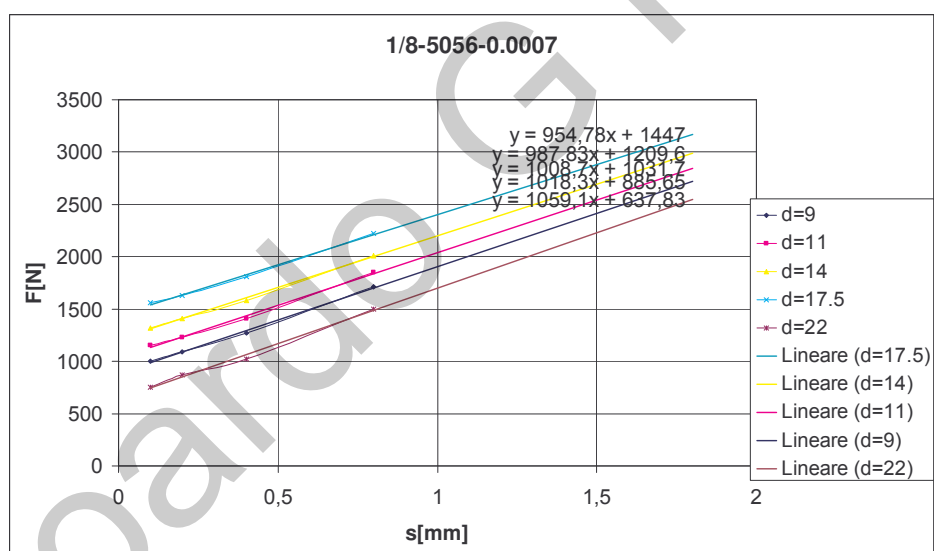


Fig. B.6 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5056-0.0007

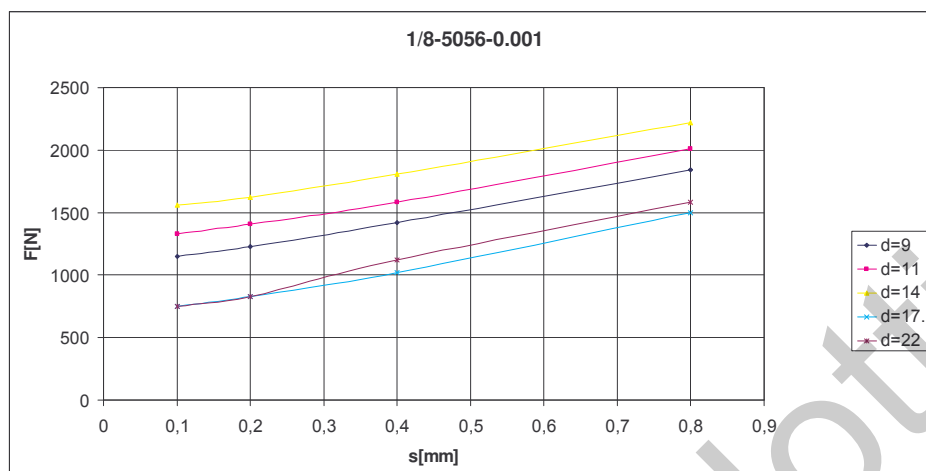


Fig. B.7 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5056-0.001

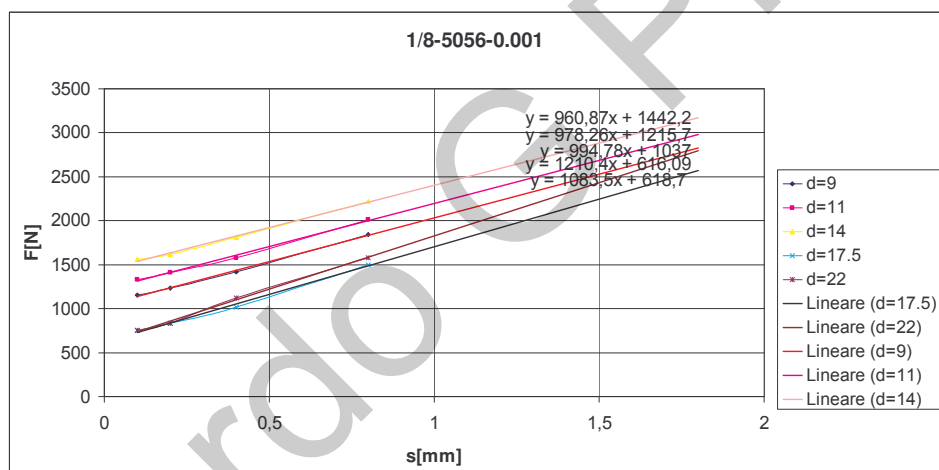


Fig. B.8 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5056-0.001

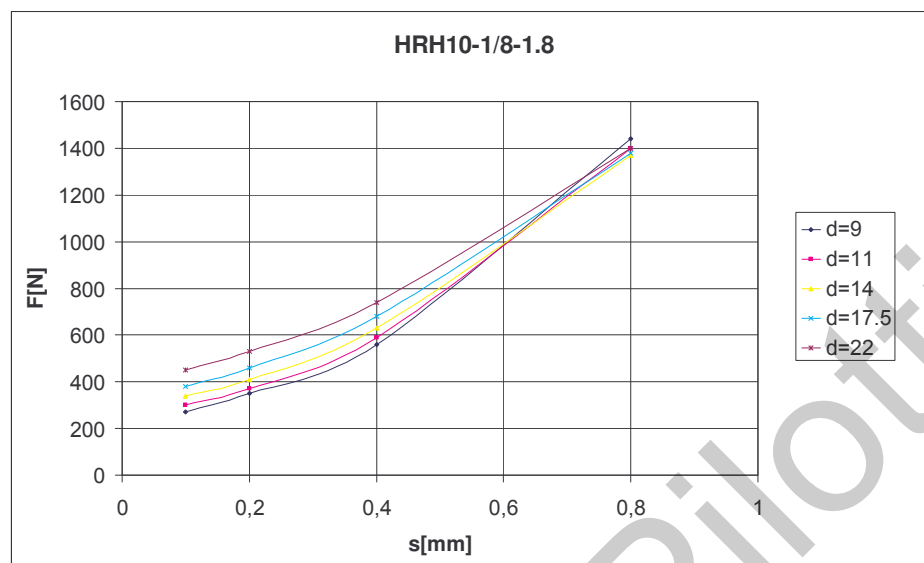


Fig. B.9 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core HRH10-1/8-1.8

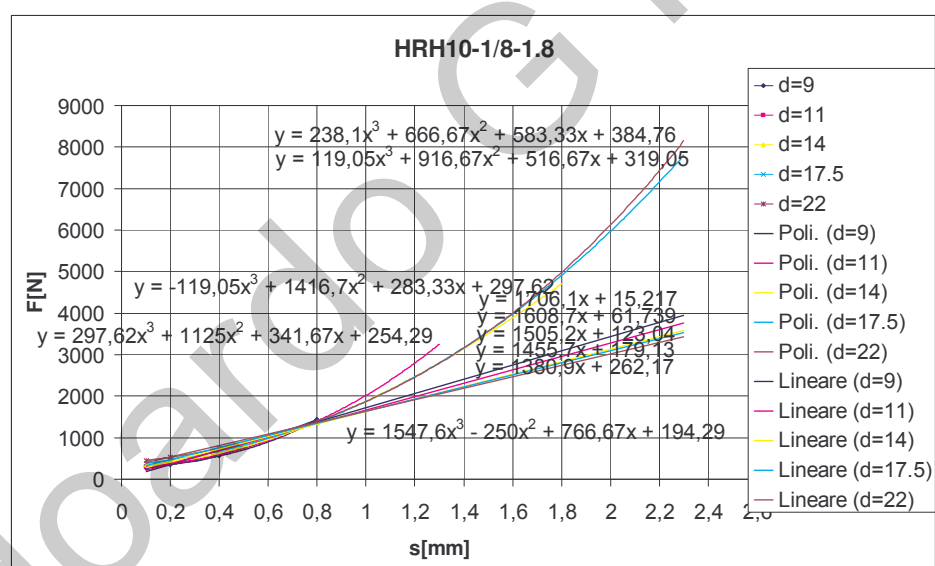


Fig. B.10 carico critico: etrapolazione ed equazioni, core HRH10-1/8-1.8

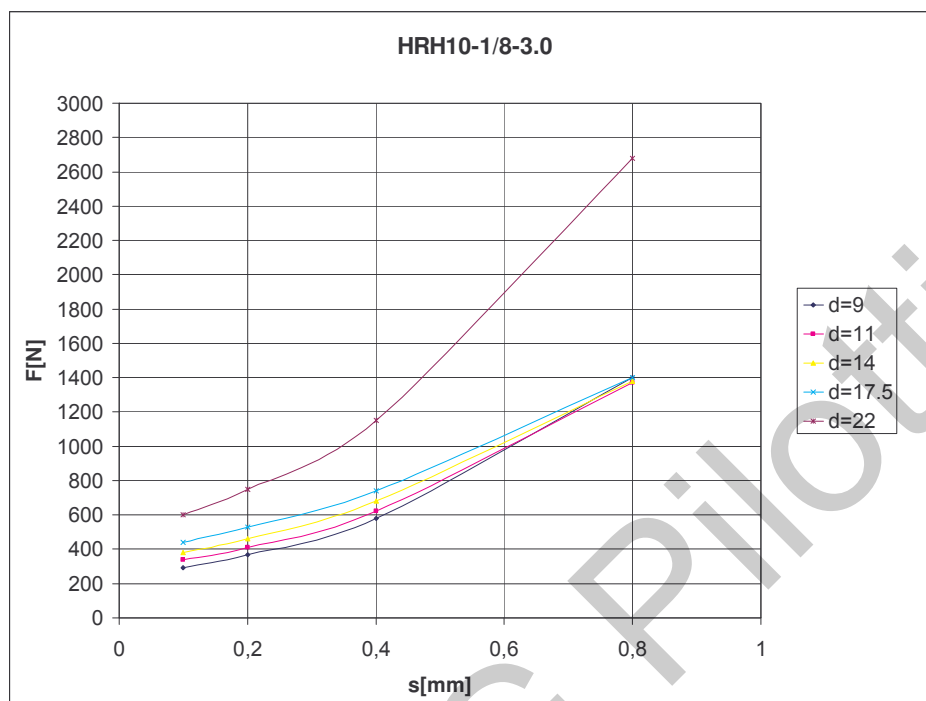


Fig. B.11 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core HRH10-1/8-3.0

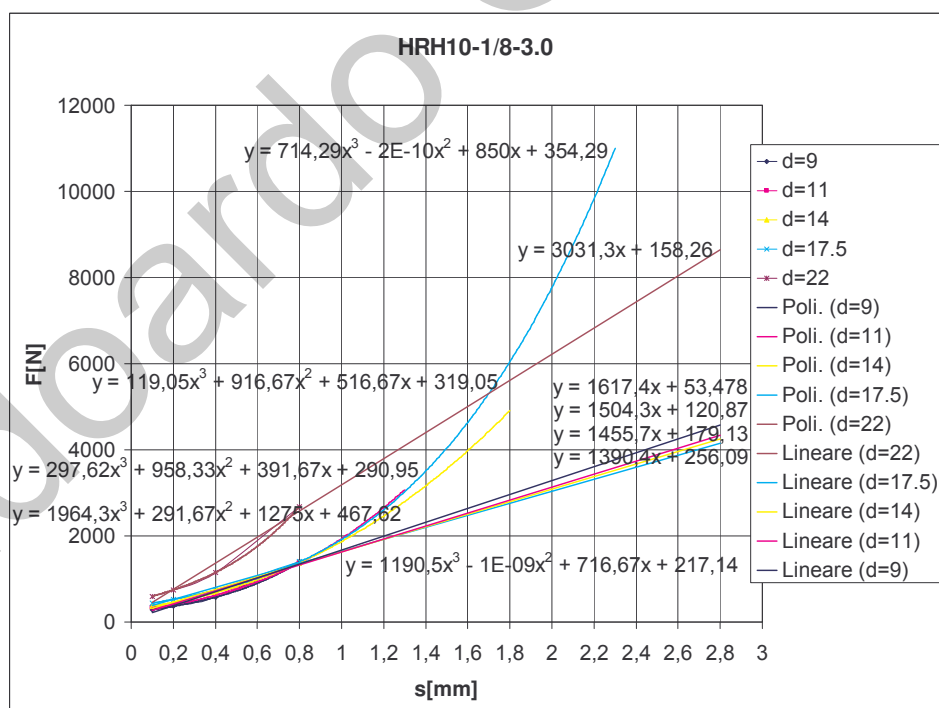


Fig. B.12 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core HRH10-1/8-3.0

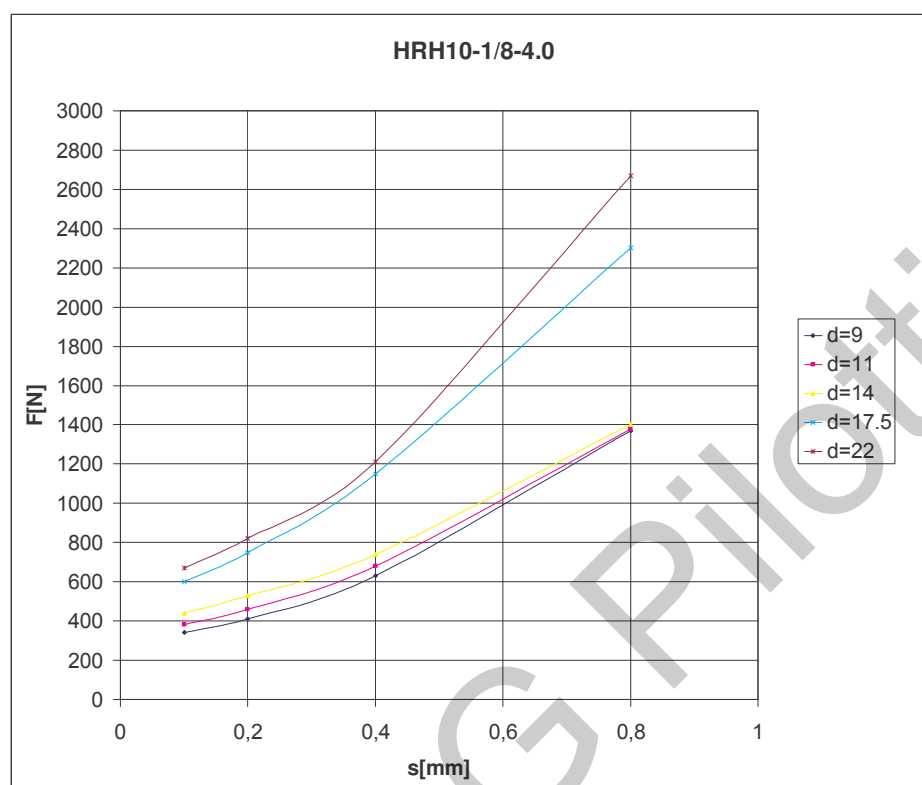


Fig. B.13 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core HRH10-1/8-4.0

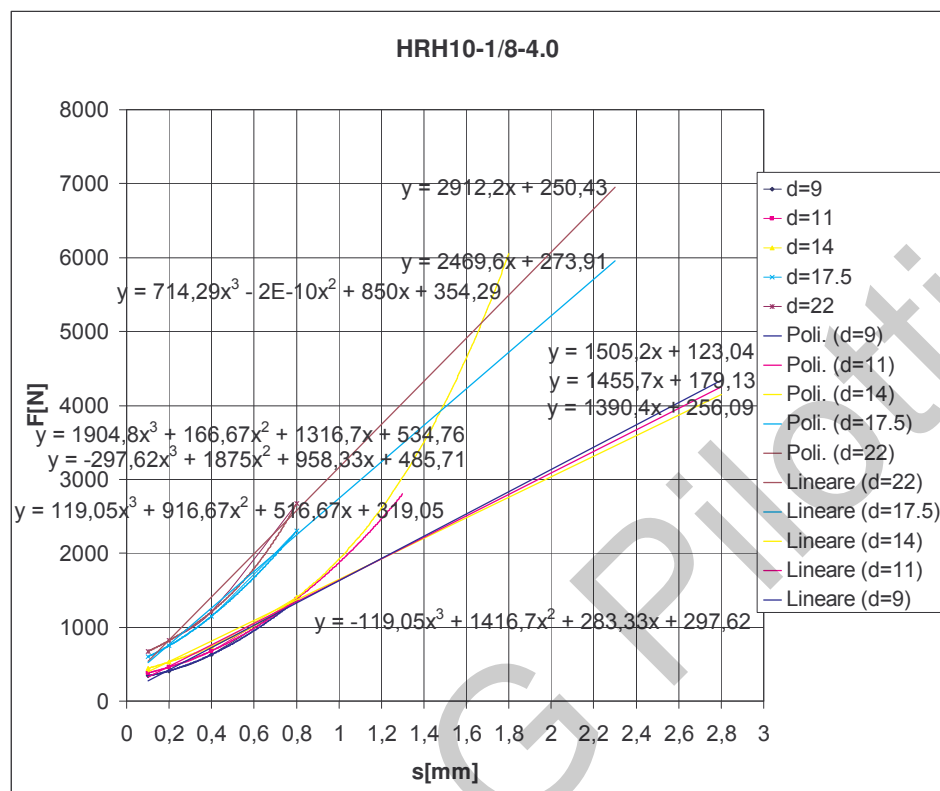


Fig. B.14 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core HRH10-1/8-4.0

I grafici seguenti sono realizzati per honeycomb da 20mm:

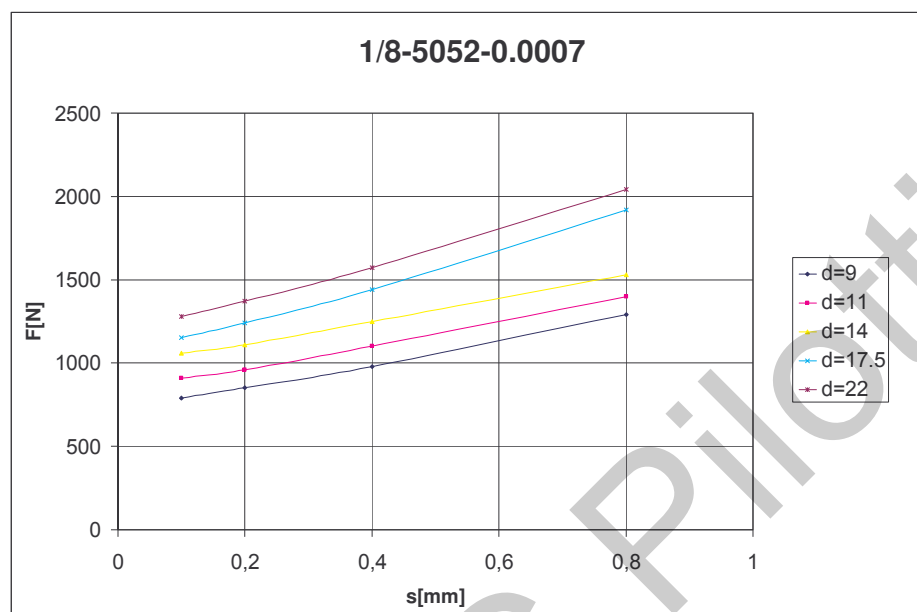


Fig. B.15 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5052-0.0007

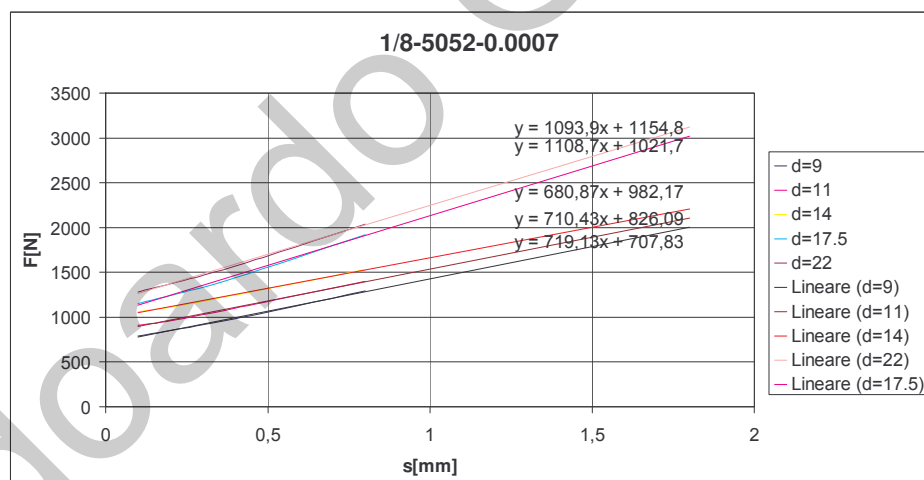


Fig. B.16 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5052-0.0007

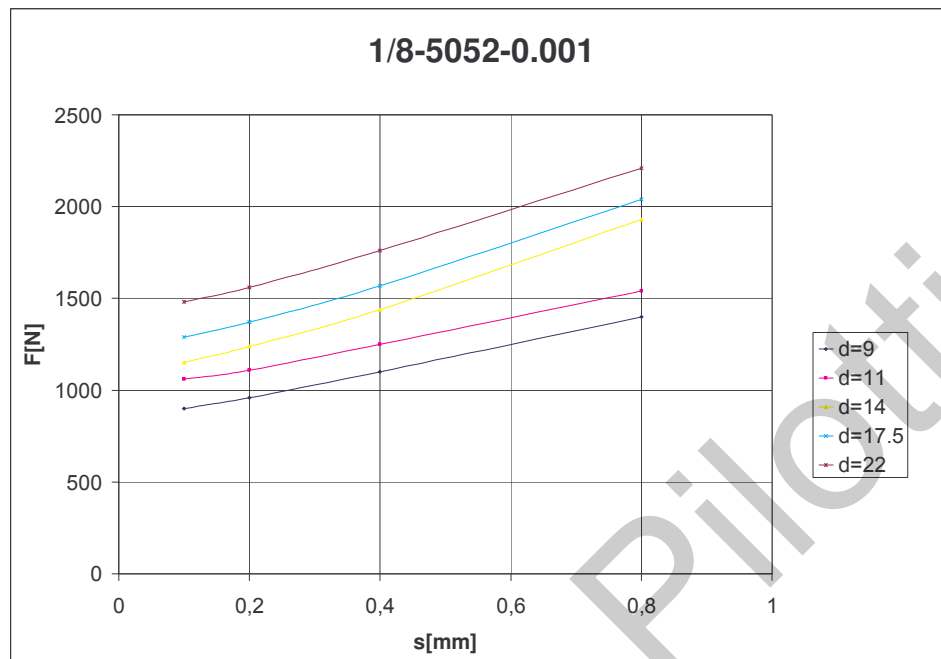


Fig. B.17 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5052-0.001

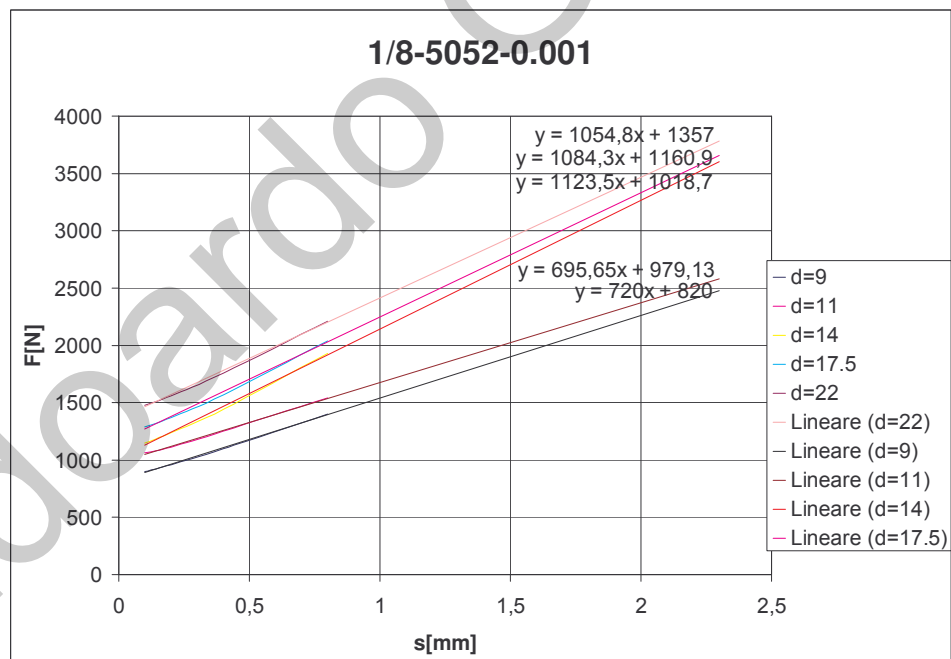


Fig. B.18 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5052-0.001

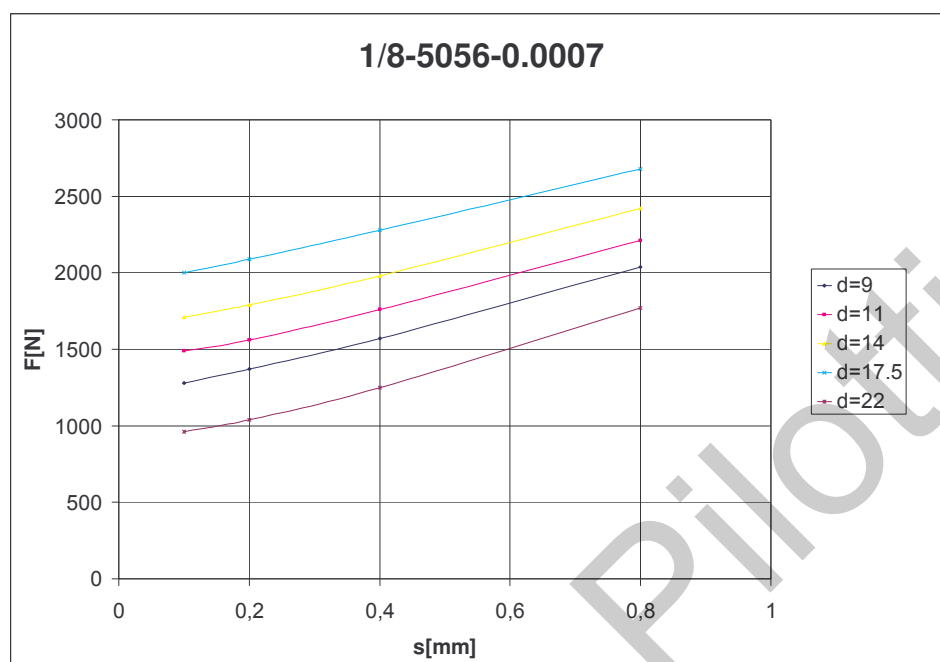


Fig. B.19 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5056-0.0007

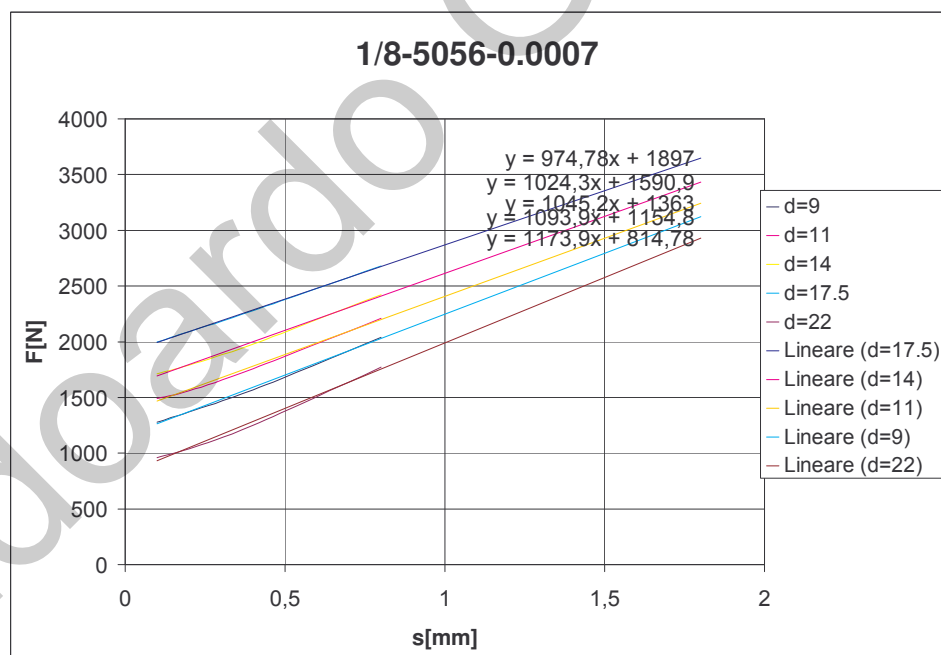


Fig. B.20 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5056-0.0007

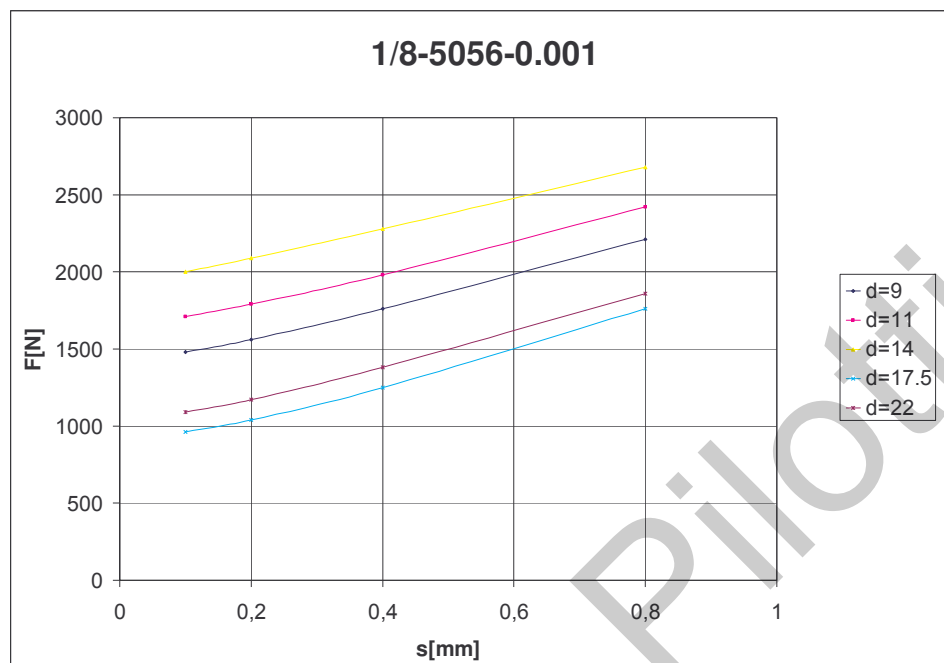


Fig. B.21 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5056-0.001

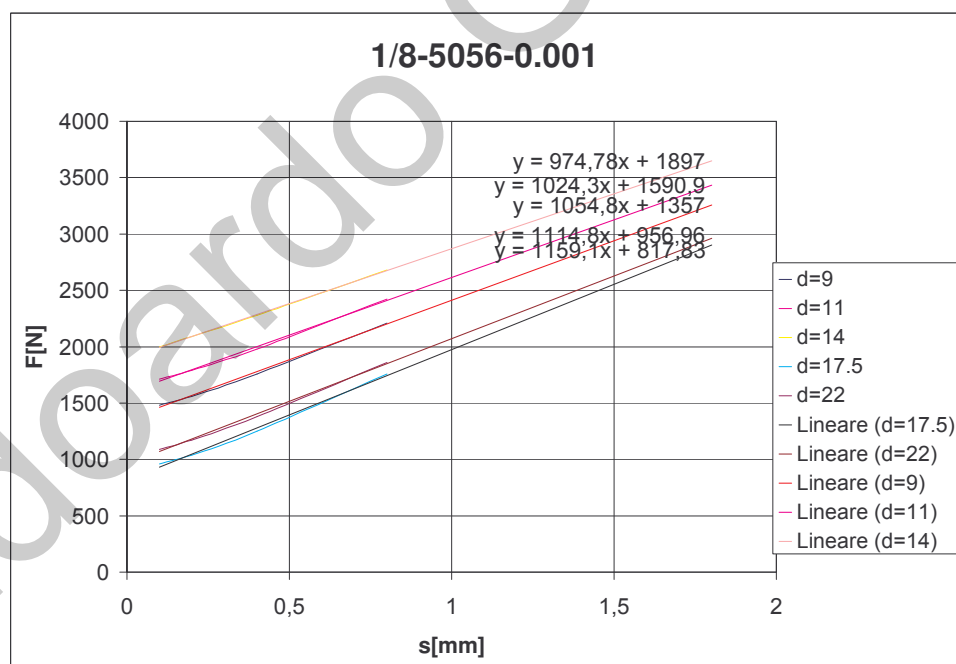


Fig. B.22 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5056-0.001

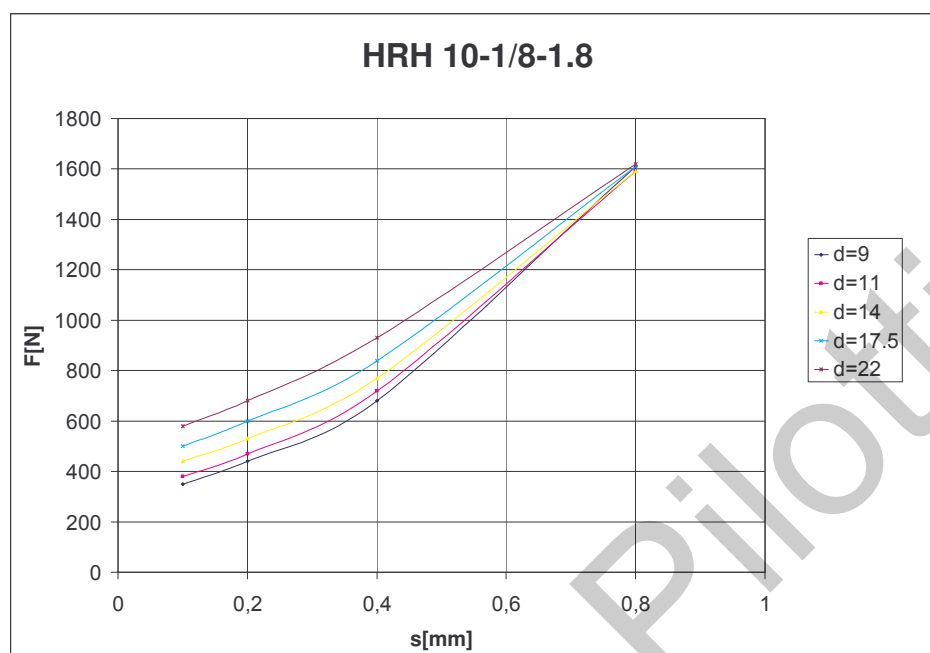


Fig. B.23 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core HRH10-1/8-1.8

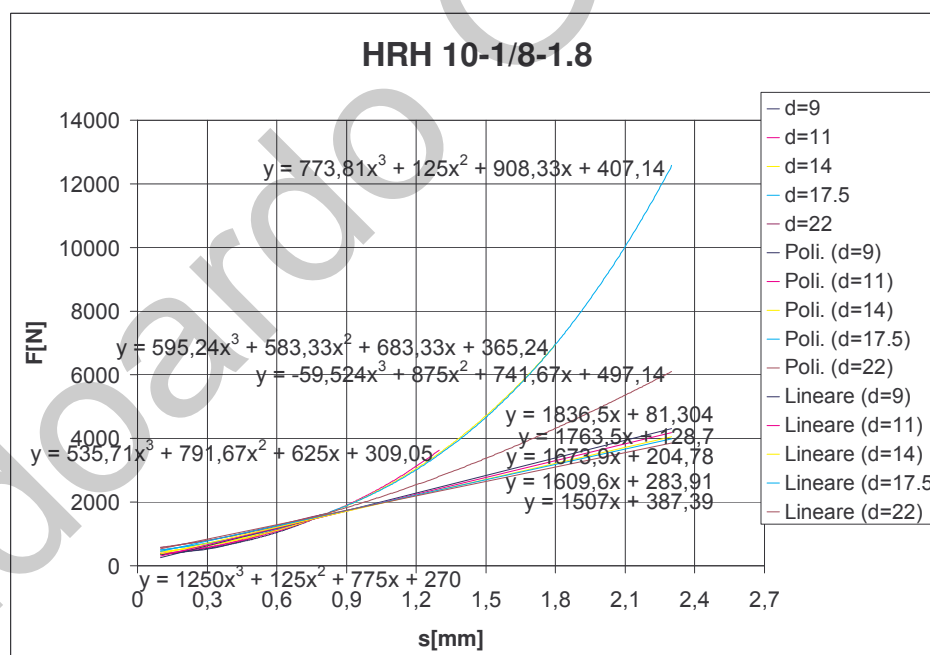


Fig. B.24 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core HRH10-1/8-1.8

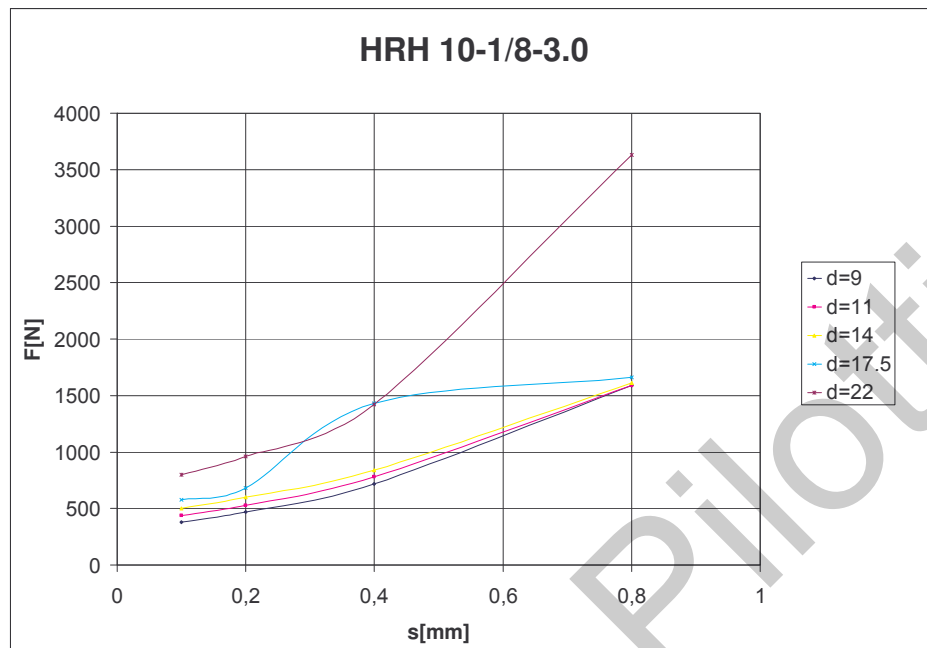


Fig. B.25 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core HRH10-1/8-3.0

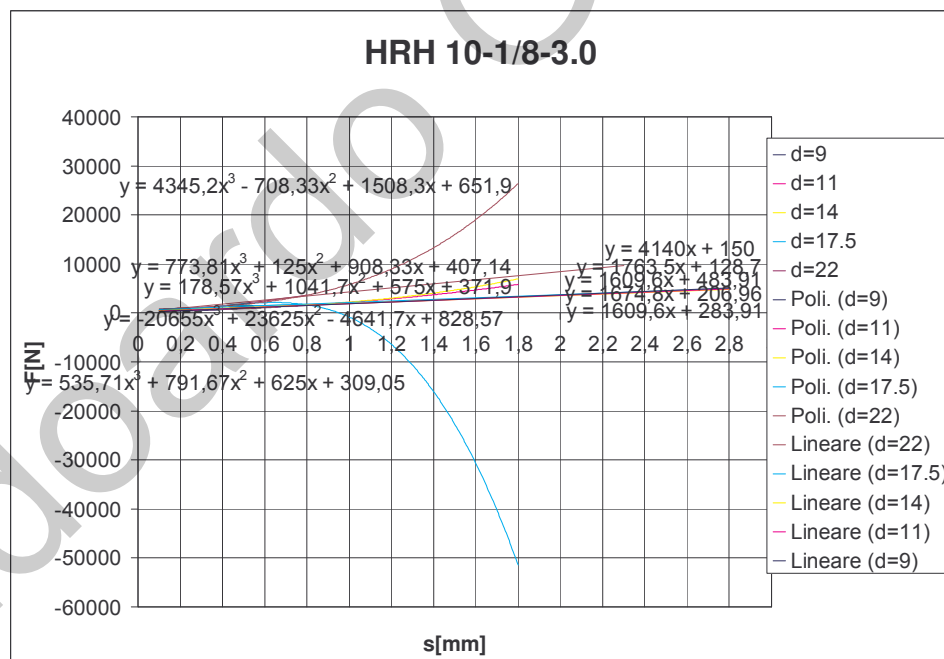


Fig. B.26 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core HRH10-1/8-3.0

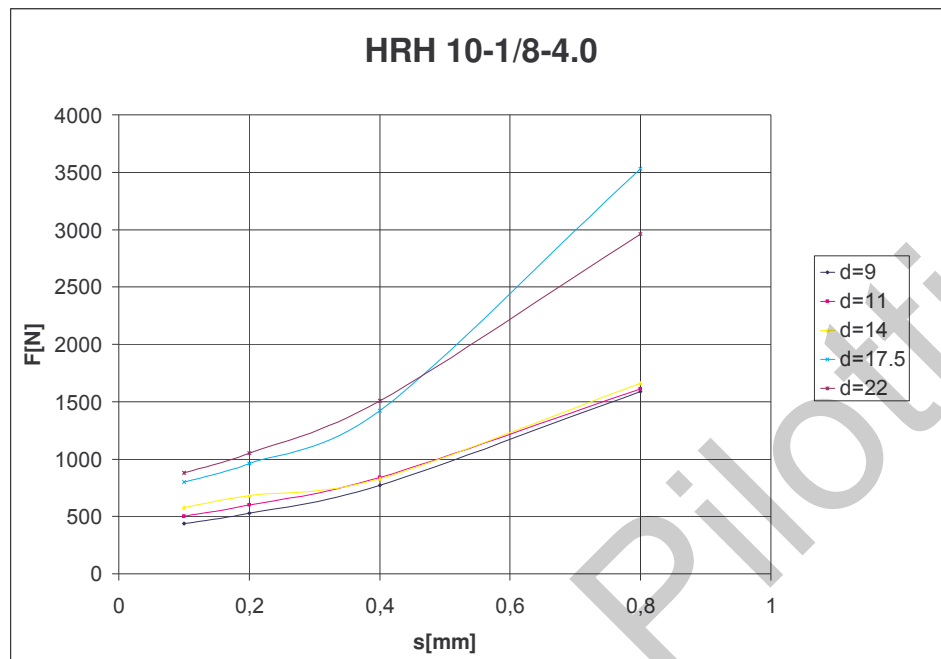


Fig. B.27 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core HRH10-1/8-4.0

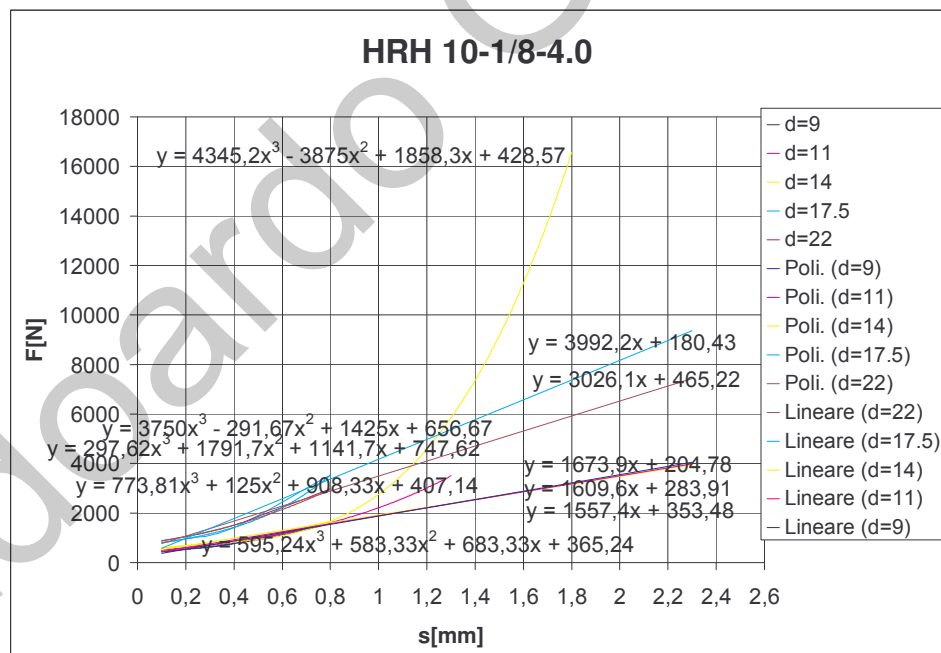


Fig. B.28 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core HRH10-1/8-4.0

I grafici seguenti sono realizzati per honeycomb da 25mm:

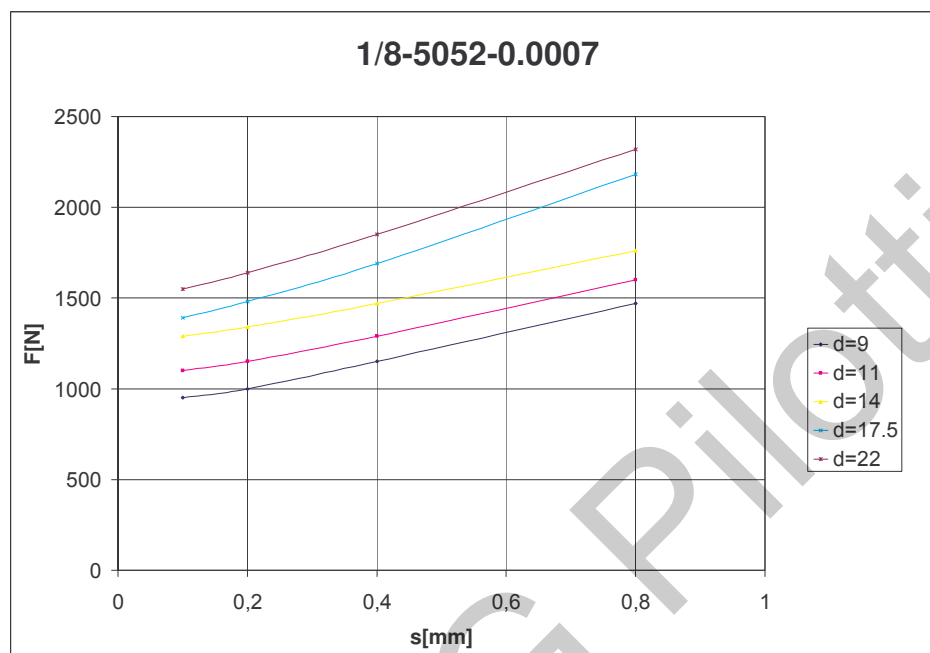


Fig. B.29 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5052-0.0007

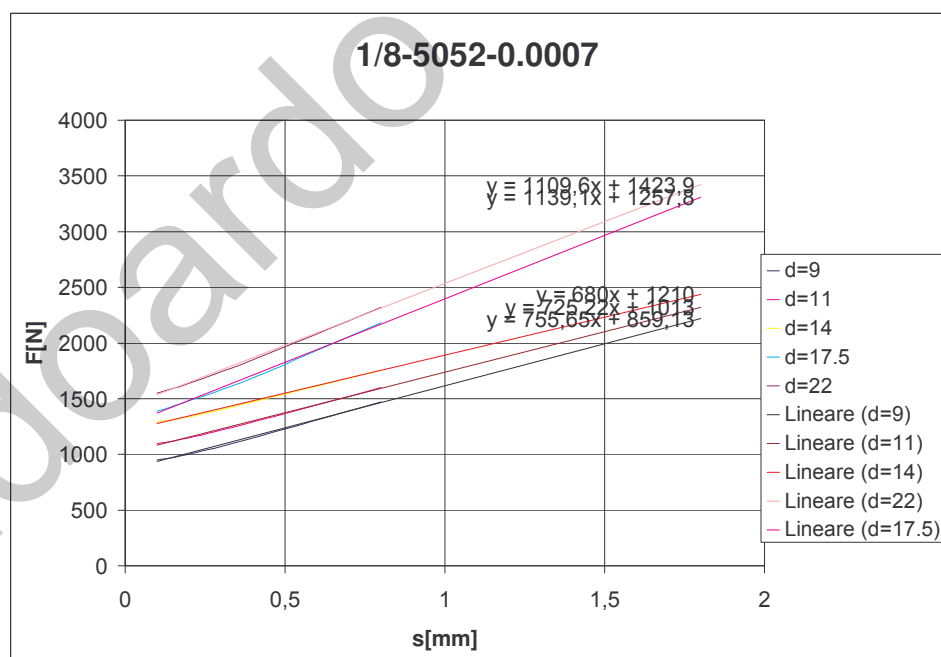


Fig. B.30 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5052-0.0007

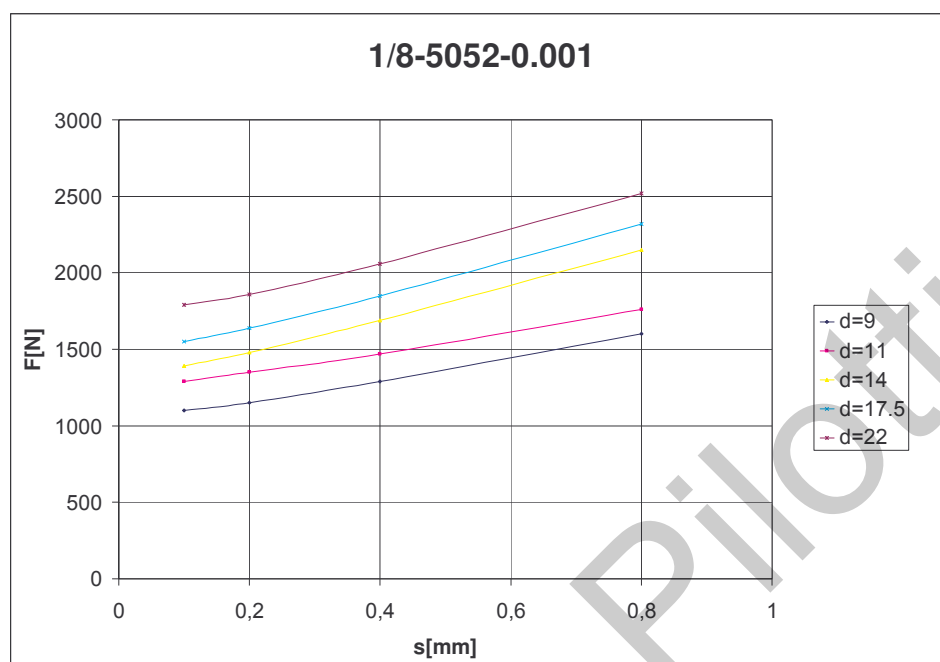


Fig. B.31 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5052-0.001

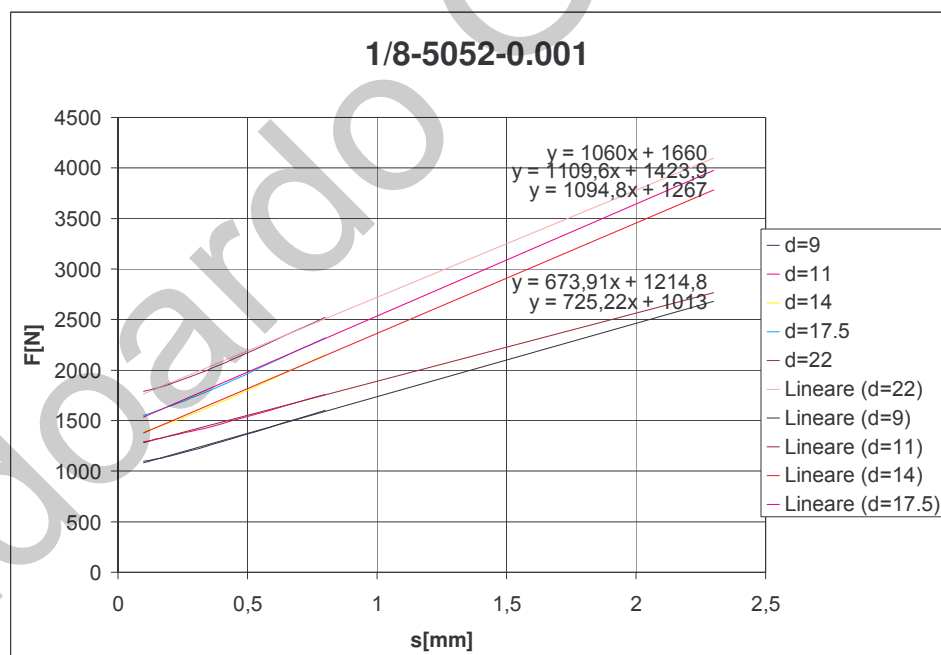


Fig. B.32 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5052-0.001

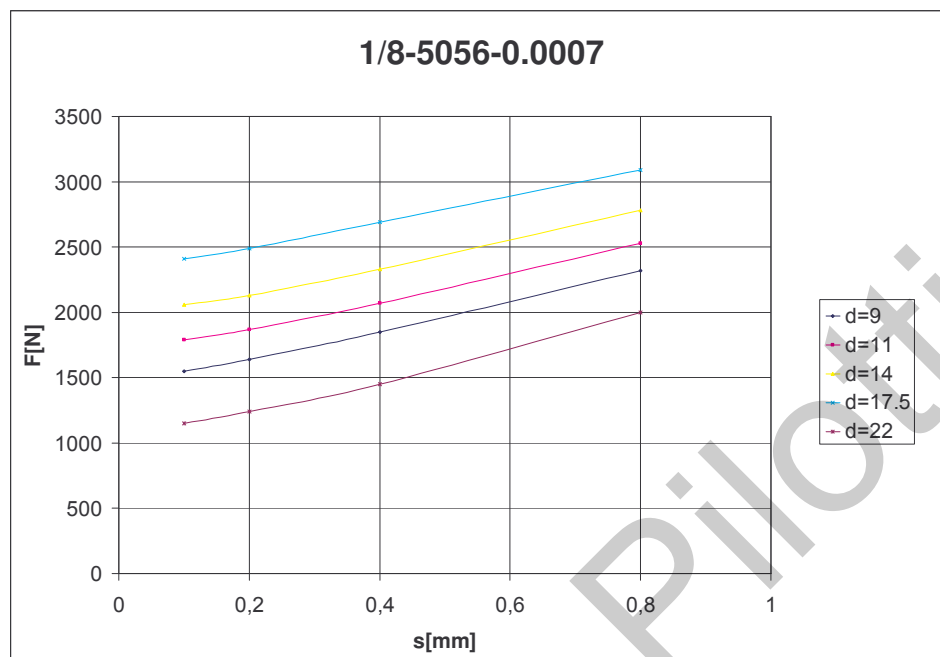


Fig. B.33 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5056-0.0007

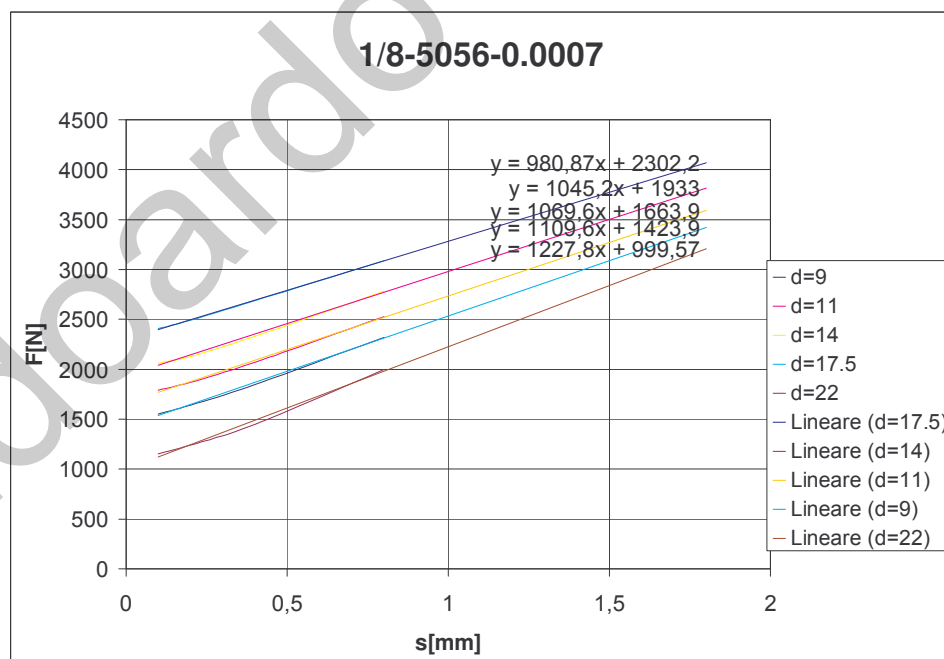


Fig. B.34 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5056-0.0007

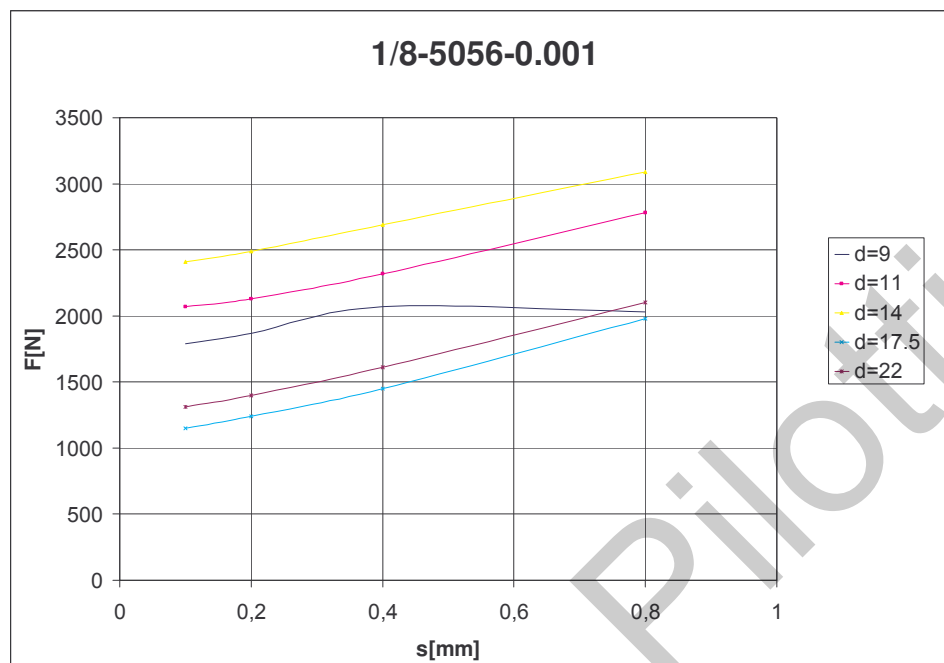


Fig. B.35 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core 1/8-5056-0.001

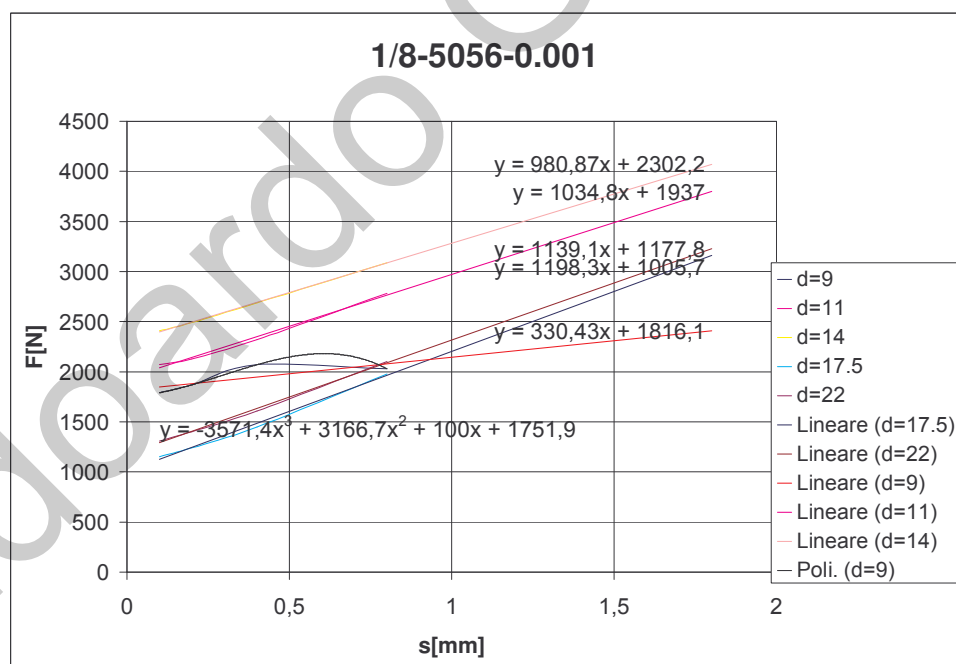


Fig. B.36 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core 1/8-5056-0.001

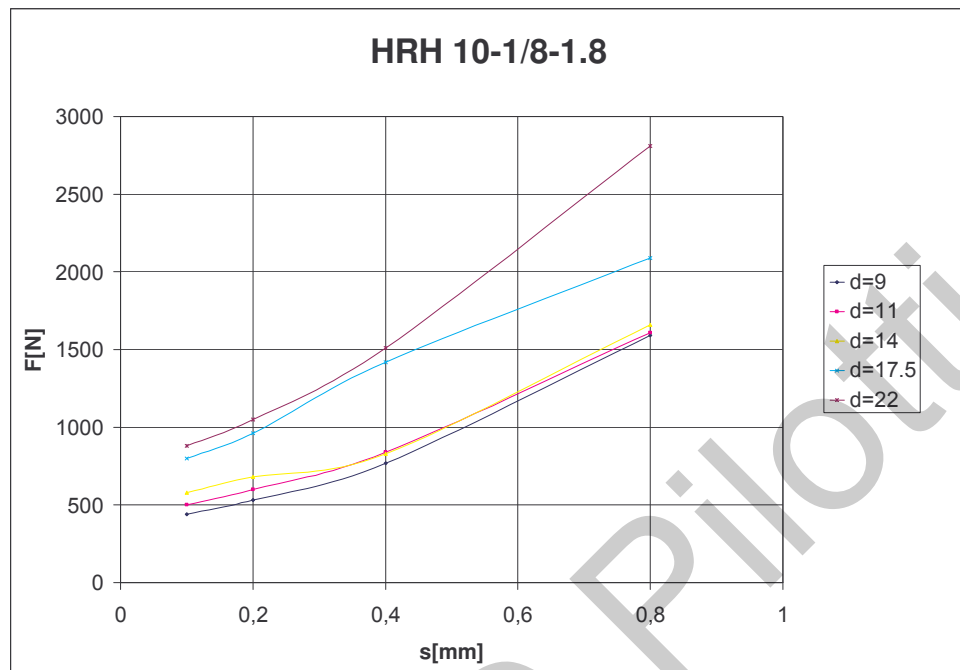


Fig. B.37 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core HRH10-1/8-1.8

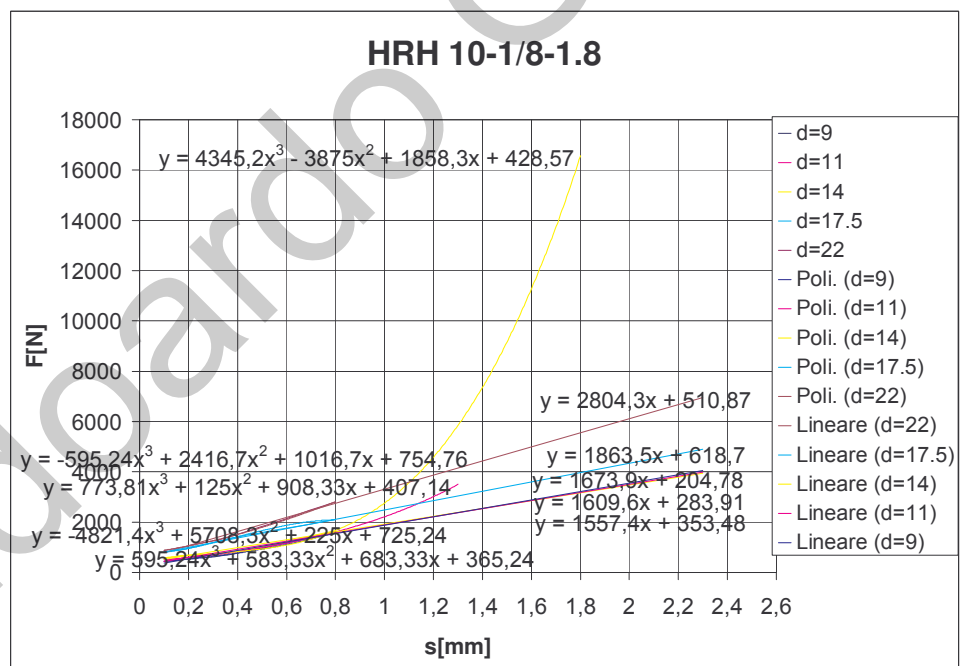


Fig. B.38 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core HRH10-1/8-1.8

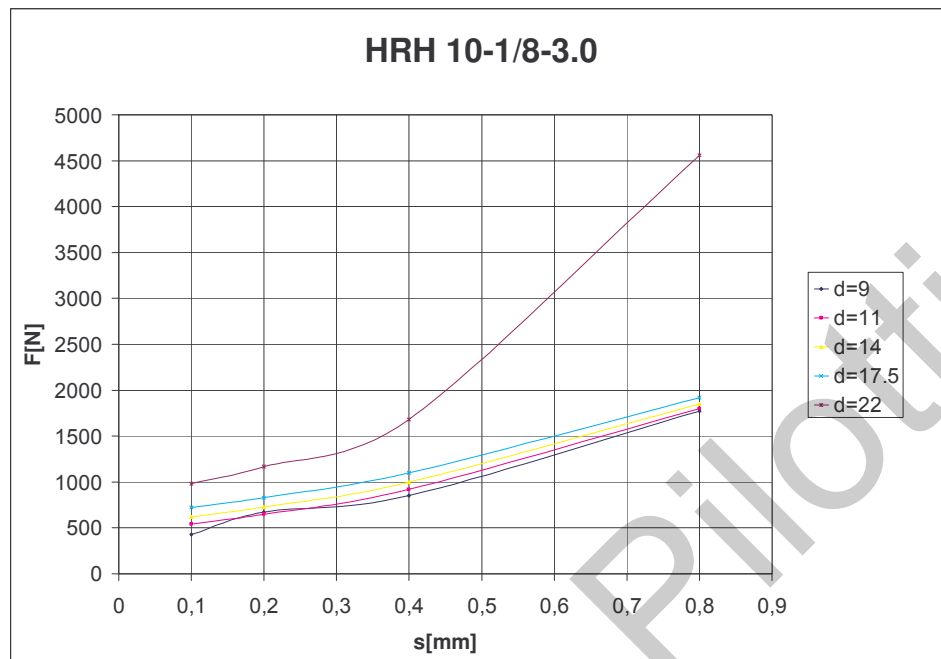


Fig. B.39 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core HRH10-1/8-3.0

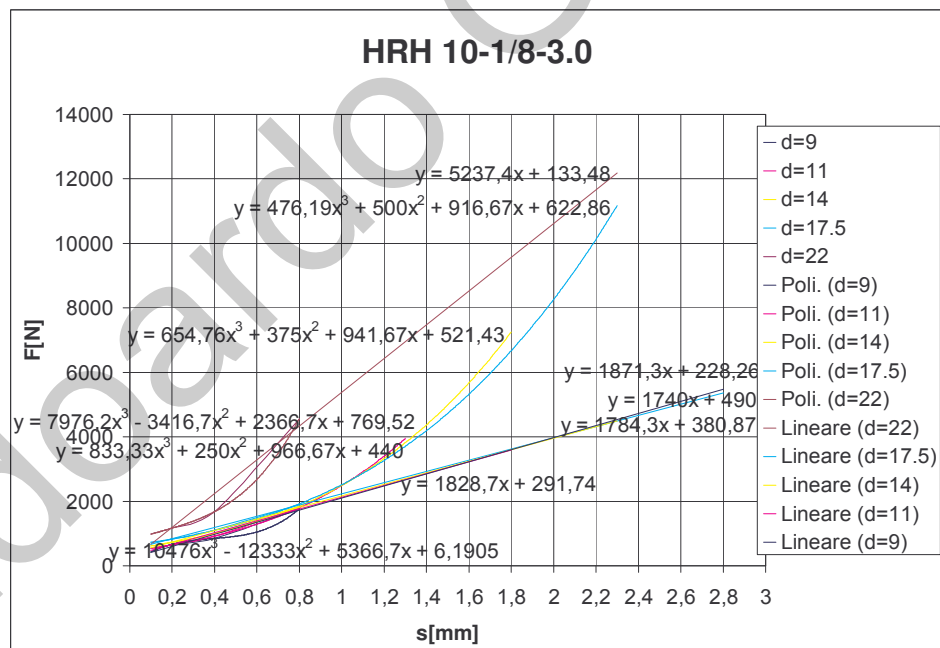


Fig. B.40 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core HRH10-1/8-3.0

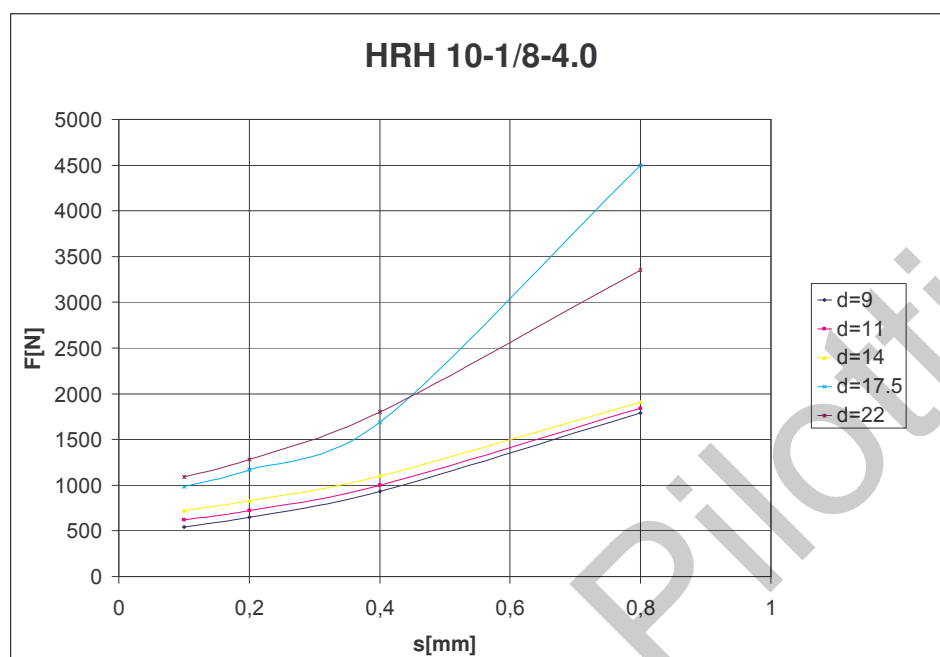


Fig. B.41 carico critico in funzione dello spessore delle pelli, core HRH10-1/8-4.0

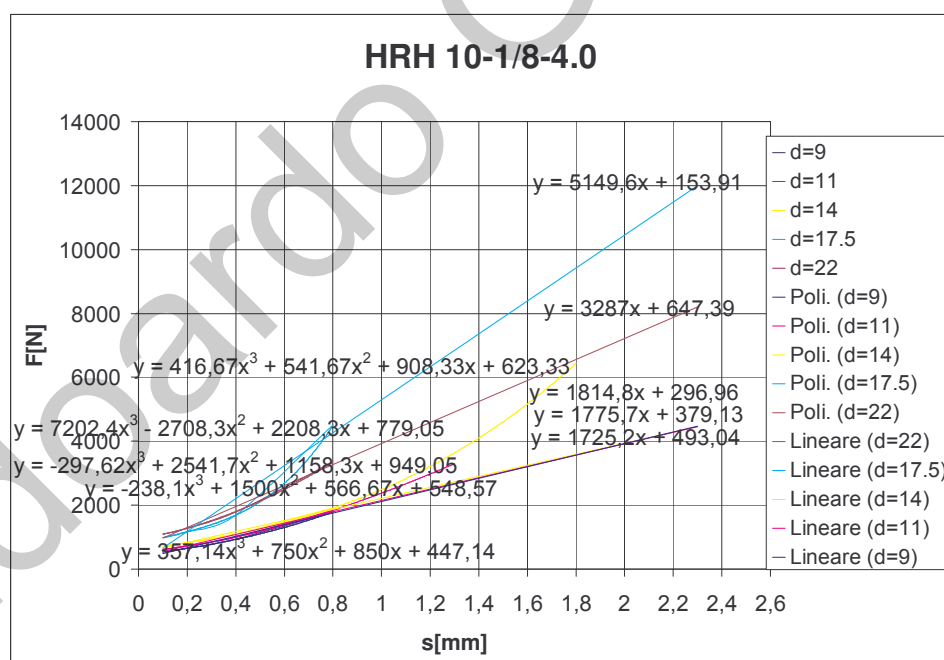
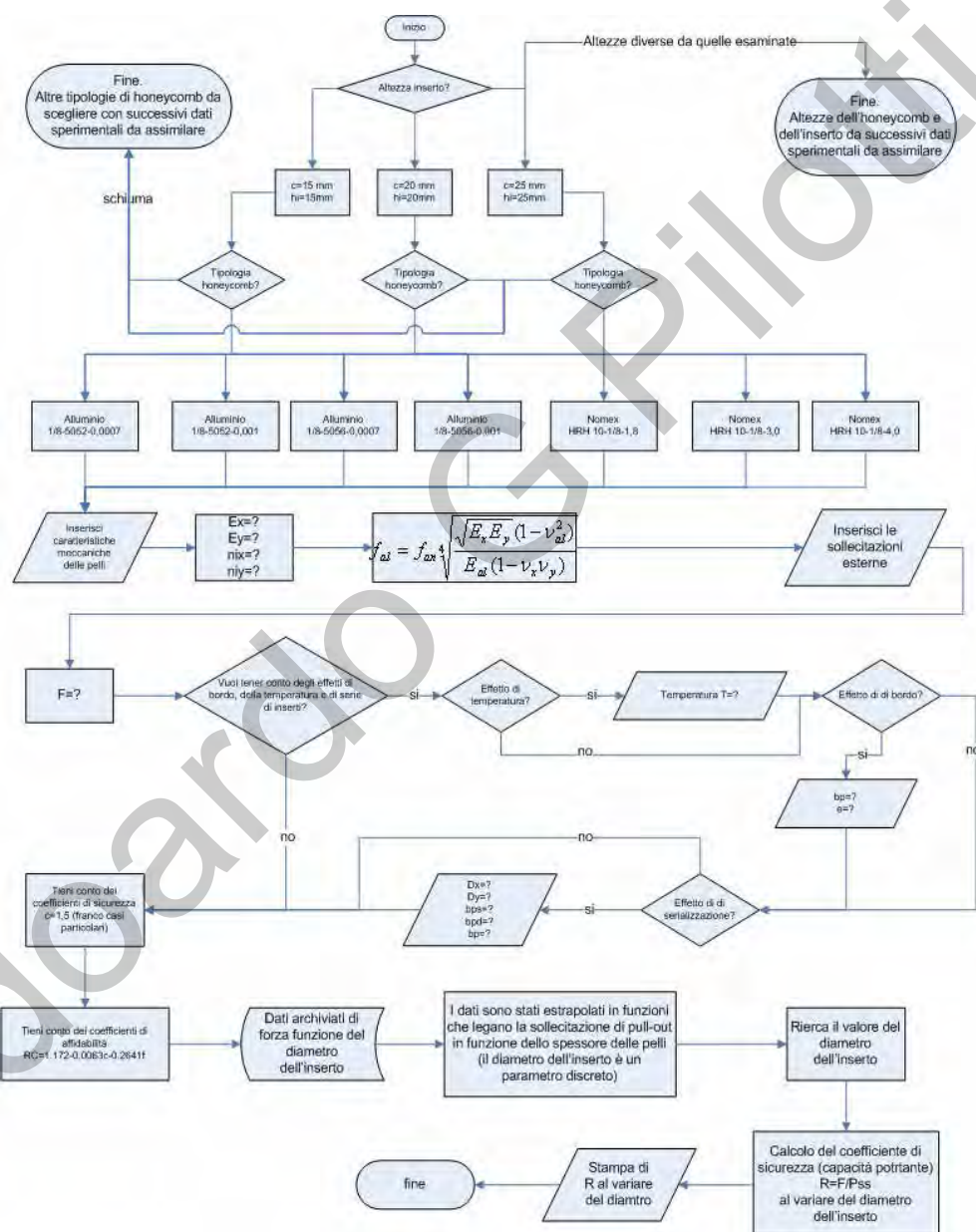


Fig. B.42 carico critico: estrapolazione ed equazioni, core HRH10-1/8-4.0

Appendice B: Software per il dimensionamento

Dopo la fase di estrazione e di elaborazione dei dati dal manuale¹, si è proceduto alla realizzazione del software, prendendo in esame per la sua realizzazione sia gli aspetti tecnici che quelli grafici per una sua utilizzazione più semplice e intuitiva. La prima fase di studio è stata quella di risolvere il problema ed allo scopo è stato costruito un algoritmo (flow-chart), il cui schema è stato riportato di seguito:



¹ Alcuni grafici del manuale sono riportati alla fine di questa appendice. Tutti i dati sono presi del presente volume sono presi da grafici estratti dal manuale ESA (insert design handbook, 1987) pag.81÷274

L'algoritmo è stato, poi, tradotto nel linguaggio di programmazione C++, attraverso il compilatore C++ Builder 6.0 della Borland. Si sono generati due tipi di codice, il primo è un programma eseguibile DOS, quindi realizzato senza interfaccia grafica in cui i dati vengono immessi quando richiesto dal codice attraverso delle stringhe di testo che permettono di capire cosa deve essere inserito (e non riportato in appendice per esigenze di spazio nel volume), il secondo, invece, è un applicativo WINDOWS che si presenta sotto in una veste più elegante e intuitiva per l'uso perché prevede l'impiego di due finestre di dialogo con l'utente.

Il primo programma è stato generato solo perché da esso si può ricavare facilmente l'algoritmo, essendo un programma sequenziale che traduce semplicemente il diagramma di flusso in un linguaggio di alto livello che lo possa eseguire.

Il linguaggio di programmazione usato allo scopo è il C++: esso è un linguaggio object oriented, che, però, è stato utilizzato in maniera sequenziale perché la semplicità dell'algoritmo da risolvere non ha indotto a spingersi nell'uso di strutture complesse.

In questo programma si possono individuare facilmente tutte le fasi analizzate dall'algoritmo, le scelte da effettuare, le linee di tendenza dei carichi ammissibili confrontati con le sollecitazioni sopportate per ricavare un coefficiente di sicurezza che ci dà la percentuale della capacità portante dell'inserito.

Dopo aver costruito il primo programma, si è passati alla seconda versione, quella a finestre, utilizzando gli elementi visuali presenti nel compilatore C++ della Borland, dando, così, al programma un aspetto grafico che ci ha permesso di renderlo più intuitivo e semplice per l'utilizzo attraverso l'impiego dei form: due sono stati necessari per lo svolgimento del programma, altri sono stati utilizzati per fornire messaggi di errore in caso di digitazioni scorrette.

Nel software a finestre il sistema di programmazione non è più di tipo sequenziale ma ad eventi: il programma, cioè, viene eseguito sempre sequenzialmente dal compilatore, ma alcune operazioni vengono compiute dal programma, solo quando si verificano alcuni eventi come il click o il doppio click del mouse su un bottone o su un componente...

In questo secondo caso si osserva come si opera con una tipologia di programmi che possiedono componenti visuali e che sono ad eventi. Nella costruzione del programma prima si è pensato a risolvere il problema attraverso la costruzione dell'algoritmo di risoluzione come già visto in precedenza, poi, si è proceduto alla scelta del tipo di programma WINDOWS (a finestre) che potesse risolvere il problema. La scelta della tipologia di software è stata effettuata tra quella SDI² Application e MDI³ Application, ed

² Single dialog interface: applicazioni a interfaccia singola cioè quando si utilizza una finestra le altre diventano inattive.

è ricaduta sulla prima perché non è necessario avere a disposizione più finestre contemporaneamente attive ma una sola finestra alla volta, in cui poter inserire le scelte sui materiali, la geometria... sulla prima, e dati come il carico... sulla seconda.

L'interfaccia grafica progettata vuole essere la più semplice e intuitiva possibile per un utente che utilizzasse per la prima volta il programma: essa consta di due form come riportato in seguito (fig. B.43 – B.44). Nei due form possiamo distinguere diverse parti: una tendina (ComboBox) in cui sono inserite le varie tipologie di honeycomb, un gruppo di scatole circolari (RadioGroup) in cui si può scegliere tra le diverse tipologie di altezze di core, ma solo alternativamente, di scatole rettangolari (CheckBox) utili per effettuare scelte non alternative come l'utilizzo di coefficienti correttivi da utilizzare nelle analisi, delle etichette (Label) utili per spiegare cosa inserire nelle caselle di testo (Edit) e, infine dei bottoni (Button) che servono per assegnare gli eventi necessari affinché il programma potesse procedere verso la sua conclusione: quando viene premuto un bottone si aziona un evento.



Fig. B.43 prima finestra di dialogo

³ Multi dialog interface: applicazioni a interfaccia multipla, cioè, quando si utilizza una finestra le altre sono ancora attive e operative

Introduzione dati

Spessore delle pelli [mm]
0.8

Caratteristiche meccaniche delle pelli

E1 [MPa]
30000

E2 [MPa]
40000

$\nu 1$
0.3

$\nu 2$
0.35

Sollecitazione di pull out

Forza [N]
1000

Effetto di serializzazione degli inserti

s1[mm]: distanza tra 2 inserti
40

s2[mm]: distanza tra 2 inserti
50

b1[mm]: raggio di potting
15

b2[mm]: raggio di potting
20

b[mm]: raggio di potting
18

Effetto di bordo sugli inserti

r[mm]: distanza dal bordo
50

b[mm]: raggio di potting
18

temperatura [°C]
50

Intervallo di lavoro: 0-120°C

OK cancella Cancel

Fig. B.44 seconda finestra di dialogo

Dopo la progettazione dell'interfaccia grafica si è proceduto alla scrittura delle linee di codice mancanti per il corretto funzionamento del programma⁴. Il codice è stato scritto per la corretta risoluzione del problema: esso è stato implementato per i bottoni perché sono questi gli elementi che generano l'evento necessario alla prosecuzione del programma, mentre componenti come le caselle di testo sono solo necessarie all'inserimento dei dati (input) e non devono essere implementate, così come le etichette servono solo a una più immediata comprensione in fase di esecuzione (run) del programma.

Riportiamo in seguito il codice completo per l'esecuzione del programma:

```
SDMAIN.H
//-----
#ifndef SDIMainH
#define SDIMainH
//-----
#include <vc\ComCtrls.hpp>
#include <vc\ExtCtrls.hpp>
#include <vc\Buttons.hpp>
#include <vc\StdCtrls.hpp>
#include <vc\Dialogs.hpp>
#include <vc\Menus.hpp>
```

⁴ Inserendo i componenti nei form, si generano in automatico alcune linee di codice, ma alcune parti sono lasciate vuote dal programma perché il dialogo con l'utente esterno deve essere determinato dal programmatore nella forma e nei tempi che più ritiene opportuni

```

#include <vc\Controls.hpp>
#include <vc\Forms.hpp>
#include <vc\Graphics.hpp>
#include <vc\Classes.hpp>
#include <vc\Windows.hpp>
#include <vc\System.hpp>
#include <ActnList.hpp>
#include <ImgList.hpp>
#include <StdActns.hpp>
#include <ToolWin.hpp>
//-----
class TSDLAppForm : public TForm
{
    __published:
        TOpenDialog *OpenDialog;
        TSaveDialog *SaveDialog;
        TToolBar *ToolBar1;
        TToolButton *ToolButton9;
        TToolButton *ToolButton1;
        TToolButton *ToolButton2;
        TToolButton *ToolButton3;
        TToolButton *ToolButton4;
        TToolButton *ToolButton5;
        TToolButton *ToolButton6;
        TActionList *ActionList1;
        TAction *FileNew1;
        TAction *FileOpen1;
        TAction *FileSave1;
        TAction *FileSaveAs1;
        TAction *FileExit1;
        TEditCut *EditCut1;
        TEditCopy *EditCopy1;
        TEditPaste *EditPaste1;
        TAction *HelpAbout1;
        TStatusBar *StatusBar;
        TImageList *ImageList1;
        TMainMenu *MainMenu1;
        TMenuItem *File1;
        TMenuItem *FileNewItem;
        TMenuItem *FileOpenItem;
        TMenuItem *FileSaveItem;
        TMenuItem *FileSaveAsItem;
        TMenuItem *N1;
        TMenuItem *FileExitItem;
        TMenuItem *Edit1;
        TMenuItem *CutItem;

```

```

TMenuItem *CopyItem;
TMenuItem *PasteItem;
TMenuItem *Help1;
TMenuItem *HelpAboutItem;
TComboBox *tipologiahoneycomb;
TRadioGroup *altezzahoneycomb;
TCheckBox *effettobordo;
TCheckBox *effettoserie;
TCheckBox *effettotemperatura;
TListBox *risultati;
TLabel *Label1;
TButton *Button1;
TButton *Button2;
TButton *Button3;
TEdit *Edit3;
TEdit *Edit2; void __fastcall FileNew1Execute(TObject *Sender);
void __fastcall FileOpen1Execute(TObject *Sender);
void __fastcall BeforeExecute(TObject *Sender);
void __fastcall FileExit1Execute(TObject *Sender);
void __fastcall HelpAbout1Execute(TObject *Sender);
void __fastcall Button3Click(TObject *Sender);
void __fastcall Button2Click(TObject *Sender);
void __fastcall Button1Click(TObject *Sender);

```

private:

protected: int tipo, tipo1;

public:

```
virtual __fastcall TSDLAppForm(TComponent *AOwner);
```

```
};
```

```
//-----
```

```
extern TSDLAppForm *SDLAppForm;
```

```
//-----
```

```
#endif
```

SDIMAIN.CPP:

```
//-----
```

```
#include <vcl.h>
```

```
#pragma hdrstop
```

```
#include <stdio.h>
```

```
#include "SDIMain.h"
```

```
#include "About.h"
```

```
#include "Unit1.h"
```

```
#include "Unit2.h"
```

```
//-----
```


Appendice B: Software per il dimensionamento

```
#pragma resource "*.dfm"
TSDLAppForm *SDLAppForm;

//-----
__fastcall TSDLAppForm::TSDLAppForm(TComponent *AOwner)
: TForm(AOwner)
{
}
//-----

void __fastcall TSDLAppForm::FileNew1Execute(TObject *Sender)
{
    tipologiahoneycomb->ItemIndex=-1;
    tipologiahoneycomb->Text="Tipologia honeycomb";
    altezzahoneycomb->ItemIndex=-1;
    effetto bordo->Checked=false;
    effetto serie->Checked=false;
    effetto temperatura->Checked=false;
    risultati->Clear();
    Button1->Visible=true;
    Button1->Enabled=true; // Do nothing
}
//-----

void __fastcall TSDLAppForm::FileOpen1Execute(TObject *Sender)
{
    OpenFileDialog->Execute();
}
//-----

void __fastcall TSDLAppForm::BeforeExecute(TObject *Sender)
{
    risultati->Items->SaveToFile("risultati.txt");
    SaveDialog->Execute();
}
//-----

void __fastcall TSDLAppForm::FileExit1Execute(TObject *Sender)
{
    Close();
}
//-----

void __fastcall TSDLAppForm::HelpAbout1Execute(TObject *Sender)
{
}
```



```

    AboutBox->ShowModal();
}
//-----

void __fastcall TSDAppForm::Button3Click(TObject *Sender)
{
    Close();
}
//-----

void __fastcall TSDAppForm::Button2Click(TObject *Sender)
{
    tipologiahoneycomb->ItemIndex=-1;
    tipologiahoneycomb->Text="Tipologia honeycomb";
    altezzahoneycomb->ItemIndex=-1;
    effetto bordo->Checked=false;
    effetto serie->Checked=false;
    effetto temperatura->Checked=false;
    risultati->Clear();
    Button1->Visible=true;
    Button1->Enabled=true;
}
//-----

void __fastcall TSDAppForm::Button1Click(TObject *Sender)
{
    Edit2->Text="";
    Edit3->Text="";
    Form1->LabeledEdit6->Visible=true;
    Form1->LabeledEdit7->Visible=true;
    Form1->LabeledEdit8->Visible=true;
    Form1->LabeledEdit9->Visible=true;
    Form1->LabeledEdit10->Visible=true;
    Form1->LabeledEdit11->Visible=true;
    Form1->LabeledEdit12->Visible=true;
    Form1->LabeledEdit13->Visible=true;
    Form1->StaticText3->Visible=true;
    Form1->StaticText4->Visible=true;
    Form1->StaticText5->Visible=true;
    Form1->LabeledEdit6->Enabled=true;
    Form1->LabeledEdit7->Enabled=true;
    Form1->LabeledEdit8->Enabled=true;
    Form1->LabeledEdit9->Enabled=true;
    Form1->LabeledEdit10->Enabled=true;
    Form1->LabeledEdit11->Enabled=true;
}

```

```

Form1->LabeledEdit12->Enabled=true;
Form1->LabeledEdit13->Enabled=true;
//0-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==0 && altezzahoneycomb->ItemIndex==0)
{
    tipo=0;
}
//1-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==1 && altezzahoneycomb->ItemIndex==0)
{
    tipo=1;
}
//2-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==2 && altezzahoneycomb->ItemIndex==0)
{
    tipo=2;
}
//3-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==3 && altezzahoneycomb->ItemIndex==0)
{
    tipo=3;
}
//4-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==4 && altezzahoneycomb->ItemIndex==0)
{
    tipo=4;
}
//5-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==5 && altezzahoneycomb->ItemIndex==0)
{
    tipo=5;
}
//6-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==6 && altezzahoneycomb->ItemIndex==0)
{
    tipo=6;
}
//7-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==0 && altezzahoneycomb->ItemIndex==1)
{
    tipo=7;
}
//8-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==1 && altezzahoneycomb->ItemIndex==1)
{
    tipo=8;
}

```

```

}
//9-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==2 && altezzahoneycomb->ItemIndex==1)
{
    tipo=9;
}
//10-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==3 && altezzahoneycomb->ItemIndex==1)
{
    tipo=10;
}
//11-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==4 && altezzahoneycomb->ItemIndex==1)
{
    tipo=11;
}
//12-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==5 && altezzahoneycomb->ItemIndex==1)
{
    tipo=12;
}
//13-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==6 && altezzahoneycomb->ItemIndex==1)
{
    tipo=13;
}
//14-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==0 && altezzahoneycomb->ItemIndex==2)
{
    tipo=14;
}
//15-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==1 && altezzahoneycomb->ItemIndex==2)
{
    tipo=15;
}
//16-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==2 && altezzahoneycomb->ItemIndex==2)
{
    tipo=16;
}
//17-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==3 && altezzahoneycomb->ItemIndex==2)
{
    tipo=17;
}

```

```
// 18-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==4 && altezzahoneycomb->ItemIndex==2)
{
    tipo=18;
}
// 19-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==5 && altezzahoneycomb->ItemIndex==2)
{
    tipo=19;
}
// 20-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==6 && altezzahoneycomb->ItemIndex==2)
{
    tipo=20;
}
// 0-----
if (tipologiahoneycomb->ItemIndex==-1 || altezzahoneycomb->ItemIndex==-1)
{
    tipo=21;
    Form2->ShowModal();
    goto Edoardo;
}
// 0-----
if (effettoserie->Checked==false && effettobordo->Checked==false &&
effettotemperatura->Checked==false)
{
    Form1->LabeledEdit6->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit7->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit8->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit9->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit10->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit11->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit12->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit13->Visible=false;
    Form1->StaticText3->Visible=false;
    Form1->StaticText4->Visible=false;
    Form1->StaticText5->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit6->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit7->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit8->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit9->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit10->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit11->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit12->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit13->Enabled=false;
    tipo1=0;
}
```

```

}
// 1-----
if (effettoserie->Checked==true && effettobordo->Checked==false &&
effettotemperatura->Checked==false)
{
    Form1->LabeledEdit11->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit12->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit13->Visible=false;
    Form1->StaticText4->Visible=false;
    Form1->StaticText5->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit11->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit12->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit13->Enabled=false;
    tipo1=1;
}
// 2-----
if (effettoserie->Checked==false && effettobordo->Checked==true &&
effettotemperatura->Checked==false)
{
    Form1->LabeledEdit6->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit7->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit8->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit9->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit10->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit13->Visible=false;
    Form1->StaticText3->Visible=false;
    Form1->StaticText5->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit6->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit7->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit8->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit9->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit10->Enabled=false;
    Form1->LabeledEdit13->Enabled=false;
    tipo1=2;
}
// 3-----
if (effettoserie->Checked==false && effettobordo->Checked==false &&
effettotemperatura->Checked==true)
{
    Form1->LabeledEdit6->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit7->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit8->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit9->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit10->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit11->Visible=false;
    Form1->LabeledEdit12->Visible=false;

```

```

Form1->StaticText3->Visible=false;
Form1->StaticText4->Visible=false;
Form1->LabeledEdit6->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit7->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit8->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit9->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit10->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit11->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit12->Enabled=false;
tipo1=3;
}
// 4-----
if (effettoserie->Checked==true && effettobordo->Checked==true &&
effettotemperatura->Checked==false)
{
Form1->StaticText5->Visible=false;
Form1->LabeledEdit13->Visible=false;
Form1->LabeledEdit13->Enabled=false;
tipo1=4;
}
// 5-----
if (effettoserie->Checked==true && effettobordo->Checked==false &&
effettotemperatura->Checked==true)
{
Form1->LabeledEdit11->Visible=false;
Form1->LabeledEdit12->Visible=false;
Form1->StaticText4->Visible=false;
Form1->LabeledEdit11->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit12->Enabled=false;
tipo1=5;
}
// 6-----
if (effettoserie->Checked==false && effettobordo->Checked==true &&
effettotemperatura->Checked==true)
{
Form1->LabeledEdit6->Visible=false;
Form1->LabeledEdit7->Visible=false;
Form1->LabeledEdit8->Visible=false;
Form1->LabeledEdit9->Visible=false;
Form1->LabeledEdit10->Visible=false;
Form1->StaticText3->Visible=false;
Form1->LabeledEdit6->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit7->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit8->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit9->Enabled=false;
Form1->LabeledEdit10->Enabled=false;

```

```

    tipo1=6;
}
//7-----
if (effettoserie->Checked==true && effettobordo->Checked==true &&
    effettotemperatura->Checked==true)
{
    tipo1=7;
}
//-----
Edit2->Text=tipo1;
Edit3->Text=tipo;
Form1->ShowModal();
Edoardo;;
}
//-----

```

SDIAPP.CPP

```

//-----
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
//-----
USEFORM("sdimain.cpp", SDIAppForm);
USEFORM("About.cpp", AboutBox);
USEFORM("Unit1.cpp", Form1);
USEFORM("Unit2.cpp", Form2);
USEFORM("Unit3.cpp", Form3);
//-----
WINAPI WinMain(HINSTANCE, HINSTANCE, LPSTR, int)
{
    Application->Initialize();
    Application->CreateForm(__classid(TSDIAppForm), &SDIAppForm);
    Application->CreateForm(__classid(TAboutBox), &AboutBox);
    Application->CreateForm(__classid(TForm1), &Form1);
    Application->CreateForm(__classid(TForm2), &Form2);
    Application->CreateForm(__classid(TForm3), &Form3);
    Application->Run();
    return 0;
}
//-----

```

UNIT1.H

```
//-----

#ifndef Unit1H
#define Unit1H
//-----
#include <Classes.hpp>
#include <Controls.hpp>
#include <StdCtrls.hpp>
#include <Forms.hpp>
#include <Buttons.hpp>
#include <ExtCtrls.hpp>
//-----
class TForm1 : public TForm
{
__published: // IDE-managed Components
    TLabelEdit *LabeledEdit1;
    TLabelEdit *LabeledEdit2;
    TLabelEdit *LabeledEdit3;
    TLabelEdit *LabeledEdit4;
    TLabelEdit *LabeledEdit5;
    TLabelEdit *LabeledEdit7;
    TLabelEdit *LabeledEdit8;
    TLabelEdit *LabeledEdit9;
    TLabelEdit *LabeledEdit10;
    TLabelEdit *LabeledEdit11;
    TLabelEdit *LabeledEdit12;
    TLabelEdit *LabeledEdit13;
    TStaticText *StaticText1;
    TStaticText *StaticText2;
    TStaticText *StaticText3;
    TStaticText *StaticText4;
    TBitBtn *BitBtn2;
    TButton *Button1;
    TButton *Button2;
    TLabelEdit *LabeledEdit6;
    TStaticText *StaticText5;
    TLabelEdit *LabeledEdit14;
    void __fastcall BitBtn3Click(TObject *Sender);
    void __fastcall Button2Click(TObject *Sender);
    void __fastcall Button1Click(TObject *Sender);
private: // User declarations
protected: float etas, etae, etat;
public:
    __fastcall TForm1(TComponent* Owner);
};
```



```
//-----
extern PACKAGE TForm1 *Form1;
//-----
#endif
```

UNIT1.CPP

```
//-----
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
#include <math.h>

#include "Unit1.h"
#include "Unit3.h"
#include "SDIMain.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"
TForm1 *Form1;

//-----
__fastcall TForm1::TForm1(TComponent* Owner)
: TForm(Owner)
{
}
//-----

void __fastcall TForm1::BitBtn3Click(TObject *Sender)
{
    Close();
}
//-----

void __fastcall TForm1::Button2Click(TObject *Sender)
{
    LabeledEdit1->Clear();
    LabeledEdit2->Clear();
    LabeledEdit3->Clear();
    LabeledEdit4->Clear();
    LabeledEdit5->Clear();
    LabeledEdit7->Clear();
    LabeledEdit8->Clear();
    LabeledEdit9->Clear();
    LabeledEdit10->Clear();
    LabeledEdit11->Clear();
    LabeledEdit12->Clear();
}
```

```

LabeledEdit13->Clear();
Button1->Visible=true;
Button1->Enabled=true;

}
//-----

void __fastcall TForm1::Button1Click(TObject *Sender)
{
    int tipo1, tipo;
    double etas, etad, etae, etat;
    etas=1;
    etae=1;
    etat=1;
    float ad, as, bs, bd, b;
    float e, be;
    tipo1=SDLAppForm->Edit2->Text.ToInt();
    tipo=SDLAppForm->Edit3->Text.ToInt();
    //--
    if (tipo1==1 || tipo1==4 || tipo1==5 || tipo1==7)
    {
        if ((LabeledEdit6->Text=="") && (LabeledEdit7->Text=="") &&
            (LabeledEdit8->Text=="") && (LabeledEdit9->Text=="") &&
            (LabeledEdit10->Text==""))
            Form3->ShowModal();
        if(((LabeledEdit7->Text=="") && (LabeledEdit10->Text=="")) ||
            ((LabeledEdit8->Text=="") && (LabeledEdit9->Text=="")) || (LabeledEdit6-
            >Text==""))
            Form3->ShowModal();
        if(((LabeledEdit7->Text=="") && (LabeledEdit9->Text=="")) ||
            ((LabeledEdit8->Text=="") && (LabeledEdit10->Text=="")))
        {
            if((LabeledEdit7->Text=="") && (LabeledEdit9->Text==""))
            {
                ad=LabeledEdit8->Text.ToDouble();
                b=LabeledEdit6->Text.ToDouble();
                bd=LabeledEdit10->Text.ToDouble();
                if (ad<=5*(bd+b))
                    etas= ((b*bd)/(1+(b/bd)))*(1+((ad)/(5*b)*(1)/((b)/(bd))));
                else
                    etas=1;
            }
            if((LabeledEdit8->Text=="") && (LabeledEdit10->Text==""))
            {
                as=LabeledEdit7->Text.ToDouble();
                b=LabeledEdit6->Text.ToDouble();
                bs=LabeledEdit9->Text.ToDouble();
            }
        }
    }
}

```

Appendice B: Software per il dimensionamento

```

    if (as<=5*(bs+b))
        etas= ((b*bs)/(1+(b/bs)))*(1+((as)/(5*b)*(1)/((b)/(bs))));
    else
        etas=1;
    }
}
}
//--
if ((LabeledEdit6->Text!="") && (LabeledEdit7->Text!="") && (LabeledEdit8->Text!="") && (LabeledEdit9->Text!="") && (LabeledEdit10->Text!=""))
{
    ad=LabeledEdit8->Text.ToDouble();
    b=LabeledEdit6->Text.ToDouble();
    bd=LabeledEdit10->Text.ToDouble();
    if (ad<=5*(bd+b))
        etad= ((b*bd)/(1+(b/bd)))*(1+((ad)/(5*b)*(1)/((b)/(bd))));
    else
        etad=1;
    as=LabeledEdit7->Text.ToDouble();
    bs=LabeledEdit9->Text.ToDouble();
    if (as<=5*(bs+b))
        etas= ((b*bs)/(1+(b/bs)))*(1+((as)/(5*b)*(1)/((b)/(bs))));
    else
        etas=1;
    etas=etas+etad-1;
}
//-----
if (tipo1==2 || tipo1==4 || tipo1==6 || tipo1==7)
{
    if(((LabeledEdit11->Text=="") || (LabeledEdit12->Text=="")))
        Form3->ShowModal();
    else
    {
        e=LabeledEdit11->Text.ToDouble();
        be=LabeledEdit12->Text.ToDouble();
        if (e<=5*be)
            etae= (0.55*sqrt(e/be)-0.05*e/be);
        else
            etae=1 ;
    }
}
//-----
if (tipo1==3 || tipo1==5 || tipo1==6 || tipo1==7)
{
    if (LabeledEdit13->Text=="")
        Form3->ShowModal();
    else

```

Appendice B: Software per il dimensionamento

```

{double t = LabeledEdit13->Text.ToDouble();
if (LabeledEdit13->Text.ToDouble()>=0 || LabeledEdit13-
>Text.ToDouble()<=40)
etat=1-0.0006*t;
if (LabeledEdit13->Text.ToDouble()>40 || LabeledEdit13-
>Text.ToDouble()<=60)
etat=1.14-0.0041*t;
if (LabeledEdit13->Text.ToDouble()>60 || LabeledEdit13-
>Text.ToDouble()<=120)
etat=0.00000000007*t*t*t*t-0.00000003*t*t*t*t+0.000006*t*t*t*t-
0.0006*t*t*t+0.0297*t*t-0.6973*t+7;
if (LabeledEdit13->Text.ToDouble()<0 || LabeledEdit13->Text.ToDouble()>120)
Form3->ShowModal();
}
}
double R[5];
double diametro[5];
diametro[0]=9;
diametro[1]=11;
diametro[2]=14;
diametro[3]=17.5;
diametro[4]=22;
double f, f1, Ex, Ey, nx, ny, F;
f1 = LabeledEdit14->Text.ToDouble();
Ex = LabeledEdit1->Text.ToDouble();
Ey = LabeledEdit2->Text.ToDouble();
nx = LabeledEdit3->Text.ToDouble();
ny = LabeledEdit4->Text.ToDouble();
F = LabeledEdit5->Text.ToDouble();
f=f1*sqr(sqrt((sqrt(Ex*Ey)*(1-0.09))/(70000*(1-nx*ny))));
//0-----
if (tipo==0)
{double bc=15;
R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(679.13*f+537.83);
R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(665.22*f+633.04);
R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(649.57*f+753.91);
R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1053.9*f+774.78);
R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1039.1*f+877.83);
}
//1-----
if (tipo==1)
{double bc=15;
R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(664.35*f+630.87);
R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(643.48*f+758.7);
R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1053.9*f+774.78);
R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1017*f+883.48);
}

```

Appendice B: Software per il dimensionamento

```

R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1003.5*f+1038.7);
}
// 2-----
if (tipo==2)
{double hc=15;
R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(954.78*f+1447);
R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(987.83*f+1209.6);
R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1008.7*f+1031.7);
R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1018.3*f+885.65);
R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1059.1*f+637.83);
}
// 3-----
if (tipo==3)
{double hc=15;
R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(994.78*f+1037);
R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(978.26*f+1215.7);
R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(960.87*f+1442.2);
R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1083.5*f+618.7);
R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1210.4*f+616.09);
}
// 4-----
if (tipo==4)
{double hc=15;
if (f<=0.8)
{R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1747.6*f*f*f-
250*f*f+766.67*f+194.94);
R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(297.67*f*f*f+1125*f*f+341.67*f+254.29);
R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(-
119.05*f*f*f+1416.7*f*f+283.33*f+297.62);
R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(119.05*f*f*f+916.67*f*f+516.67*f+319.05);
R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(238.1*f*f*f+666.67*f*f+583.33*f+384.76);
}
else
{R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1706.1*f+15.217);
R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1608.7*f+61.739);
R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1505.2*f+123.04);
R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1455.7*f+179.13);
R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1380.9*f+262.17);
}
}

```

```

    }
}
// 5-----
if (tipo==5)
{double bc=15;
  if (f<=0.8)
    {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1190.5*f*f+716.67*f+217.14);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(297.62*f*f+958.33*f*f+391.67*f+290.95);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(119.05*f*f+916.67*f*f+516.67*f+319.05);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(714.29*f*f+850*f+354.29);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1964.3*f*f+291.67*f*f+1275*f+467.62);
    }
  else
    {R[0]=(F*1.5/(1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1617.4*f+53.478);
    R[1]=(F*1.5/(1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1504.3*f+120.87);
    R[2]=(F*1.5/(1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1455.7*f+179.13);
    R[3]=(F*1.5/(1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1390.4*f+256.09);
    R[4]=(F*1.5/(1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(3031.3*f+158.26);
    }
}
// 6-----
if (tipo==6)
{double bc=15;
  if (f<=0.8)
    {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(-
119.05*f*f+1416.7*f*f+283.33*f+297.62);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(119.05*f*f+916.67*f*f+516.67*f+319.09);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(714.29*f*f+850*f+354.29);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(-
297.62*f*f+1875*f*f+958.33*f+485.71);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1904.8*f*f+166.67*f*f+1316.7*f+534.76);
    }
  else

```

```

    {R[0]=(F*1.5/(1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1505.2*f+123.04);
    R[1]=(F*1.5/(1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1455.7*f+179.13);
    R[2]=(F*1.5/(1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1390.4*f+256.09);
    R[3]=(F*1.5/(1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(2469.6*f+273.91);
    R[4]=(F*1.5/(1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(2912.2*f+250.43);
    }
}
//7-----
if (tipo==7)
{double hc=20;
    R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(719.13*f+707.83);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(710.43*f+826.09);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(680.87*f+982.17);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1108.7*f+1021.7);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1093.9*f+1154.8);
}
//8-----
if (tipo==8)
{double hc=20;
    R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(720*f+820);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(695.65*f+979.13);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1123.5*f+1018.7);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1084.3*f+1160.9);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1054.8*f+1357);
}
//9-----
if (tipo==9)
{double hc=20;
    R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1093.9*f+1154.8);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1045.2*f+1363);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1024.3*f+1590.9);
}

```

Appendice B: Software per il dimensionamento

```

R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(974.78*f+1897);
R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1173.9*f+814.78);
}
// 10-----
if (tipo==10)
{
    double bc=20;
    R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1054.8*f+1357);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1024.3*f+1590.9);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(974.78*f+1897);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1159.1*f+817.83);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1114.8*f+956.96);
}
// 11-----
if (tipo==11)
{
    double bc=20;
    if (f<=0.8)
    {
        R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1250*f*f+125*f*f+775*f+270);
        R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(535.71*f*f+791.67*f*f+625*f+309.05);
        R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(595.24*f*f+583.33*f*f+683.33*f+497.14);
        R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(773.81*f*f+125*f*f+908.33*f+407.14);
        R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(-
59.524*f*f+875*f*f+741.67*f+497.14);
    }
    else
    {
        R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1836.5*f+81.304);
        R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1763.5*f+128.7);
        R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1673.5*f+204.78);
        R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1609.6*f+283.91);
        R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1507*f+387.39);
    }
}
// 12-----
if (tipo==12)
{
    double bc=20;
    if (f<=0.8)

```



```

    {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (535.71*f*f*f+791.67*f*f+625*f+309.05);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (178.57*f*f*f+1041.7*f*f+575*f+371.9);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (773.81*f*f*f+125*f*f+908.33*f+407.14);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (-
20655*f*f*f+23625*f*f-4641.7*f+828.57);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (4345.2*f*f*f-
708.33*f*f+1508.3*f+651.9);
    }
    else
    {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (1763.5*f+128.7);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (1674.8*f+206.96);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (1609.6*f+283.91);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (1609.6*f+483.91);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (4140*f+150);
    }
}
// 13-----
if (tipo==13)
{
    double bc=20;
    if (f<=0.8)
    {
        {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (595.24*f*f*f+583.33*f*f+683.33*f+365.24);
        R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (773.81*f*f*f+125*f*f+908.33*f+407.14);
        R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (4345.2*f*f*f-
3875*f*f+1858*f+428.57);
        R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (3750*f*f*f-
291.67*f*f+1425*f+656.67);
        R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (297.62*f*f*f+1791.7*f*f+1141.7*f+747.62);
        }
    }
    else
    {
        {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (1673.9*f+204.78);
        R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (1609.6*f+283.91);
        R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/ (1557.4*f+353.48);
    }
}

```

Appendice B: Software per il dimensionamento

```

    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(3992.2*f+180.43);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(3026.1*f+465.22);
    }
}
// 14-----
if (tipo==14)
{
    double hc=25;
    R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(755.65*f+859.13);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(725.22*f+1013);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(680*f+1210);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1139.1*f+1257.8);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1109.6*f+1423.9);
}
// 15-----
if (tipo==15)
{
    double hc=25;
    R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(725.22*f+1013);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(673.91*f+1214.8);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1094.8*f+1267);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1109.6*f+1423.9);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1060*f+1660);
}
// 16-----
if (tipo==16)
{
    double hc=25;
    R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1109.6*f+1423.9);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1069.6*f+1663.9);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1045.2*f+1933);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(980.87*f+2302.2);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1227.8*f+999.57);
}
// 17-----
if (tipo==17)
{
    double hc=25;
    if(f<=0.8)

```

```

    {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(-
3571.4*f*f*f+3166.7*f*f+100*f+1751.9);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1034.8*f+1937);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(980.87*f+2302.2);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1198.3*f+1005.7);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1139.1*f+1177.8);
    }
    else
    {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(330.43*f+1816.1);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1034.8*f+1937);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(980.87*f+2302.2);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1198.3*f+1005.7);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1139.1*f+1177.8);
    }
}
//18-----
if (tipo==18)
{
    double hc=25;
    if (f<=0.8)
    {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(595.24*f*f*f+583.33*f*f+683.33*f+365.24);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(773.81*f*f*f+125*f*f+908.33*f+407.14);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(4345.2*f*f*f-
3875*f*f+1858*f+428.57);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(-
4821.4*f*f*f+5708.3*f*f+225*f+725.24);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(-
595.24*f*f*f+2416.7*f*f+1016.7*f+754.76);
    }
    else
    {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1673.9*f+204.78);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1609.6*f+283.91);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1557.4*f+353.48);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(2804.3*f+510.87);

```

Appendice B: Software per il dimensionamento

```

    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1863.5*f+618.7);
  }
}
// 19-----
if (tipo==19)
{
  double hc=25;
  if (f<=0.8)
  {
    R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(10476*f*f*f-
    12333*f*f+5366.7*f+6.1905);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
    0.2641*f)*etas*etae*etat))/(833.33*f*f*f+250*f*f+966.67*f+440);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
    0.2641*f)*etas*etae*etat))/(654.76*f*f*f+375*f*f+941.67*f+521.43);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
    0.2641*f)*etas*etae*etat))/(476.19*f*f*f+500*f*f+916.67*f+622.86);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(7976.2*f*f*f-
    3416.7*f*f+2366.7*f+769.52);
  }
  else
  {
    R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
    0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1871.3*f+228.26);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
    0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1828.7*f+291.74);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
    0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1784.3*f+380.87);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1740*f+490);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
    0.2641*f)*etas*etae*etat))/(5237.4*f+133.48);
  }
}
// 20-----
if (tipo==20)
{
  double hc=25;
  if (f<=0.8)
  {
    R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
    0.2641*f)*etas*etae*etat))/(357.14*f*f*f+750*f*f+850*f+447.14);
    R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(-
    238.1*f*f*f+1500*f*f+566.67*f+548.57);
    R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-
    0.2641*f)*etas*etae*etat))/(416.67*f*f*f+541.67*f*f+908.33*f+623.33);
    R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(7202.4*f*f*f-
    2708.3*f*f+2208.3*f+779.05);
    R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*hc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(-
    297.62*f*f*f+2541.7*f*f+1158.3*f+949.05);
  }
  else

```

```

        {R[0]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1814.8*f+296.96);
        R[1]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1775.7*f+379.13);
        R[2]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(1725.2*f+493.04);
        R[3]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-
0.2641*f)*etas*etae*etat))/(5149.6*f+153.91);
        R[4]=(F*1.5/((1.172-0.0063*bc-0.2641*f)*etas*etae*etat))/(3287*f+647.39);
        }
    }
// 21-----
if (tipo>20 || tipo<0)
    Form3->ShowModal();

int index = SDLAppForm->risultati->ItemIndex;
// SDLAppForm->risultati->Items->Add();
for (int i=0; i<5; i++)
{
    SDLAppForm->risultati->Items->Add ("Per il diametro dell'inserto ");
    SDLAppForm->risultati->Items->Add (diametro[i]);
    SDLAppForm->risultati->Items->Add ("il coefficiente di sicurezza è:");
    SDLAppForm->risultati->Items->Add (1/R[i]);
    SDLAppForm->risultati->Items->Add ("");
}
Close();
// SDLAppForm->Button1->Enabled=false;
}

```

UNIT2.H

```

// -----

#ifndef Unit2H
#define Unit2H
// -----
#include <Classes.hpp>
#include <Controls.hpp>
#include <StdCtrls.hpp>
#include <Forms.hpp>
#include <Buttons.hpp>
// -----
class TForm2 : public TForm
{
    __published: // IDE-managed Components
        TBitBtn *BitBtn1;
        TStaticText *StaticText1;

```

```
private: // User declarations
public:
    __fastcall TForm2(TComponent* Owner);
};
//-----
extern PACKAGE TForm2 *Form2;
//-----
#endif
```

UNIT2.CPP

```
//-----

#include <vcl.h>
#pragma hdrstop

#include "Unit2.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"
TForm2 *Form2;
//-----
__fastcall TForm2::TForm2(TComponent* Owner)
    : TForm(Owner)
{
}
//-----
```

UNIT3.H

```
//-----

#ifndef Unit3H
#define Unit3H
//-----
#include <Classes.hpp>
#include <Controls.hpp>
#include <StdCtrls.hpp>
```

```
#include <Forms.hpp>
#include <Buttons.hpp>
//-----
class TForm3 : public TForm
{
__published: // IDE-managed Components
    TBitBtn *BitBtn1;
    TStaticText *StaticText1;
private: // User declarations
public:
    __fastcall TForm3(TComponent* Owner);
};
//-----
extern PACKAGE TForm3 *Form3;
//-----
#endif
```

UNIT3.CPP

```
//-----

#include <vcl.h>
#pragma hdrstop

#include "Unit3.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"
TForm3 *Form3;
//-----
__fastcall TForm3::TForm3(TComponent* Owner)
    : TForm(Owner)
{
}
//-----
```

ABOUT.H

```
//-----
#ifndef AboutH
#define AboutH
//-----
#include <vcl\ExtCtrls.hpp>
#include <vcl\Buttons.hpp>
#include <vcl\StdCtrls.hpp>
#include <vcl\Controls.hpp>
```

```
#include <vcl\Forms.hpp>
#include <vcl\Graphics.hpp>
#include <vcl\Classes.hpp>
#include <vcl\Windows.hpp>
#include <vcl\System.hpp>
//-----
class TAboutBox : public TForm
{
    __published:
    TPanel *Panel1;
    TButton *OKButton;
    TImage *ProgramIcon;
    TLabel *ProductName;
    TLabel *Version;
    TLabel *Copyright;
    TLabel *Comments;
private:
public:
    virtual __fastcall TAboutBox(TComponent *Owner);
};
//-----
extern TAboutBox *AboutBox;
//-----
#endif
```

ABOUT.CPP

```
//-----
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop

#include "About.h"
//-----
#pragma resource "*.dfm"
TAboutBox *AboutBox;
//-----
__fastcall TAboutBox::TAboutBox(TComponent *Owner)
: TForm(Owner)
{
}
//-----
```


Appendice C: Honeycomb: modello costitutivo ortotropo

Honeycomb metallici sono usati, principalmente, in strutture sandwich con core leggeri. L'impiego degli honeycomb è giustificato dal loro alto modulo di taglio fuori dal piano trasversale unito alla bassa densità di massa. Esempi di applicazione sono le cabine degli aerei e dei jet o in alternativa all'uso delle lamiere nel campo automobilistico. Queste applicazioni richiedono forme dei pannelli sandwich tridimensionali, perciò gli honeycomb sono soggetti a grandi deformazioni di tipo plastico che avviene anche durante la risposta meccanica all'impatto, come il caso di un pedone che viene investito da una macchina o un uccello che colpisce gli aerei.

La caratteristica degli honeycomb è l'ortotropia, infatti, la struttura cellulare dell'honeycomb comprende delle cellette tubolari a parete sottile unite tra loro sulle pareti adiacenti. Nella figura seguente (fig. C.1) si osserva il sistema di riferimento ortotropo di un honeycomb di tipo esagonale dove le direzioni W, L e T sono rispettivamente le direzioni nel piano (W e L) della sezione trasversale e fuori da tale piano (T).

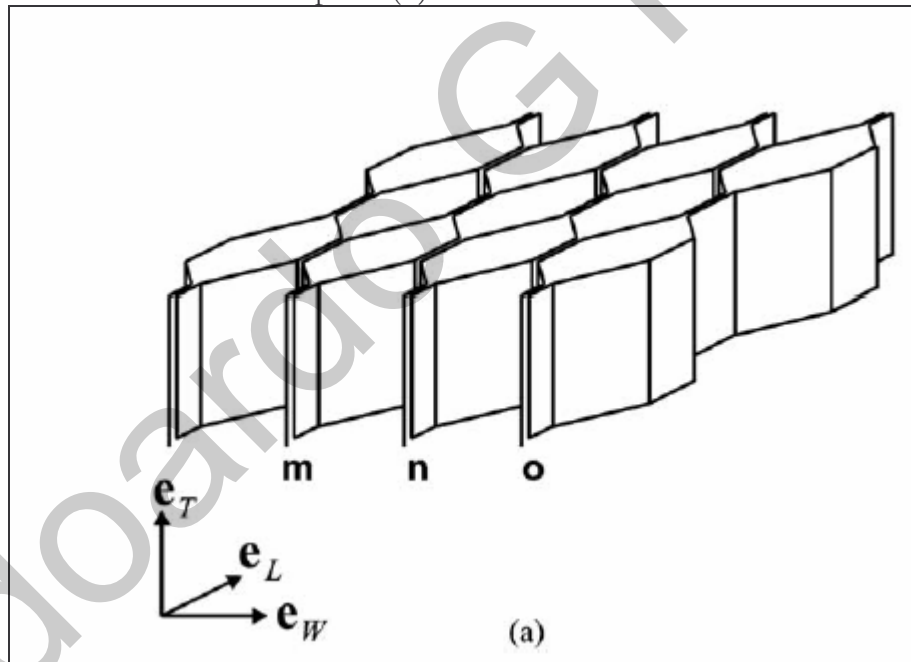


Fig. C.1 sistema di riferimento di un honeycomb esagonali

La rigidezza elastica lungo le direzioni W e L così come la rigidezza di taglio nel piano W-L è di uno o due ordini di grandezza più bassa di quella fuori dal piano di sezione, le stesse considerazioni valgono per il livello di tensione che si raggiunge alla plasticità. Le proprietà meccaniche di un honeycomb commerciale si riassumono nella tabella seguente (tab. C.1).

Table 1
Mechanical properties of 1.8% relative density hexagonal aluminum 5056-H39 honeycomb

E_{WW} (MPa)	E_{LL} (MPa)	G_{WL} (MPa)	σ_{WW}^y (MPa)	σ_{LL}^y (MPa)	τ_{WL}^y (MPa)
<i>In-plane properties</i>					
0.11	0.27	0.02	0.02	0.03	0.05
E_{TT} (MPa)	G_{TW} (MPa)	G_{TL} (MPa)	σ_{TT}^y (MPa)	τ_{TW}^y (MPa)	τ_{TL}^y (MPa)
<i>Out-of-plane properties</i>					
1253	156	315	0.93	0.53	n.a.

Tab. C.1 caratteristiche meccaniche di un honeycomb in alluminio 5056 a celle esagonali

L'honeycomb inizia la deformazione plastica per un livello di tensione pari a 0,2 MPa in direzione W ma la rottura dell'honeycomb avviene per una tensione di 0,9 MPa lungo la direzione T. Questa osservazione porta a concludere che si possono trascurare i carichi nel piano trasversale rispetto a quelli fuori da tale piano. La risposta meccanica dell'honeycomb a un carico assiale di compressione nella direzione T si può osservare in fig. C.2.

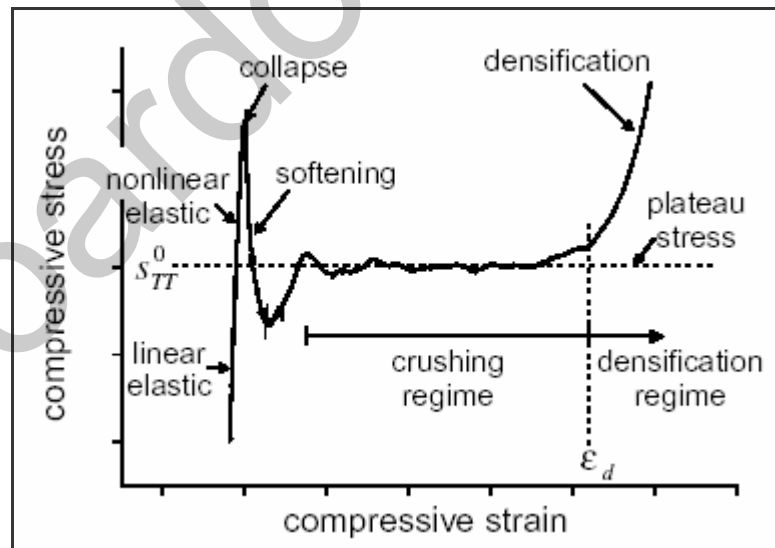


Fig. C.2 Curva di risposta a una sollecitazione di compressione

Il comportamento è, inizialmente, lineare, ma, poi, diventa non lineare per effetto dell'instabilità elastica della struttura cellulare. Quando le tensioni locali

raggiungono un valore di soglia il regime elastico finisce e la struttura del nido d'ape collassa. Ciò è caratterizzato da un picco di tensione seguito da un comportamento *softening* che precede il collasso della struttura. Durante il collasso le pareti delle cellette si piegano progressivamente e, microscopicamente, questo si traduce in oscillazioni attorno alla tensione costante di *plateau*. Questo comportamento procede finchè l'intera struttura si è piegata e, le tensioni aumentano considerevolmente il loro valore.

Nel rispetto della modellazione che considera il comportamento fuori dal piano trasversale dell'honeycomb, si propongono tre approcci distinti:

1. Imperfezione nella propagazione delle pieghe nella struttura dell'honeycomb: questo approccio indirizza il problema alla deformazione localizzata durante la rottura fuori dal piano
2. cinematica delle pieghe delle pareti delle celle: questo approccio assume che le pieghe della struttura dell'honeycomb sono controllate dalle deformazioni
3. comportamento fenomenologico: questo approccio si focalizza sulla predizione del campo di tensioni e deformazioni, trascurando le deformazioni localizzate e considerando staticamente omogenee le deformazioni di livello macroscopico.

In seguito si considera solo quest'ultimo approccio, senza trattare gli altri. Esso è basato su osservazioni sperimentali e le ipotesi principali sono:

- deformazioni nel piano piccole
- tensioni fuori dal piano indipendenti dalle deformazioni nel piano
- tensioni nel piano trascurabili
- concetto delle tensioni *plateau*, per esempio l'assunzione della tensione *plateau* normale e di taglio nel regime di rottura fornisce un'approssimazione soddisfacente per la complessa risposta tensione-deformazione.

Le equazioni costitutive sono adottate per honeycombs metallici e, nella presente formulazione si sono introdotte nuove definizioni della tensione e della deformazione in accordo al collegamento tra le assunzioni del modello e le osservazioni sperimentali.

Si ipotizza, innanzitutto, che $\otimes$ è il prodotto tensoriale, $\times$ il prodotto vettoriale, $\cdot$ il prodotto scalare. Il modello costitutivo è formulato nelle coordinate del materiale che è collegato agli assi della configurazione iniziale dell'honeycomb. Dati i vettori unità (e_W^g, e_L^g, e_T^g) dei tre assi iniziali di ortotropia, si può definire il tensore $\mathbf{B}$ come $\mathbf{B} = \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_W^g + \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_L^g + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_T^g$.

Un vettore $\mathbf{a}$ nelle coordinate globali nelle coordinate del materiale è dato da $\mathbf{a}^g \rightarrow \mathbf{a}^m = \mathbf{B}\mathbf{a}^g$,

In accordo a quanto detto il tensore gradiente di deformazione $\mathbf{F}$ è rappresentato da $\mathbf{F}^g \rightarrow \mathbf{F}^m = \mathbf{B}\mathbf{F}^g\mathbf{B}^T$, mentre il tensore gradiente di tensione è dato da $\mathbf{T}^g \rightarrow \mathbf{T}^m = \mathbf{B}\mathbf{T}^g\mathbf{B}^T$.

Il gradiente di deformazione si può scomporre in un tensore distorsione $\mathbf{U}$ e in un tensore rotazione $\mathbf{R}$ come rappresentato nella figura seguente (fig. C.3)

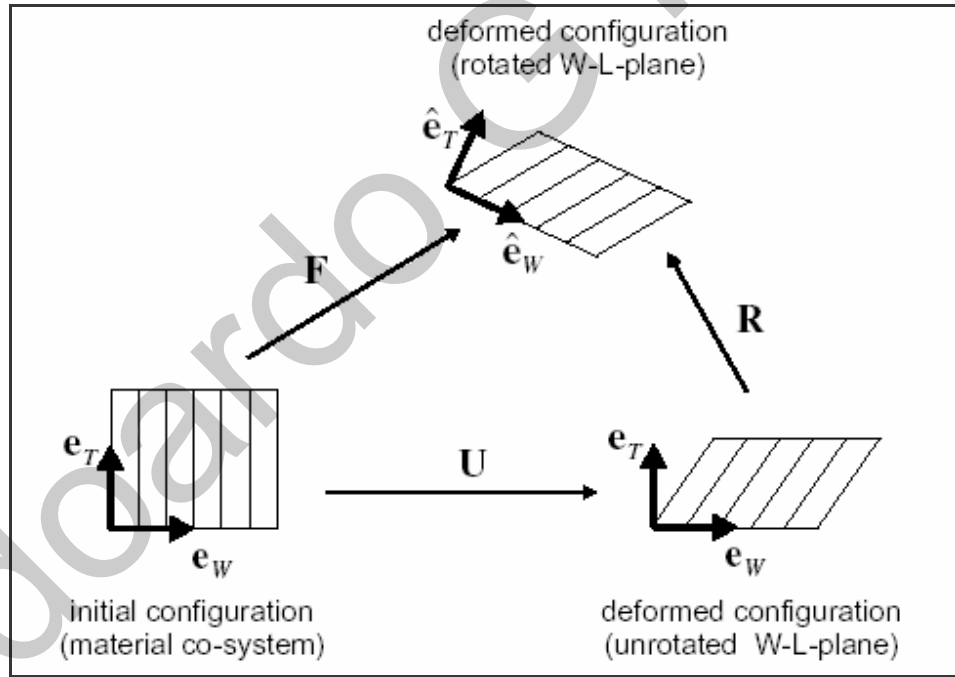


Fig. C.3 cinematica della deformazione

Il tensore deformazione si definisce come $\mathbf{E} = \mathbf{U} - \mathbf{1}$, come risultato di questa forma semplice del tensore deformazione, i singoli componenti di deformazione $(\gamma_{TW}, \gamma_{TL}, \epsilon_{TT})$, misurati negli esperimenti, corrispondono a:

$$E_{13} = \mathbf{E} \cdot (\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_3) = \gamma_{TW},$$

$$E_{23} = \mathbf{E} \cdot (\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_3) = \gamma_{TL},$$

$$E_{33} = \mathbf{E} \cdot (\mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3) = \varepsilon_{TT}.$$

Il vettore rotazione si scrive come $\mathbf{R} = \mathbf{e}_1 \otimes \hat{\mathbf{e}}_W + \mathbf{e}_2 \otimes \hat{\mathbf{e}}_L + \mathbf{e}_3 \otimes \hat{\mathbf{e}}_T$, così il vettore rotazione è univocamente determinato e si può calcolare il tensore deformazione simmetrico come $\mathbf{E} = \mathbf{R}^T \mathbf{F} - \mathbf{1}$.

In accordo all'ineguaglianza di Clausius per processi isotermi, il coefficiente di dissipazione Φ deve essere positivo: $\Phi = \dot{W} - \dot{\psi} \geq 0$, dove $\dot{W}$ denota la potenza di tensione e $\dot{\psi}$ la velocità dell'energia libera di Helmholtz, entrambe definite per unità di volume. Il tensore di tensione $\mathbf{T}^*$ che è il lavoro coniugato del tensore di deformazione $\mathbf{E}$ può essere definito dalla potenza di tensione. Il punto iniziale è l'espressione della potenza di tensione in termini di tensore di tensione di Cauchy e di velocità del tensore di deformazione $\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1}$:

$$\begin{aligned} W &= (\det \mathbf{F}) \mathbf{T} \cdot \mathbf{L} = (\det \mathbf{F}) \mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1} = (\det \mathbf{U}) \mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T + (\det \mathbf{U}) \mathbf{T} \cdot \mathbf{R}\dot{\mathbf{U}}\mathbf{U}^{-1}\mathbf{R}^T \\ &= (\det \mathbf{U}) \mathbf{R}^T \mathbf{T} \mathbf{R} \mathbf{U}^{-T} \cdot \dot{\mathbf{U}} = \mathbf{T}^* \cdot \dot{\mathbf{E}}, \end{aligned}$$

dove il lavoro coniugato del tensore di tensione vale $\mathbf{T}^* = (\det \mathbf{U}) \mathbf{R}^T \mathbf{T} \mathbf{R} \mathbf{U}^{-T}$.

La principale assunzione in questo modello è trascurare il lavoro fatto nel piano della sezione dell'honeycomb dalle tensioni, così, l'espressione della potenza della tensione si riduce a:

$$W = \mathbf{T}^* \cdot \dot{\mathbf{E}} \cong T_{13}^* \dot{E}_{13} + T_{23}^* \dot{E}_{23} + T_{33}^* \dot{E}_{33} = \tau_{TW} \dot{\gamma}_{TW} + \tau_{TL} \dot{\gamma}_{TL} + \sigma_{TT} \dot{\varepsilon}_{TT} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}},$$

dove il vettore di tensione $\boldsymbol{\sigma}$ è

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} T_{13}^* \\ T_{23}^* \\ T_{33}^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau_{TW} \\ \tau_{TL} \\ \sigma_{TT} \end{Bmatrix},$$

mentre il vettore deformazione $\boldsymbol{\varepsilon}$ è

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} E_{TW} \\ E_{TL} \\ E_{TT} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma_{TW} \\ \gamma_{TL} \\ \varepsilon_{TT} \end{Bmatrix}.$$

Si considera, poi, la decomposizione del vettore deformazione nella parte elastica e in quella plastica: $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$. Poiché l'energia libera di Helmholtz si definisce come funzione del vettore di deformazione elastica $\psi = \hat{\psi}(\boldsymbol{\varepsilon}^e)$, il coefficiente di dissipazione φ diventa:

$$\varphi = \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \right) \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \geq 0.$$

In assenza di plasticità il coefficiente di dissipazione deve essere nullo, perciò,

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e}.$$

Se, invece, è presente la plasticità, il coefficiente di dissipazione deve essere positivo, e ciò impone un'importante restrizione termodinamica sul ruolo del flusso di deformazione $\boldsymbol{\varepsilon}^p$. Se si assume l'energia libera di Helmholtz come una forma quadratica

$$\hat{\psi} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^e \cdot \mathcal{C} \boldsymbol{\varepsilon}^e$$

si ottiene che $\boldsymbol{\sigma} = \mathcal{C} \boldsymbol{\varepsilon}^e$, dove $\mathcal{C}$ è il tensore di elasticità del secondo ordine e denota la matrice diagonale dei moduli di elasticità:

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} G_{TW} & 0 & 0 \\ 0 & G_{TL} & 0 \\ 0 & 0 & E_{TT} \end{bmatrix}.$$

Rimane sottinteso che, per grandi deformazioni, il materiale rimane ortotropo, mentre i moduli di elasticità sono costanti. Il modello semplicemente elastico adottato viene adottato nella maggior parte dei casi, mentre una descrizione dettagliata delle proprietà elastiche sotto grandi deformazioni plastiche andrebbe valutata approfonditamente.

Dai risultati sperimentali su honeycombs metallici, si ottiene un collasso iniziale e, poi, lo sviluppo della rottura. Entrambi i comportamenti sono generati da carichi di compressione e taglio. Lo sviluppo del collasso descrive il picco di tensione iniziale e determina il dominio elastico iniziale, ma una volta che avviene una deformazione plastica nell'honeycomb sotto un carico di compressione, il collasso non si può recuperare più. In altre parole, il collasso è importante per problemi di comportamento all'inizio della plasticità, mentre, nel caso delle grandi deformazioni, lo sviluppo della rottura

è di massima importanza. Le curve di tensione-deformazione mostrano regimi *plateau* dove le tensioni fluttuano attorno a valori di *plateau*. Nel piano T-W, la relazione tra le tensioni normale e tangenziale di *plateau* è descritta dalla relazione:

$$\frac{\sigma_{TT}}{s_{TT}^0} + \left| \frac{\tau_{TW}}{s_{TW}^0} \right|^m = 1,$$

dove s_{TT}^0 e s_{TW}^0 denotano la tensione *plateau* sotto un carico uniassiale di compressione e di taglio puro. Qui si estende questo concetto osservato sperimentalmente dello sviluppo della rottura al caso tridimensionale e si propone il seguente campo superficiale che descrive il dominio elastico nel caso di grandi deformazioni fuori dal piano trasversale:

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{s}) = \frac{\sigma_{TT}}{s_{TT}} + \left[\left(\frac{\tau_{TW}}{s_{TW}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{TL}}{s_{TL}} \right)^2 \right]^{m/2} - 1 = 0.$$

Il vettore $\mathbf{s}^T = \{s_{TW}, s_{TL}, s_{TT}\}$ denota la resistenza alla deformazione, esso è costante nel regime di rottura ma cresce nel regime di *densification*.

In prove virtuali agli elementi finiti, dove le pareti delle celle sono discretizzate da una meshatura molto fine di elementi shell e le risposte macroscopiche sono determinate da simulazioni non lineari sotto varie condizioni di carico (normale e tangenziale), il flusso plastico nel piano T-W è, approssimativamente, coassiale con la direzione della tensione principale di compressione. Quando le combinazioni delle tensioni normali e di taglio, applicate alla singola parete, instabilizzano la tensione da quella ortogonale a quella principale (fig. C.4 (b)). Per minimizzare la distorsione della membrana, il pannello si riduce microscopicamente come materiale (fig. C.4(c)).

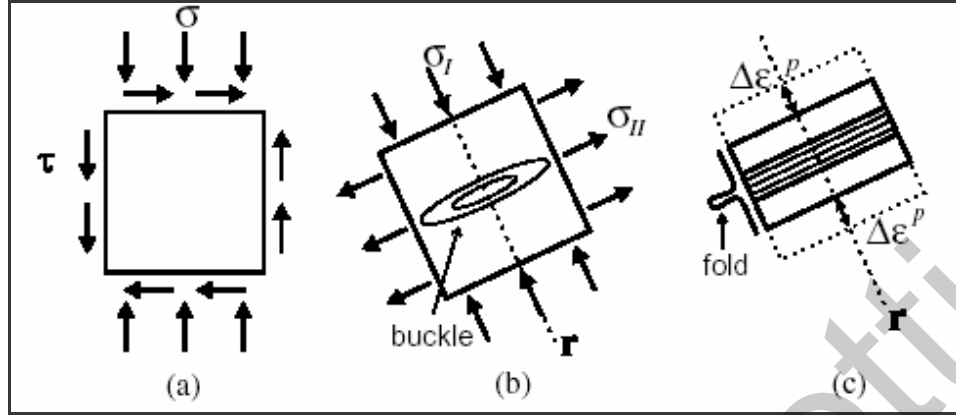


Fig. C.4 (a) tensione normale e tangenziale (b) piano principale di tensione (c) risposta di post-instabilizzazione

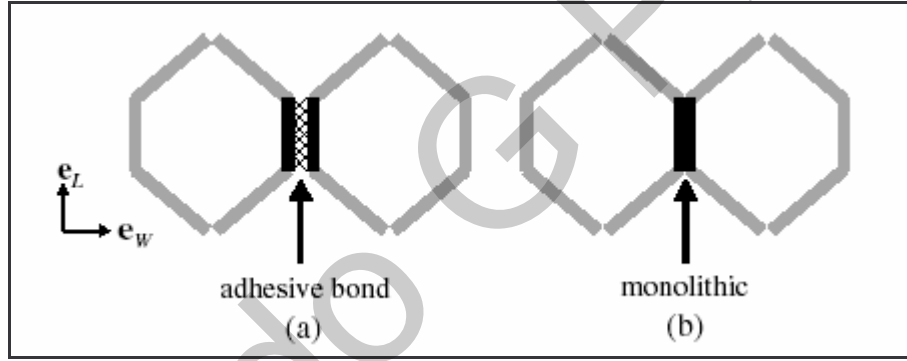


Fig. C.5 (a) honeycomb reale (b) honeycomb virtuale

Questo meccanismo spiega perché la direzione del flusso plastico in un honeycomb monolitico è vicina alla direzione della tensione principale macroscopica. Per unire il ruolo del flusso nel modello si calcolano le direzioni principali di tensione del vettore σ decomponendo il tensore di tensione in autovalori ($\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$) e autovettori (t^I, t^{II}, t^{III}):

$$\begin{aligned} & \tau_{TW}(\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_1) + \tau_{TL}(\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_2) + \sigma_{TT}(\mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3) \\ &= \sigma_I \mathbf{t}^I \otimes \mathbf{t}^I + \sigma_{II} \mathbf{t}^{II} \otimes \mathbf{t}^{II} + \sigma_{III} \mathbf{t}^{III} \otimes \mathbf{t}^{III}. \end{aligned}$$

Dopo aver riordinato gli autovalori $\sigma_I \leq \sigma_{II} \leq \sigma_{III}$, la direzione del flusso plastico in un honeycomb monolitico è dato dall'autovettore $t^I = t^I(\sigma)$ che corrisponde al più piccolo autovalore:

$$\mathbf{r} = -\text{sign}(t_3^I) \mathbf{t}^I(\sigma).$$

La figura seguente (fig. C.6) paragona la direzione del flusso plastico in accordo con l'equazione precedente con i risultati sperimentali e la normalità al flusso. Dalla figura si può osservare che la direzione del flusso plastico non corrisponde ai risultati sperimentali, comunque, l'assunzione del flusso plastico, soddisfa i risultati per un honeycomb monolitico. In un honeycomb reale, invece, i meccanismi di deformazione microstrutturale sono perturbati dalla delaminazione intercellulare tra le celle vicine e dalla loro rottura. Questi effetti microstrutturali cambiano lo stato di tensione nelle pareti cellulari.

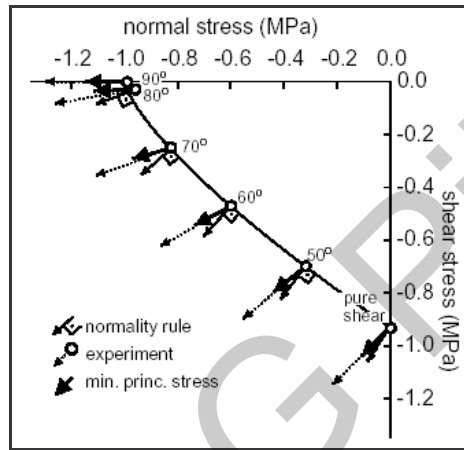


Fig. C.6 direzioni del flusso plastico

Inoltre, le discontinuità, indotte dalla delaminazione sul campo di tensione tangenziale, generano tensioni normali lungo la direzione T, questo effetto viene tenuto in conto dall'introduzione del parametro $\Delta\sigma$, esso permette di aggiustare la direzione del flusso plastico: invece di usare lo stato di tensione descritto dal vettore di tensione σ , si usa il vettore tensione perturbato $\sigma + \Delta\sigma e_3$ come base per il calcolo della direzione del flusso plastico:

$$\mathbf{r}(\sigma) = -\text{sign}(t_3^I) \mathbf{t}^I(\sigma + \Delta\sigma e_3).$$

Il modello non può essere applicato senza la restrizione delle situazioni di carico che coinvolgono la trazione ($\sigma_{TT} > 0$). Innanzitutto, i meccanismi, sotto trazione, cambiano, poi, la velocità di deformazione plastica lungo la direzione T è sempre negativa in accordo alla regola del flusso ($d\epsilon_{TT}^p \leq 0$), così, la dissipazione plastica totale potrebbe diventare negativa violando la non negatività della dissipazione intrinseca ϕ .

La resistenza alla deformazione è costante per tutto il regime di rottura dove le componenti di deformazione corrispondono alle tensioni di *plateau*. La deformazione è *hardening* nel regime di *densification*, dove il contatto delle pareti

nella microstruttura fa aumentare la capacità di carico dell'honeycomb. Se $\mathbf{s}$ è il vettore di resistenza, h_d il modulo di *densification* e ϵ_d la deformazione di *densification*, si ottengono le seguenti relazioni:

$$d\mathbf{s} = d\lambda \mathbf{q},$$

per le condizioni iniziali

$$\mathbf{s}(\epsilon_{TT}^p = 0) = \mathbf{s}^0$$

e, infine,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q} &= \mathbf{0} && \text{for } \epsilon_{TT}^p \geq \epsilon_d \\ \mathbf{q} &= \frac{h_d}{1 + \epsilon_{TT}^p} \frac{r_3}{s_{TT}^0} \mathbf{s}^0 && \text{for } \epsilon_{TT}^p < \epsilon_d \end{aligned} \right\}.$$

Il termine honeycomb metallico rappresenta una famiglia di materiali cellulari con microstruttura periodica bidimensionale. Un esempio è l'honeycomb in alluminio a celle esagonali, studiato fin qui. La spina dorsale del modello è il concetto di tensione *plateau*. Attraverso lo studio empirico del modello fenomenologico sono state effettuate analisi virtuali e sperimentali quasi statiche su honeycombs in alluminio (qui è stata riportata solo la trattazione analitica ma non gli esempi¹). Tuttavia, questo modello presenta alcune limitazioni:

- Tensione: il modello non fornisce predizioni attendibili della tensione quando tensioni di trazione sono applicate lungo la direzione T. Le sperimentazioni hanno mostrato un comportamento diverso della risposta a trazione rispetto a quella della compressione.
- Frattura: per esempio, la frattura degli honeycombs si osserva frequentemente nell'impatto delle barriere usate per i crash tests. Essa richiede speciali trattamenti di modellazione, in particolare entra in gioco l'influenza delle grandi deformazioni nel piano trasversale.
- Effetto della velocità di deformazione: essa entra in gioco sul livello macroscopico per alte velocità di carico dove l'inerzia laterale delle pareti cellulari influenza le pieghe della microstruttura. L'applicabilità del concetto delle tensioni di *plateau* devono essere attentamente esaminate per alte velocità di carico.

¹ Gli esempi sono riportati in Large plastic deformation of metallic honeycomb: orthotropic rate-independent constitutive model by D. Mohr & M. Doyoyo

- Anisotropia della deformazione e evoluzione dei moduli elastici: gli honeycomb metallici diventano pienamente anisotropi sotto grandi deformazioni che cambiano i moduli stessi. Così, la semplice legge iperelastica adottata non permette l'analisi di propagazione delle onde o altri fenomeni che richiedono un'accurata descrizione della variazione dell'energia di deformazione elastica.

Edoardo G Piloti

Nel seguito viene mostrato un secondo approccio teorico che descrive la rigidezza e la resistenza di honeycombs esagonali che verificano la presenza di bordi *plateau*. Quando un solido cellulare viene caricato meccanicamente, il principale meccanismo che si verifica è la flessione. Le espressioni teoriche che descrivono le proprietà meccaniche di un solido cellulare, basato sul modello flessionale con pareti cellulari uniformi, proposto da Gibson e Ashby, mostrano una dipendenza dalla densità relativa ρ^*/ρ_s , dove ρ^* è la densità del solido cellulare e ρ_s è la densità del solido che forma le pareti delle celle. La rigidezza e la resistenza degli honeycombs si può esprimere in termini di densità relativa: $C(\rho^*/\rho_s)^n$. È ovvio che il coefficiente di microstruttura C e la costante esponenziale n dipendono dalla morfologia degli honeycombs.

Per esempio, il modulo di Young E^* , il modulo tangenziale G^* , la tensione di instabilità elastica σ_{el}^* e la tensione di collasso plastico σ_{pl}^* di un honeycomb esagonale regolare con spessore delle pareti uniformi sono dati dalle seguenti espressioni:

$$E^*/E_s = 1.49(\rho^*/\rho_s)^3,$$

$$G^*/E_s = 0.37(\rho^*/\rho_s)^3,$$

$$\sigma_{el}^*/E_s = 0.143(\rho^*/\rho_s)^3,$$

$$\sigma_{pl}^*/\sigma_{ys} = 0.5(\rho^*/\rho_s)^2.$$

Qui E_s e σ_{ys} sono il modulo di Young e la resistenza delle pareti cellulari. In pratica, ci sono alcune imperfezioni pre-esistenti nei solidi cellulari reali dovute alla costruzione, come la sezione non uniforme della sezione delle pareti delle celle, le ondulazioni non periodiche della microstruttura e l'assenza di alcune pareti. Molti studi indagano l'influenza di questi effetti sulle proprietà meccaniche del solido cellulare.

Un honeycomb esagonale regolare di spessore b è schematizzato in fig. C.7, dove t e l sono lo spessore e la lunghezza delle pareti cellulari.

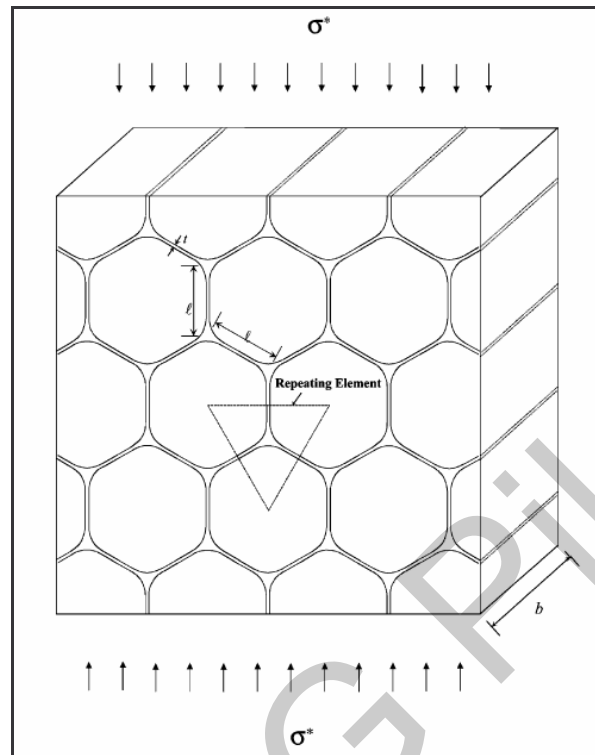


Fig. C.7 honeycomb ideale regolare con bordi *plateau*

La rigidezza e la resistenza del modello si possono ottenere dall'analisi di elementi ripetitivi come quello mostrato in fig. C.8,

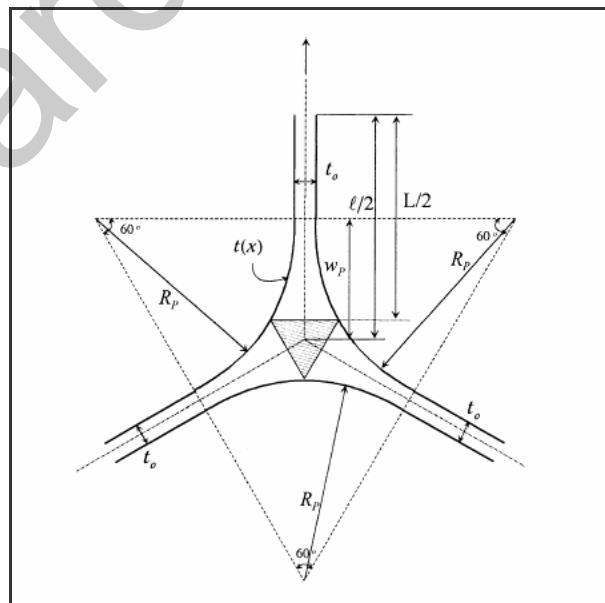


Fig. C.8 elemento ripetitivo composto da tre celle

L'elemento ripetitivo è formato da tre celle che si incontrano con un angolo di 120° al vertice con bordo *plateau* di raggio di curvatura costante R_p e larghezza W_p . Lo spessore delle pareti delle tre celle è variabile lungo il bordo *plateau* ed è uguale a t_0 fuori da tale zona.

Tenendo in considerazione la fig. C.8, si trova la densità relativa:

$$\frac{\rho^*}{\rho_s} = \frac{2}{3} \left[\sqrt{3} \frac{t_0}{l} - \frac{1}{2} \left(\frac{t_0}{l} \right)^2 + \left(2 - \frac{\pi}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{R_p}{l} \right)^2 \right]$$

Φ_2 è, invece, la frazione in volume del solido contenuto nella regione con bordo *plateau* rispetto al solido complessivo dell'elemento ripetitivo:

$$\Phi_2 = \frac{\rho_s}{\rho^*} \frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{t_0}{l} \right)^2 + 2 \frac{R_p}{l} \frac{t_0}{l} + \left(2 - \frac{\pi}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{R_p}{l} \right)^2 \right]$$

Si nota che Φ_2 è compreso tra zero e l'unità. Poiché domina la flessione, l'elemento tratteggiato in fig. C.8 si considera rigido. Lo spessore e la lunghezza di ogni cella valgono:

$$t(x) = 2R_p + t_0 - 2\sqrt{R_p^2 - (x - R_p/2)^2} \rightarrow 0 \leq x \leq R_p/2$$

$$t(x) = t_0 \rightarrow R_p/2 \leq x \leq L/2$$

$$L = l - (2/\sqrt{3} - 1)R_p - (1/\sqrt{3})t_0$$

dove x è misurato lungo l'asse neutrale.

Moduli elastici:

Si applica una tensione σ^* sulla superficie superiore e inferiore del contorno del modello come in fig. C.7. Dall'equilibrio verticale le forze si attuano su ciascuna cella, inoltre ogni cella si può trattare come una trave a spessore variabile di lunghezza L , così, i risultati di spostamento e deformazione lungo la direzione verticale si possono calcolare per il modello. Come risultato il modulo elastico dell'honeycomb dipende dal modulo elastico delle pareti cellulari:

$$\frac{E^*}{E_s} = \frac{4/\sqrt{3}}{\left[\frac{L^3}{t_0^3} - 3 \frac{L^2 R_p}{t_0^3} + 3 \frac{L R_p^2}{t_0^3} - \frac{R_p^3}{t_0^3} + 24 D_b \right] + 3 \left[\frac{L - R_p}{t_0} + D_a \right]}$$

$$D_b = \int_0^{R_p/2} (x - L/2)^2 (2R_p + t_0 - 2\sqrt{R_p^2 - (x - R_p/2)^2})^{-3} dx$$

$$D_a = 2 \int_0^{R_p/2} (2R_p + t_0 - 2\sqrt{R_p^2 - (x - R_p/2)^2})^{-1} dx.$$

Quando il modello è sottoposto a una tensione tangenziale nel piano trasversale, la deflessione include la deflessione orizzontale delle pareti verticali e la deflessione assiale delle pareti oblique (fig. C.7). La deformazione totale di taglio è la somma delle deformazioni tangenziali dovute alla flessione delle pareti verticali e la deformazione assiale delle pareti inclinate, così, il modulo tangenziale del modello dell'honeycomb è dato da:

$$\frac{G^*}{E_s} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left[\frac{L^3}{t_0^3} - 3 \frac{L^2 R_p}{t_0^3} + 3 \frac{L R_p^2}{t_0^3} - \frac{R_p^3}{t_0^3} + 24 D_b \right] + \frac{1}{2} \times \left[\frac{L - R_p}{t_0} + D_a \right] \right\}^{-1}$$

Resistenza al collasso plastico

Deformazioni plastiche avvengono nelle celle quando il modello dell'honeycomb è soggetto a tensioni di trazione o compressione uniassiale più grandi della resistenza al collasso plastico σ_{pl}^* . La resistenza al collasso plastico del modello si può calcolare dall'uguaglianza del lavoro esterno fatto dalle forze verticali delle pareti inclinate con il lavoro interno delle deformazioni plastiche per $x=a_p$, dove a_p è la posizione delle due deformazioni plastiche misurate dalla fine di ogni parete inclinata. La soluzione esatta per la resistenza al collasso plastico del modello è:

$$\frac{\sigma_{pl}^*}{\sigma_{ys}} = \frac{2 t(x)^2|_{x=a_p}}{3 l(L - 2a_p)}$$

Resistenza all'instabilità elastica

Quando avviene l'instabilità elastica, la resistenza flessionale delle pareti inclinate nell'elemento ripetitivo, può riguardare l'elasticità rotazionale. Poiché il momento flessionale agisce sul vertice delle tre celle che si incontrano al vertice e, il suo angolo rotazionale si possono calcolare, la rigidezza dell'elasticità rotazionale vale:

$$S = \frac{E_s b l^2}{6 \left(\frac{L/l - R_p/l}{2(t_0/l)^3} + C_p \right)}$$

dove C_p è il parametro dipendente dalla morfologia della cella, e vale

$$C_p = \left[4 \left(\frac{t_0}{l} \right)^{5/2} \left(4 \frac{R_p}{l} + \frac{t_0}{l} \right)^{5/2} \left(\left(\frac{R_p}{l} \right)^2 + 4 \frac{R_p}{l} \frac{t_0}{l} + \left(\frac{t_0}{l} \right)^2 \right)^2 \right]^{-1} \left[(24 + 12\sqrt{3}) \gamma \left(\frac{R_p}{l} \right)^6 + (172 + 84\sqrt{3}) \gamma \left(\frac{R_p}{l} \right)^5 \frac{t_0}{l} + (184 + 69\sqrt{3}) \gamma \left(\frac{R_p}{l} \right)^4 \left(\frac{t_0}{l} \right)^2 + (84 + 24\sqrt{3}) \gamma \left(\frac{R_p}{l} \right)^3 \left(\frac{t_0}{l} \right)^3 + (20 + 3\sqrt{3}) \gamma \left(\frac{R_p}{l} \right)^2 \left(\frac{t_0}{l} \right)^4 + 2 \gamma \frac{R_p}{l} \left(\frac{t_0}{l} \right)^5 + 12 \left(\frac{R_p}{l} \right)^2 \left(2 \frac{R_p}{l} + \frac{t_0}{l} \right) \left(\left(\frac{R_p}{l} \right)^2 + 4 \frac{R_p}{l} \frac{t_0}{l} + \left(\frac{t_0}{l} \right)^2 \right)^2 \tan^{-1} \left(\frac{R_p}{l} \frac{1}{\gamma} \right) \right]$$

e γ vale

$$\gamma = \sqrt{4(R_p/l)(t_0/l) + (t_0/l)^2}.$$

Perciò il problema dell'instabilità per tre celle connesse al vertice si può trattare come una colonna di sezione trasversale a spessore variabile soggetta a un carico di compressione P al suo estremo libero e un'elasticità rotazionale con una rigidezza S agli altri estremi.

I risultati teorici indicano che sia la resistenza che la rigidezza di un honeycomb regolare a celle esagonali dipendono dalla loro densità relativa e dalla distribuzione del solido tra le tre celle connesse con un vertice. Il modulo di Young, il modulo tangenziale, la resistenza all'instabilità elastica e la resistenza al collasso plastico si ottengono numericamente dai loro esponenti corrispondenti n e dai loro coefficienti microstrutturali C_p . Si trova che l'esponente normalizzato n/n^* dipende solo da Φ_2 , indipendentemente dal tipo di proprietà meccanica. Al contrario, l'effetto di Φ_2 sui coefficienti microstrutturali C_p dipende dal tipo di proprietà meccanica. Sia l'esponente che il coefficiente microstrutturale crescono esponenzialmente con Φ_2 . Così,

la sensibilità della rigidezza e della resistenza con la densità relativa è più alta per honeycombs regolari a celle esagonali con più alti valori di Φ_2 . Allo stesso tempo, il valore ottimale di Φ_2 per honeycombs regolari a celle esagonali del massimo valore di rigidezza e resistenza dipende dalla densità relativa. Quindi, le proprietà calcolate si possono stimare dalle loro mappe di progetto in funzione di ρ^*/ρ_s e Φ_2 .

Edoardo G Piloti

Appendice D: Risultati dell'analisi di sensibilità

In questa appendice si riportano i risultati ottenuti dall'analisi di sensibilità sui provini esaminati nel capitolo 4.

1. inserto passante $h_c 10\text{mm}$

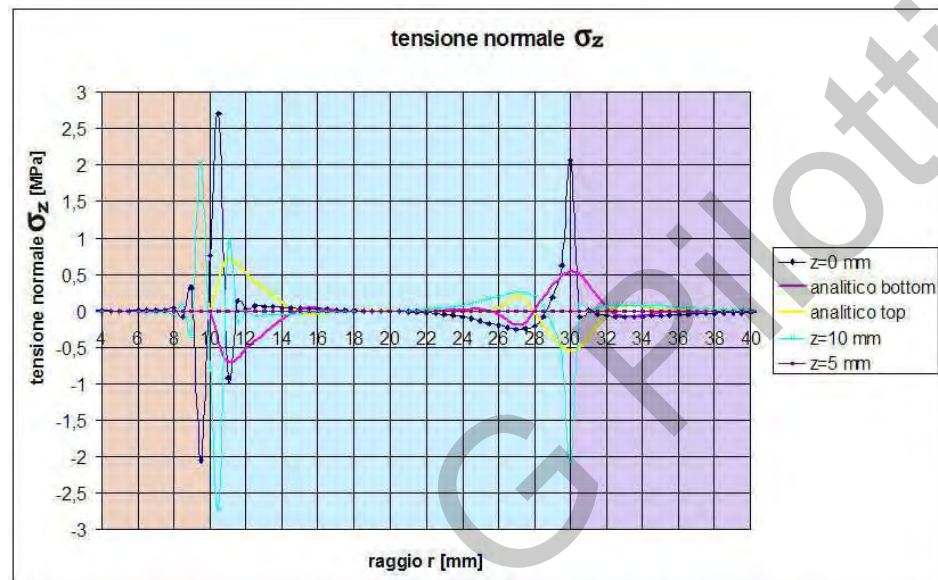


Fig D.1 tensione normale, dimensione della mesh: 0,5mm

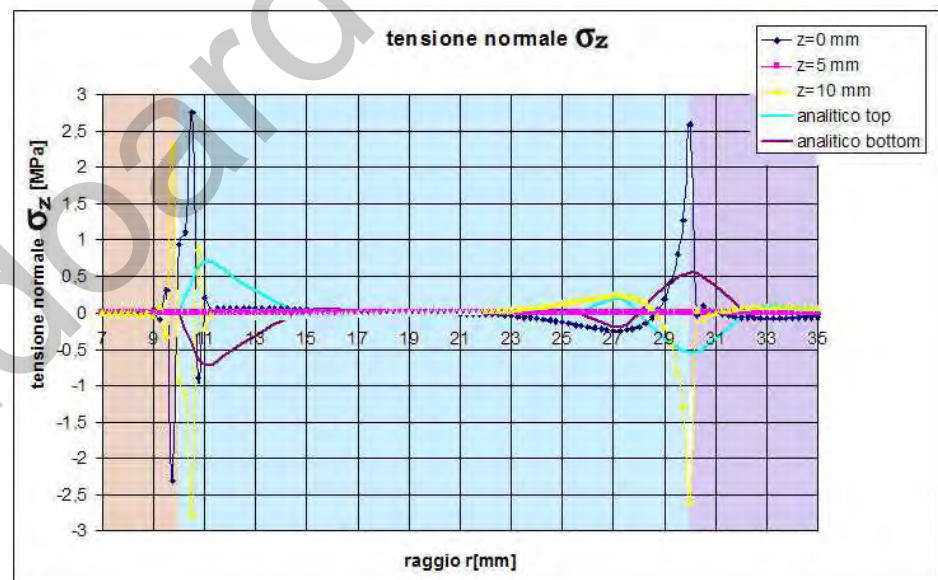


Fig. D.1 tensione normale, dimensione della mesh: 0,25mm

Appendice D: Risultati dell'analisi di sensibilità

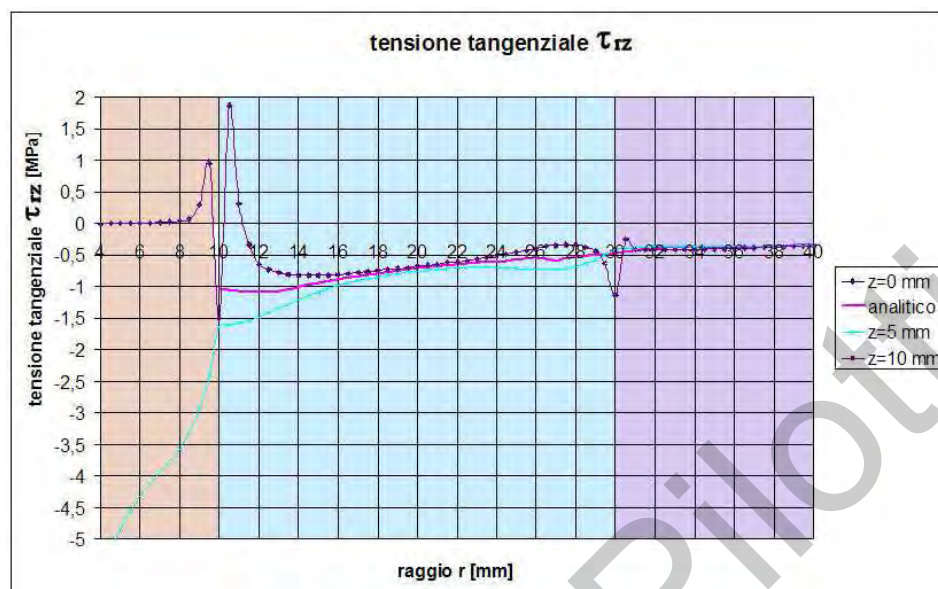


Fig. D.3 tensione tangenziale, dimensione della mesh: 0,5mm

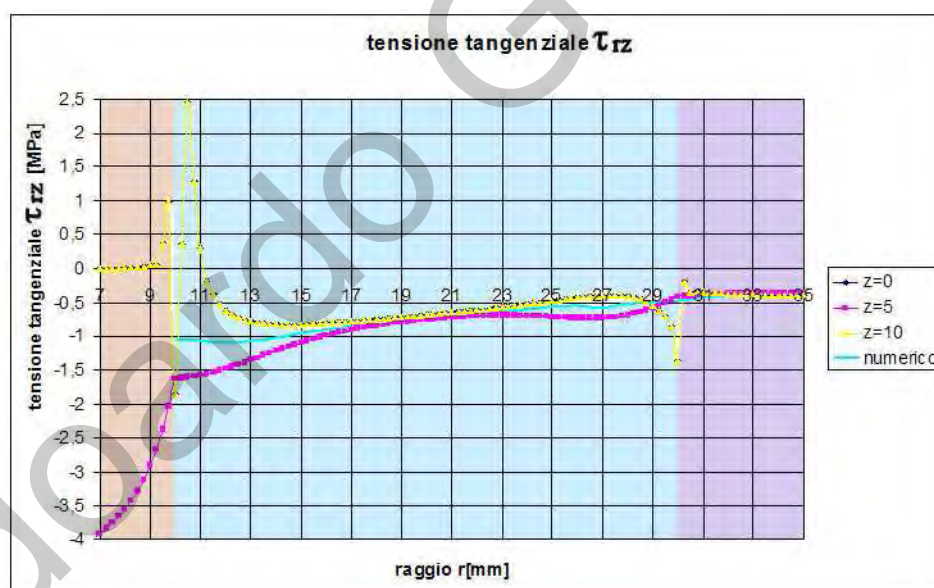


Fig. D.4 tensione tangenziale, dimensione della mesh: 0,25mm

2. Inserto passante $h_c=20\text{mm}$

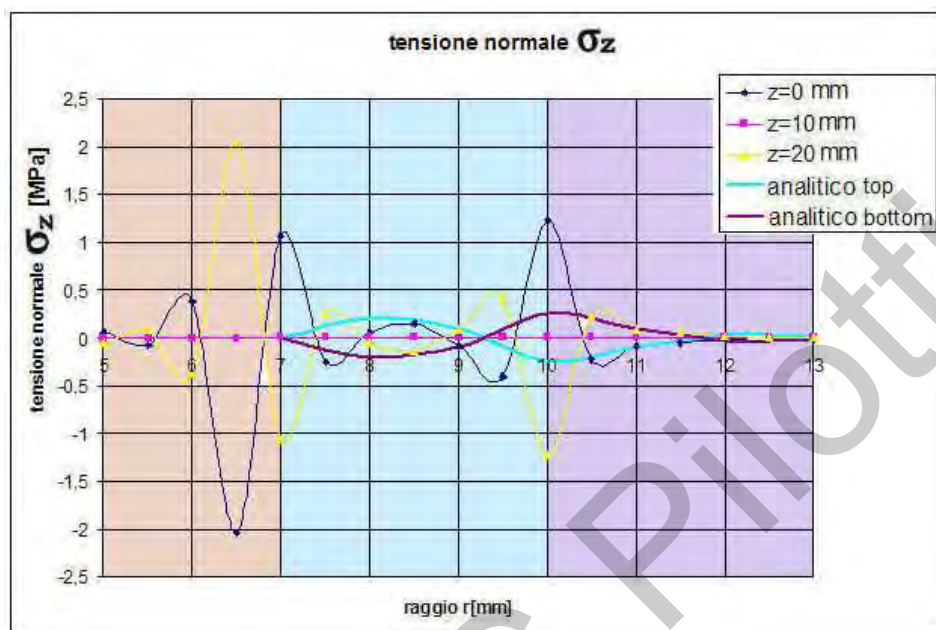


Fig. D.5 tensione normale, dimensione della mesh: 0,5mm

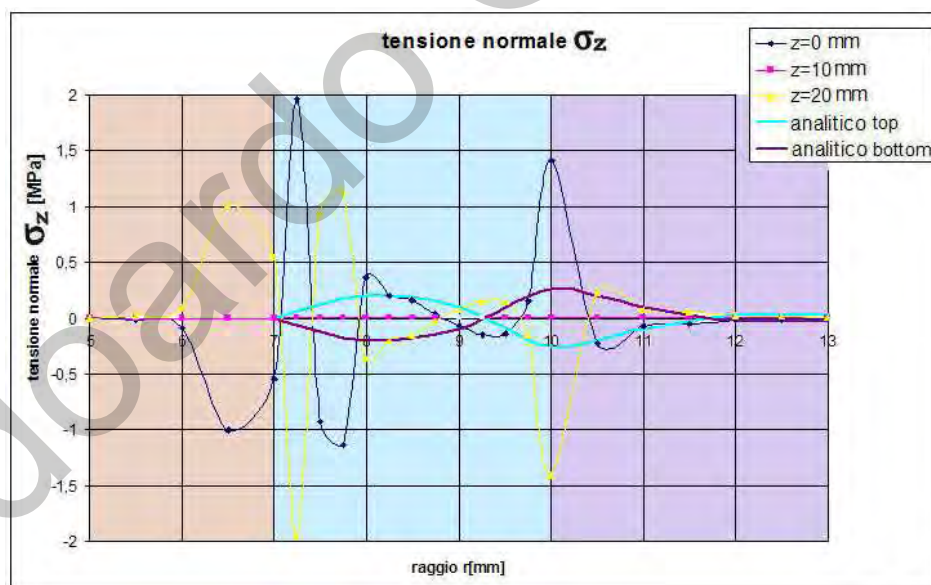


Fig. D.6 tensione normale, dimensione della mesh: 0,25mm

Appendice D: Risultati dell'analisi di sensibilità

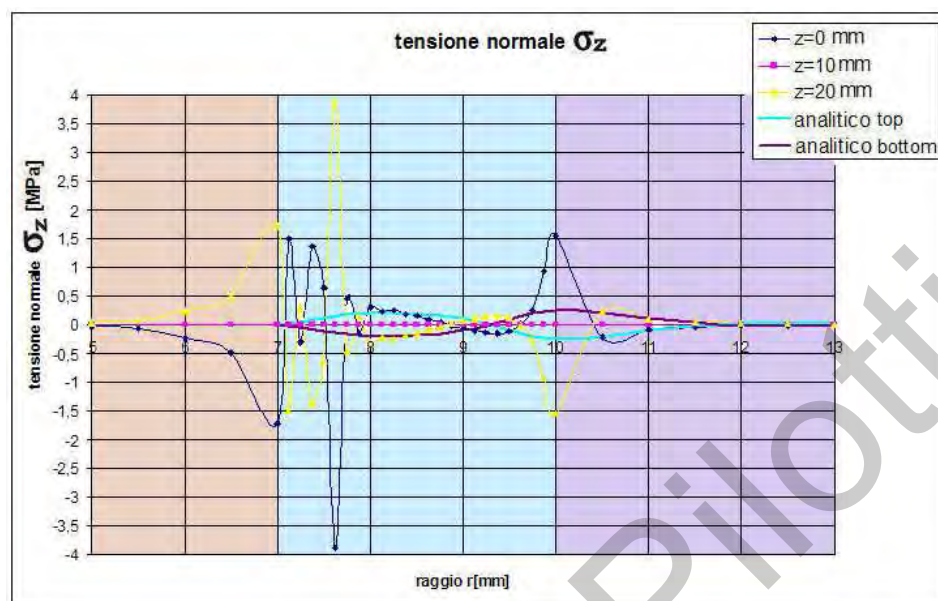


Fig. D.7 tensione normale, dimensione della mesh: 0,125mm

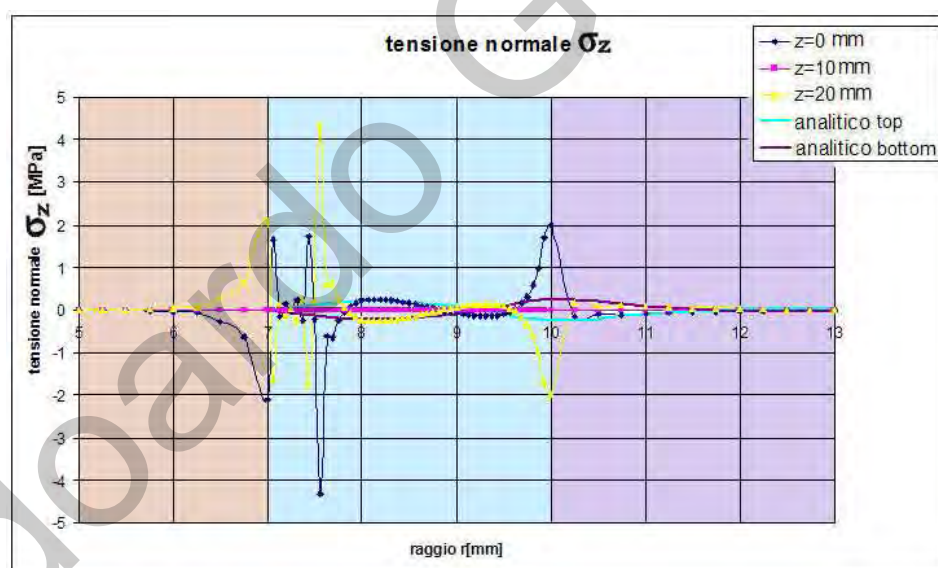


Fig. D.8 tensione normale, dimensione della mesh: 0,0625mm

Appendice D: Risultati dell'analisi di sensibilità

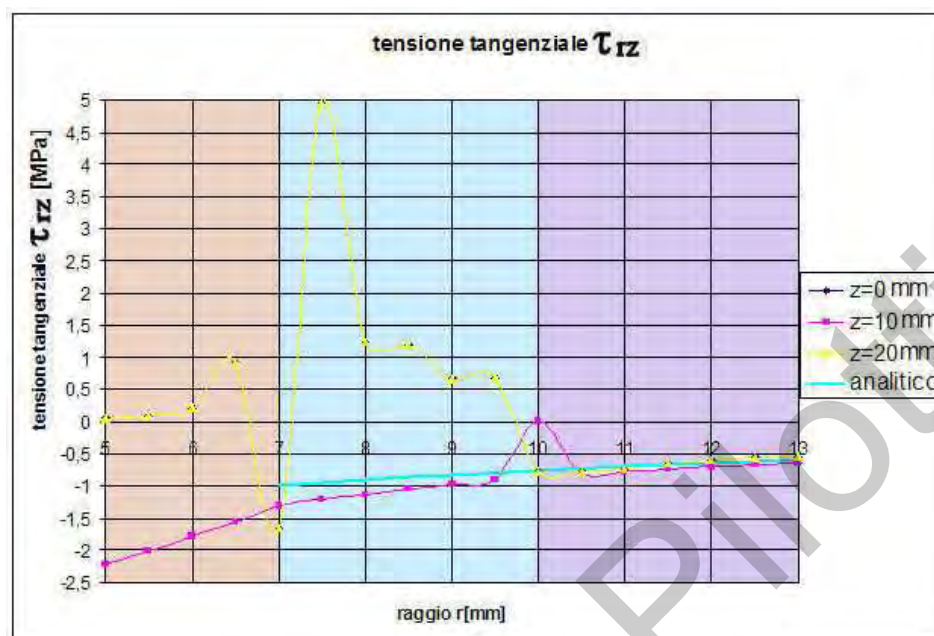


Fig. D.9 tensione tangenziale, dimensione della mesh: 0,5mm

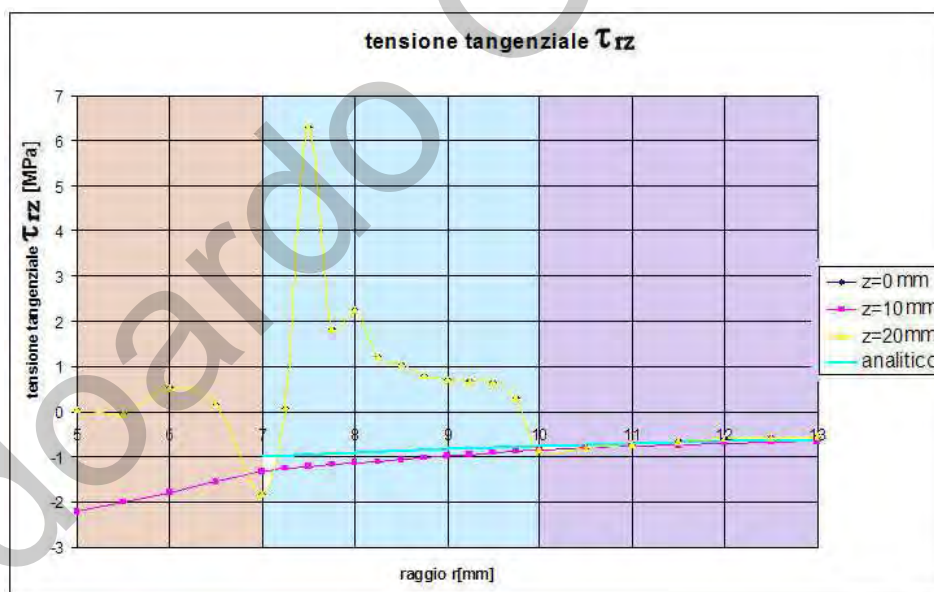


Fig. D.10 tensione tangenziale, dimensione della mesh: 0,25mm

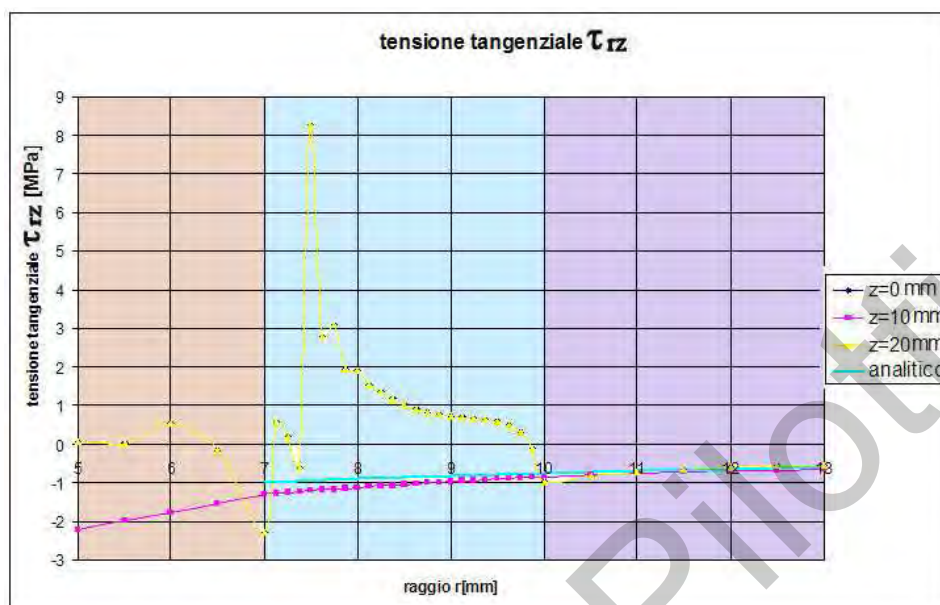


Fig. D.11 tensione tangenziale, dimensione della mesh: 0,125mm

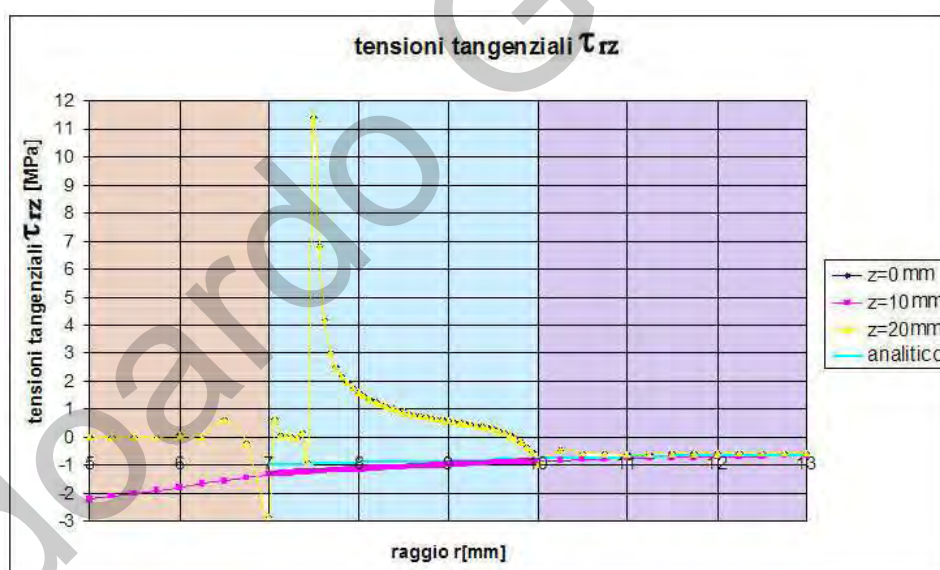


Fig. D.12 tensione tangenziale, dimensione della mesh: 0,0625mm

4. Inserto fully potted

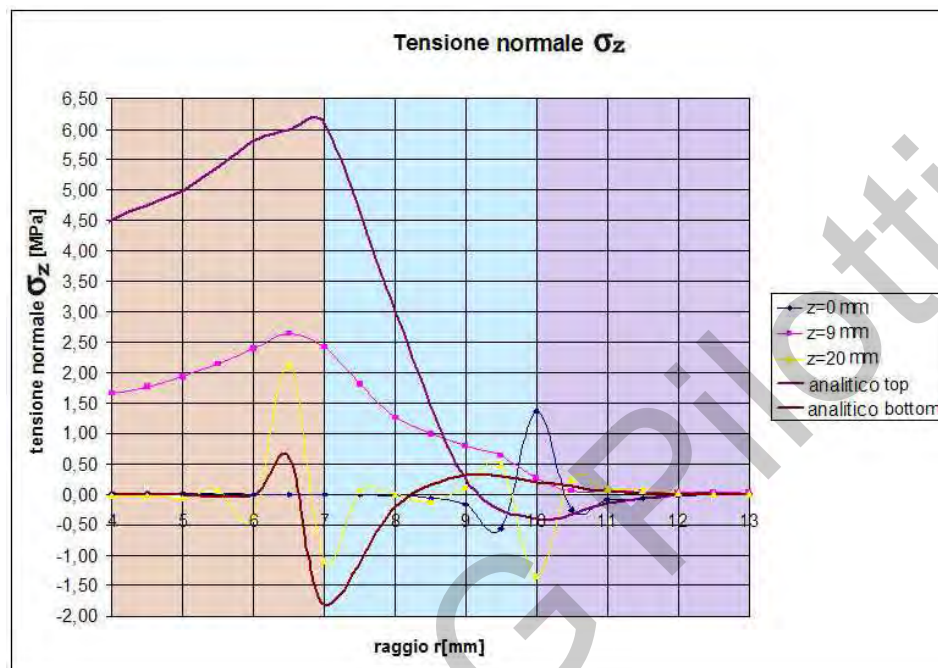


Fig. D.13 tensione normale, dimensione della mesh: 0,5mm

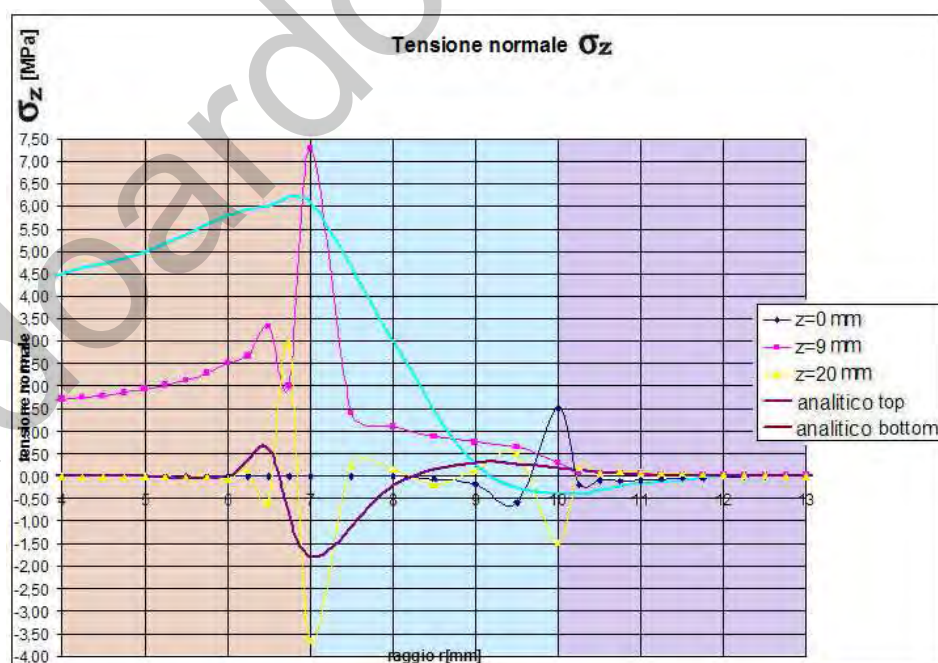


Fig. D.14 tensione normale, dimensione della mesh: 0,25mm

Appendice D: Risultati dell'analisi di sensibilità

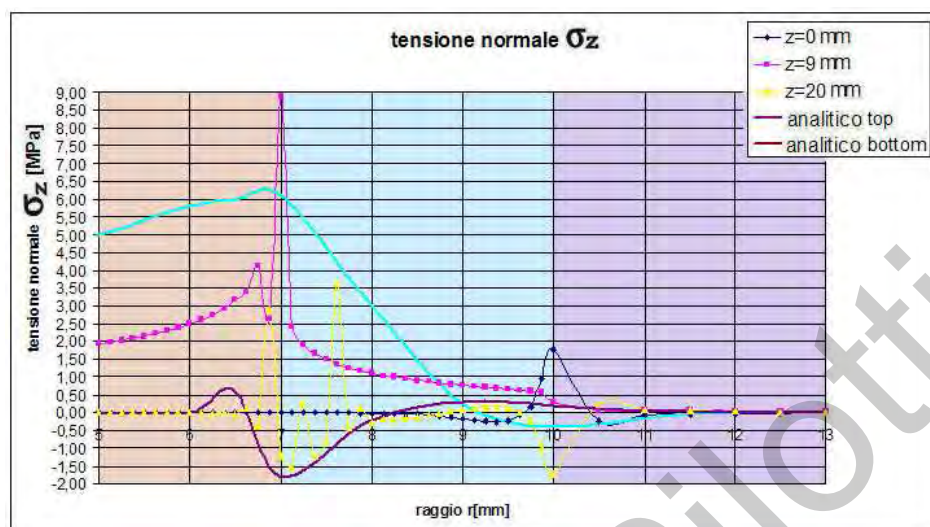


Fig. D.15 tensione normale, dimensione della mesh: 0,125mm

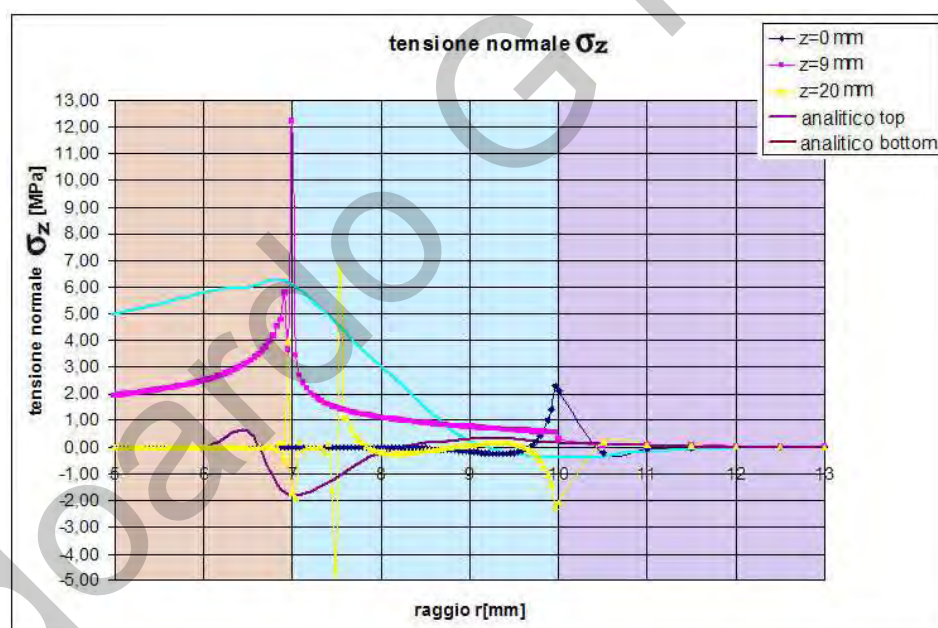


Fig. D.16 tensione normale, dimensione della mesh: 0,0625mm

Appendice D: Risultati dell'analisi di sensibilità

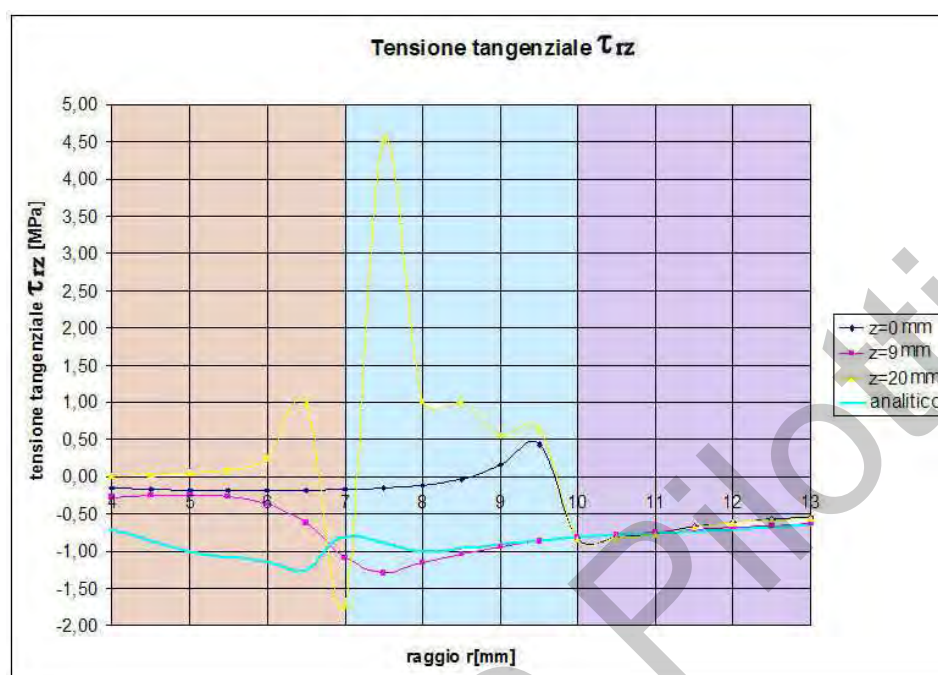


Fig. D.17 tensione tangenziale, dimensione della mesh: 0,5mm

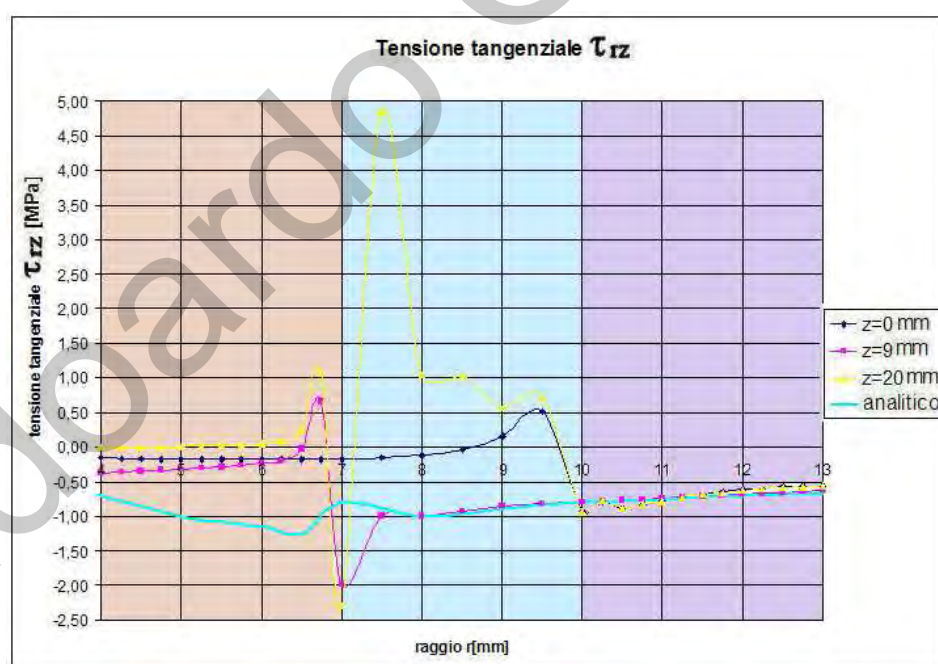


Fig. D.18 tensione tangenziale, dimensione della mesh: 0,25mm

Appendice D: Risultati dell'analisi di sensibilità

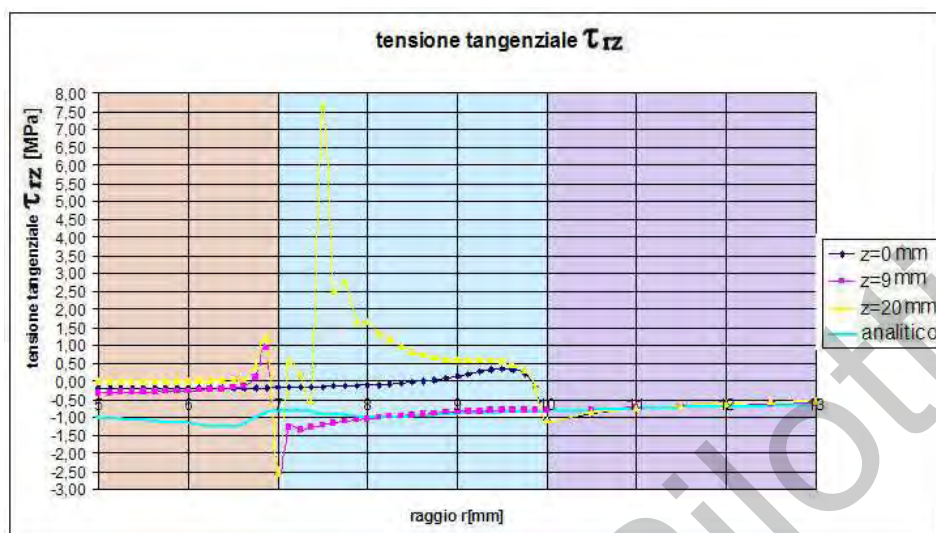


Fig. D.19 tensione tangenziale, dimensione della mesh: 0,125mm

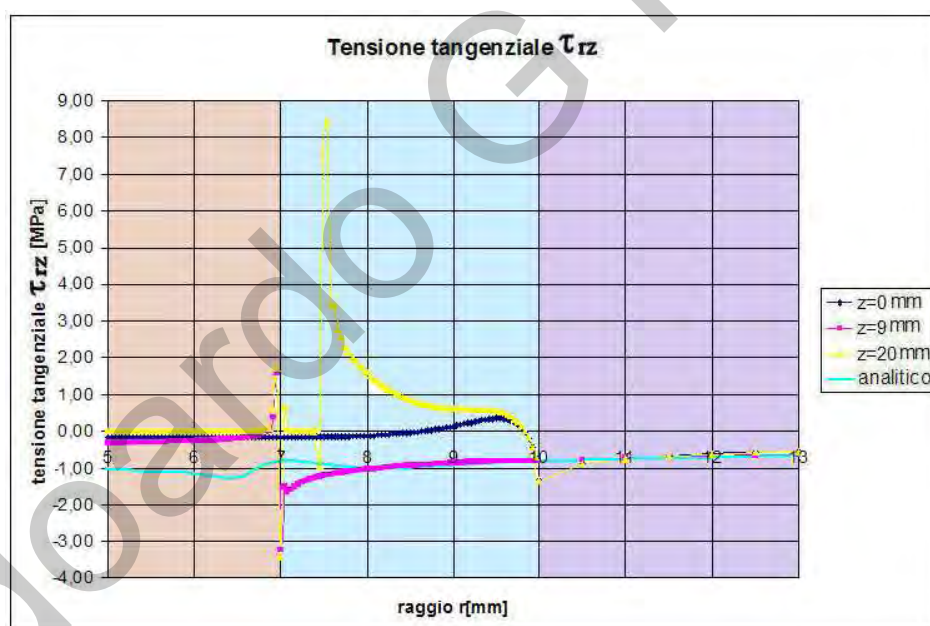


Fig. D.19 tensione tangenziale, dimensione della mesh: 0,0625mm